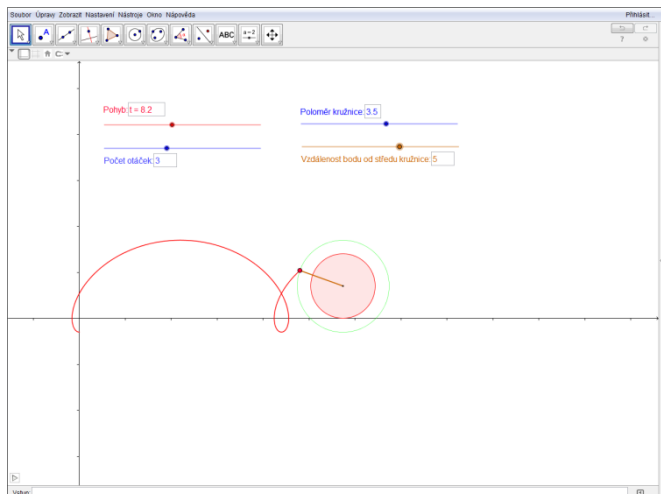
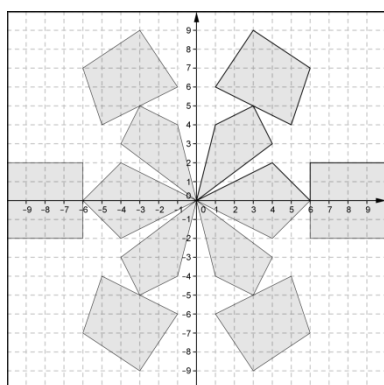
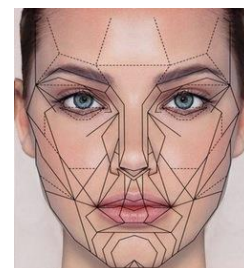
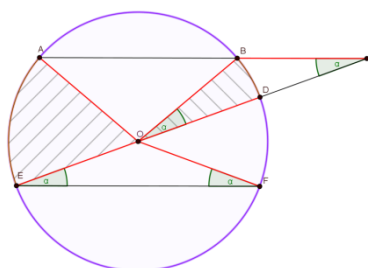
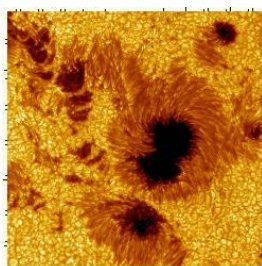


Pracovní listy z matematiky



Sbírka pracovních listů z matematiky pro rozvoj klíčových kompetencí

Helena Binterová, Roman Hašek, Pavel Pech, Vladimíra Petrášková

1. díl

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

2015

Autorský kolektiv:

doc. RNDr. Helena Binterová, Ph.D.

Mgr. Roman Hašek, PhD.

prof. RNDr. Pavel Pech, CSc.

RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

Autoři pracovních listů:

Mgr. Jana Kaňková

Mgr. Yvona Zuntová

Mgr. Lenka Činčurová

Mgr. Tereza Suchopárová

Mgr. Jiří Kopecký

Mgr. Jana Doležalová

Mgr. Marta Vrtišová

Mgr. Helena Trsková

Mgr. Radka Dvořáková

Předmluva

Předložená publikace Sbírka pracovních listů z matematiky pro rozvoj klíčových kompetencí vznikla v rámci grantového projektu KeyCoMath pod vedením autorského kolektivu – členů řešitelského týmu. Sbírka je zaměřena na klíčové kompetence ve výuce matematiky. Příklady jsou tematicky vázány na následující okruhy z matematiky: Čísla a algebra, Finanční gramotnost, Geometrie v rovině a v prostoru, Matematická analýza, Teorie grafů.

Zpracované pracovní listy zahrnují kromě plánovaného kurikula též vymezení cílů, očekávaných výstupů a způsob pěstování klíčových kompetencí. Také představují příklady dobré praxe v režimu integrované výuky z hlediska identifikace mezipředmětových vztahů. Listy jsou rozpracovány i směrem k metodickým či didaktickým komentářům a souvislostem.

Sbírka pracovních listů z matematiky zahrnuje jednak práce učitelů ze základních škol jihočeského regionu a studentů doktorského studia Teorie vzdělávání v matematice – 1. díl publikace, jednak práce studentů navazujícího magisterského učitelského studia matematiky na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity – 2. díl publikace.

Pracovní listy z matematiky mohou sloužit jako pomůcka učitelům matematiky na základních a středních školách. Své uplatnění jistě najdou i v přípravě učitelů matematiky na Pedagogické fakultě, zejména v hodinách didaktiky.

V Českých Budějovicích 20. 11. 2015

Autorský kolektiv: H. Binterová, R. Hašek, P. Pech, V. Petrášková

Číslo a algebra

Celá čísla	6
Formáty a jejich využití v matematice ZŠ	12
Magické čtverce	21
Matematický scrabble	29
Mocniny čísla 2	36
Porovnávání zlomků	44
Rozšiřování a krácení zlomků – výroba pomůcky	48
Rozšiřování a krácení zlomků	54
Rychlost růstu sněhové vločky a její povrch	58
Spotřeba automobilu	63
Závislosti obvodu a obsahu čtverce a obdélníku na délce stran	70
Ztracený dědeček	78

Finanční gramotnost

Daň z přidané hodnoty	84
Finanční gramotnost	94
Finanční matematika	99
Měna	105
Riskuj	110
Slevy se studentskou kartou	120
Stavební spoření	124
Studentský rozpočet	132
Umíš číst, co dostaneš do schránky?	144

Geometrie

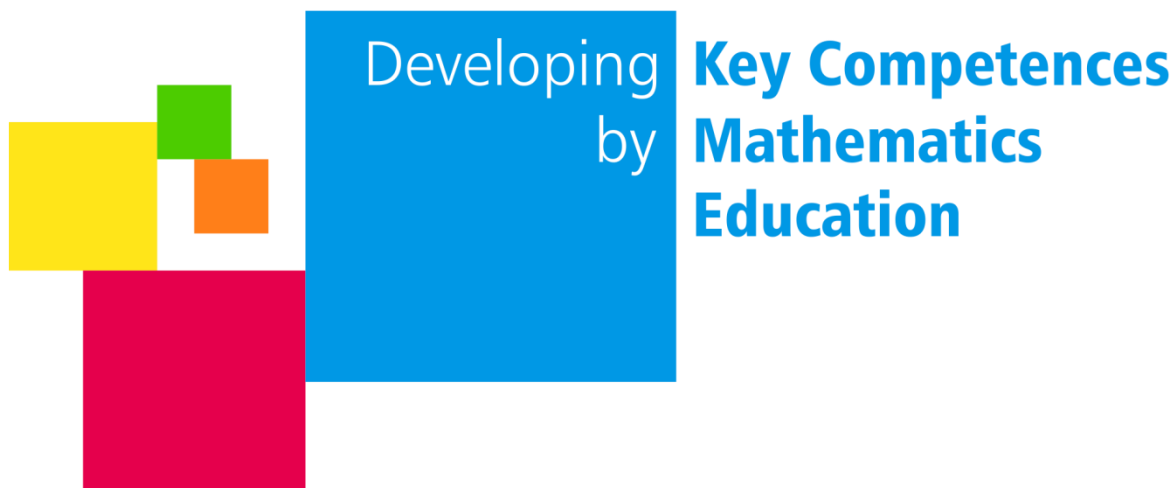
Asteroid Eros	153
Cykloida	159
Detail povrchu Slunce	169
Krása a osová souměrnost	175
Obsah plochy sněhové vločky	180
Papírová nádoba na popcorn	185
Souměrnost dopravních značek	192
Trisekce úhlu aneb rozděl úhel na třetiny	199
Znázornění sněhové vločky užitím symetrie	209

Matematická analýza

Lineární funkce	214
-----------------------	-----

Teorie grafů

Hamiltonovské grafy	218
---------------------------	-----



Celá čísla

Jana Kaňková

Cíl aktivity: opakování tématiky celých čísel formou hry

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti v oboru celých čísel

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle, kultivovaně a matematicky správně
- **Kompetence k učení** – operuje s termíny, znaky a symboly

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Žákům rozdáme pracovní list s tabulkou a příklady.

Po správném vyřešení příkladu, žák najde výsledek v tabulce a dostane jedno písmenko do tajenky. Takto pokračuje dále, až nalezne požadované slovo.

Příklady a tajenku lze libovolně obměnit.

PRACOVNÍ LIST

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	Y	Z
1	-1	14	7	-10	5	6	2	-2	27	3	-6	-9	8	-3	-4	-5	1	22	-7	-8	9	18	12
2	-6	-1	-2	4	12	-7	8	9	-10	-3	-14	-5	1	5	7	3	6	-9	2	-8	23	12	13
3	-1	2	-3	-14	1	-4	11	13	-25	9	5	-6	8	-2	-5	14	12	10	-9	3	6	-8	4
4	5	-6	8	-2	-5	32	12	13	12	4	-3	6	-9	2	7	9	-8	-4	22	10	3	1	-2
5	12	-7	-8	9	13	26	-9	2	1	-1	-2	3	4	-4	-3	5	-5	-6	7	8	10	11	0
6	1	31	2	-7	-8	9	-3	4	6	7	-4	11	10	-9	5	-6	8	-2	-5	14	12	13	-1
7	5	6	-3	2	3	14	12	13	25	12	-7	-8	9	1	21	-37	26	-5	36	8	-2	81	10
8	10	-1	-2	-3	12	-7	-8	9	22	-3	-14	38	42	48	36	33	35	3	6	-9	2	7	4
9	1	-3	-1	-20	33	19	9	17	12	12	-7	-8	10	15	21	5	-6	8	2	9	6	-9	-2

1. $(-3) + 5 - (-1) - 7 =$

2. $5 + (-2) =$

3. $-8 + 5 - (-2) =$

4. $0 + (-8) + 5 =$

5. $6 - (-4) + 2 - 4 =$

6. $[(-4 + 5) - (3 - 7)] + 2 =$

7. $-3 - [(2 + 4 - 9) + (-1 - 2)] =$

8. $9 + [(-3 - 20) - (12 - 28)] =$

9. $8 + [-2 + 4 - (-9)] =$

Tajenka:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	Y	Z	-
1	2,6	0,5	1,9	1,2	32	-6	8	-2	2,7	9	3	-9	-1,2	-0,25	-1,1	-5	1	1,3	-7	-8	6	-4	1,6	0,1
2	-6	-1	-2	4	12	-7	-8	1,98	0,2	3	2,4	-5	1	5,35	0,6	1,7	-3	-9,6	9	0,8	1,4	10	0,3	0,4
3	0,1	2,1	3,1	-14	-1	-4	11	10	-7	9	0,5	-6	8	-0,52	0,48	14	12	-0,3	-8	152	6	-9	4	7
4	5	-6	8	-0,2	-5	14	12	13	12	-5,4	3	0,3	-9	-0,22	7	9	-8	0,9	1,1	0,5	-3	-1	-2	1

1. $\left(\frac{4}{2} + 0,2\right) - \left(\frac{2}{5} - 0,8\right) =$

2. $\frac{1}{9} + \frac{5}{3} - (-0,2) =$

3. $-\left[\frac{1}{2} + \left(-1\frac{1}{2}\right) + 0,52\right] =$

4. $-\left(\frac{3}{2} + 0,3\right) - \frac{18}{5} =$

Tajenka:

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	Y	Z
1	-1	14	7	-10	5	6	2	-2	27	3	-6	-9	8	-3	-4	-5	1	22	-7	-8	9	18	12
2	-6	-1	-2	4	12	-7	8	9	-10	-3	-14	-5	1	5	7	3	6	-9	2	-8	23	12	13
3	-1	2	-3	-14	1	-4	11	13	-25	9	5	-6	8	-2	-5	14	12	10	-9	3	6	-8	4
4	5	-6	8	-2	-5	32	12	13	12	4	-3	6	-9	2	7	9	-8	-4	22	10	3	1	-2
5	12	-7	-8	9	13	26	-9	2	1	-1	-2	3	4	-4	-3	5	-5	-6	7	8	10	11	0
6	1	31	2	-7	-8	9	-3	4	6	7	-4	11	10	-9	5	-6	8	-2	-5	14	12	13	-1
7	5	6	-3	2	3	14	12	13	25	12	-7	-8	9	1	21	-37	26	-5	36	8	-2	81	10
8	10	-1	-2	-3	12	-7	-8	9	22	-3	-14	38	42	48	36	33	35	3	6	-9	2	7	4
9	1	-3	-1	-20	33	19	9	17	12	12	-7	-8	10	15	21	5	-6	8	2	9	6	-9	-2

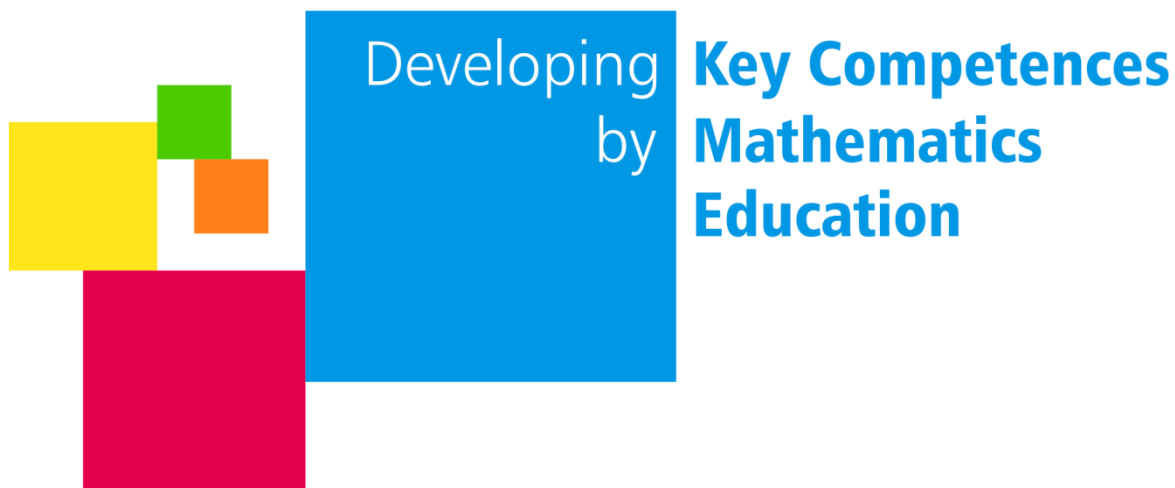
1. $(-3) + 5 - (-1) - 7 = -4$
2. $5 + (-2) = 3$
3. $-8 + 5 - (-2) = 1$
4. $0 + (-8) + 5 = -3$
5. $6 - (-4) + 2 - 4 = 8$
6. $[(-4 + 5) - (3 - 7)] + 2 = 7$
7. $-3 - [(2 + 4 - 9) + (-1 - 2)] = 3$
8. $9 + [-(3 - 20) - (12 - 28)] = 42$
9. $8 + [-2 + 4 - (-9)] = 19$

Tajenka: **OPAKUJEME**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	Y	Z	-
1	2,6	0,5	1,9	1,2	32	-6	8	-2	2,7	9	3	-9	-1,2	-0,25	-1,1	-5	1	1,3	-7	-8	6	-4	1,6	0,1
2	-6	-1	-2	4	12	-7	-8	1,98	0,2	3	2,4	-5	1	5,35	0,6	1,7	-3	-9,6	9	0,8	1,4	10	0,3	0,4
3	0,1	2,1	3,1	-14	-1	-4	11	10	-7	9	0,5	-6	8	-0,52	0,48	14	12	-0,3	-8	152	6	-9	4	7
4	5	-6	8	-0,2	-5	14	12	13	12	-5,4	3	0,3	-9	-0,22	7	9	-8	0,9	1,1	0,5	-3	-1	-2	1

- $1. \left(\frac{4}{2} + 0,2\right) - \left(\frac{2}{5} - 0,8\right) = 2,6$
- $2. \frac{1}{9} + \frac{5}{3} - (-0,2) = 1,98$
- $3. -\left[\frac{1}{2} + \left(-1\frac{1}{2}\right) + 0,52\right] = 0,48$
- $4. -\left(\frac{3}{2} + 0,3\right) - \frac{18}{5} = -5,4$

Tajenka: **AHOJ**



Formáty a jejich využití v matematice ZŠ

Mgr. Yvona Zuntová

Cíl aktivity: propojení znalostí zlomků, poměru a práce s rovnicí s praktickou zkušeností s používanými formáty papírů

Ročník: 6., 7., 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní geometrické útvary, jejich vlastnosti

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) promyslí a realizuje způsob řešení problému, nachází podobné a shodné znaky, objevuje různé varianty řešení
- **Kompetence pracovní** – používá účinně materiály a nástroje

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, papíry formátů A0 - A5. Různé sešity, bloky, vizitky, kalendáře...

Metodický a didaktický komentář:

Úvodní první úkol je určen pro všechny ročníky - měření stran papíru různých formátů řady A.

Úkol pro 6. ročník je více praktický, souvisí s obsahem obdélníka a dělitelností.

Úkol pro 7. ročník spojuje představu o zlomcích a poměru s formáty papíru.

Úkol pro 9. ročník vede k odvození rozměrů formátů pomocí Pythagorovy věty a rovnice.

Součástí úkolů je i řešení.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Změřte délky stran předložených archů papíru v mm a výsledky запиšte do tabulky.

Formát	Délka (mm)	Šířka (mm)
A0		
A1		
A2		
A3		
A4		
A5		

2. ÚKOL:

Jak spolu jednotlivé rozměry souvisí?

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Připravte si papír formátu A0 a proved'te:

1. Překládáním delší strany papíru jej přeložte na polovinu.
2. Výsledný obdélník znovu na polovinu.
3. Pokračujte tak ještě 3x.
4. Rozložte zpět na původní obdélník.
5. Kolik obdélníků vzniklo mezi překlady?
6. Pokládejte na plochu postupně knihy, sešity a slovníčky na jazyky. Jsou některé obdélníky-formáty shodné?

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Změřte délky stran předložených archů papíru v mm a výsledky запиšte do tabulky.

Formát	Délka (mm)	Šířka (mm)
A0	1189	841
A1	841	594
A2	594	420
A3	420	297
A4	297	210
A5	210	148

2. ÚKOL:

Jak spolu jednotlivé rozměry souvisí?

Šířka většího formátu se shoduje s délkou menšího formátu.

3. ÚKOL:

Připravte si papír formátu A0 a proved'te:

1. Překládáním delší strany papíru jej přeložte na polovinu.
2. Výsledný obdélník znovu na polovinu.
3. Pokračujte tak ještě 3x.
4. Rozložte zpět na původní obdélník.
5. Kolik obdélníků vzniklo mezi překlady?
6. Pokládejte na plochu postupně knihy, sešity a slovníčky na jazyky. Jsou některé obdélníky-formáty shodné?

Mezi překlady postupně vznikly 2,4,8,16,32 obdélníků.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Změřte délky stran předložených archů papíru v mm a výsledky запиšte do tabulky.

Formát	Délka (mm)	Šířka (mm)
A0		
A1		
A2		
A3		
A4		
A5		

2. ÚKOL:

Jak spolu jednotlivé rozměry souvisí?

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Připravte si papír formátu A0 a proveďte:

1. Překládáním delší strany papíru jej přeložte na polovinu.
2. Výsledný obdélník znovu na polovinu.
3. Pokračujte tak ještě 3x.
4. Rozložte zpět na původní obdélník.
5. Kolik obdélníků vzniklo mezi překlady?
6. Jakou část původního celku představují postupně menší obdélníky, které tak vznikají?

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Změřte délky stran předložených archů papíru v mm a výsledky запиšte do tabulky.

Formát	Délka (mm)	Šířka (mm)
A0	1189	841
A1	841	594
A2	594	420
A3	420	297
A4	297	210
A5	210	148

2. ÚKOL:

Jak spolu jednotlivé rozměry souvisí?

Šířka většího formátu se shoduje s délkou menšího formátu.

3. ÚKOL:

Připravte si papír formátu A0 a proveďte:

1. Překládáním delší strany papíru jej přeložte na polovinu.
2. Výsledný obdélník znovu na polovinu.
3. Pokračujte tak ještě 3x.
4. Rozložte zpět na původní obdélník.
5. Kolik obdélníků vzniklo mezi překlady?
6. Jakou část původního celku představují postupně menší obdélníky, které tak vznikají?

Obdélníky postupně představují polovinu, čtvrtinu, osminu, šestnáctinu a dvaatřicetinu původního celku A0.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Přemýšlejte nad rozměry formátů A0, A1, A2, A3, A4, A5. Jakou souvislost stran objevujete?

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Odhadněte obsah plochy formátu A0.

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Vyslovte hypotézu o rozměrech stran a obsahu plochy formátu A0.

.....

.....

.....

Informace z Wikipedie:¹

Řada A je definována plochou papíru 1 m^2 a poměrem velikostí stran $1:\sqrt{2}$ (tj. přibližně $1:1,414$). Délky stran jsou zaokrouhleny na celé milimetry. Základním formátem je formát A0, který právě má plochu 1 m^2 (dle definice). Další formáty této řady (A1, A2, A3, ...) vznikají postupným půlením delší strany

¹ Zdroj: https://cs.wikipedia.org/wiki/Form%C3%A1t_pap%C3%ADru

4. ÚKOL:

Výpočtem potvrďte délku a šířku formátu A0.

Podmínky:

1. Obsah obdélníka formátu A0 je 1m^2 .
2. Délka tohoto obdélníka je rovna úhlopříčce ve čtverci se stranou 1 m.

Výpočet úhlopříčky:

Výpočet šířky:

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Přemýšlejte nad rozměry formátů A0, A1, A2, A3, A4, A5. Jakou souvislost stran objevujete?

Šířka většího formátu se shoduje s délkou menšího formátu.

2. ÚKOL:

Odhadněte obsah plochy formátu A0.

$$1\text{m}^2$$

3. ÚKOL:

Vyslovte hypotézu o rozměrech stran a obsahu plochy formátu A0.

Poměr velikostí stran je $1:\sqrt{2}$ (tj. přibližně 1:1,414).

Informace z Wikipedie:²

Řada A je definována plochou papíru 1 m^2 a poměrem velikostí stran $1:\sqrt{2}$ (tj. přibližně 1:1,414). Délky stran jsou zaokrouhleny na celé milimetry. Základním formátem je formát A0, který právě má plochu 1 m^2 (dle definice). Další formáty této řady (A1, A2, A3, ...) vznikají postupným půlením delší strany

4. ÚKOL:

Výpočtem potvrďte délku a šířku formátu A0.

Podmínky:

1. Obsah obdélníka formátu A0 je 1m^2 .
2. Délka tohoto obdélníka je rovna úhlopříčce ve čtverci se stranou 1 m.

Výpočet úhlopříčky:

$$a^2 + a^2 = u^2$$

$$2 \cdot a^2 = u^2$$

$$\sqrt{2} \cdot a = u$$

$$\underline{\sqrt{2}\text{ m} = u \text{ pro } a = 1\text{ m}}$$

Výpočet šířky:

$$S = 1\text{ m}^2 \text{ pak } a \cdot a \cdot \sqrt{2} = 1$$

$$a^2 \sqrt{2} = 1$$

$$a^2 = \sqrt{2}/2$$

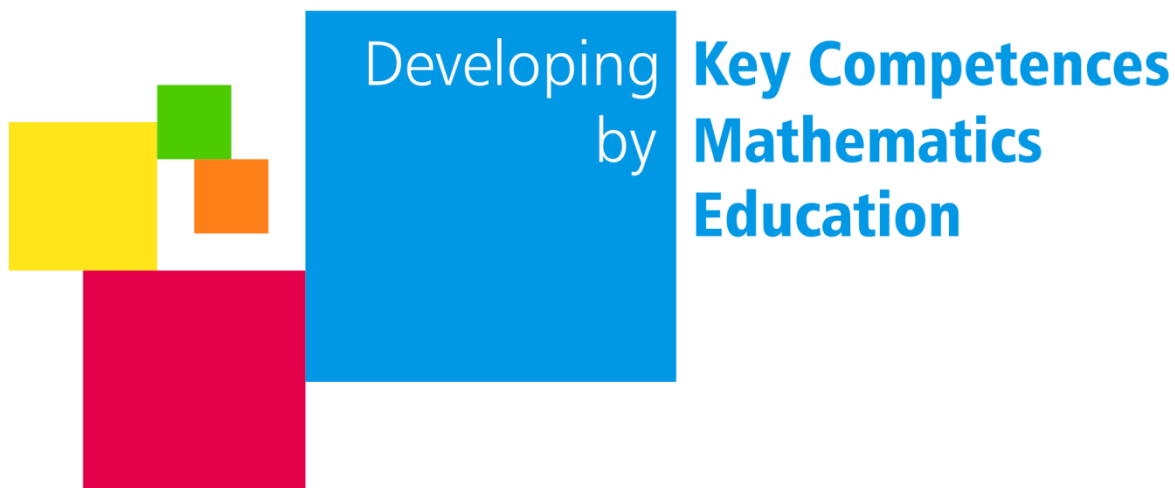
$$a^2 = 0,707$$

$$\underline{a = 0,841}$$

$$\underline{841 \cdot 1,414 = 1189\text{ mm délky}}$$

Šířka je 841 mm, délka je 1189mm.

² Zdroj: https://cs.wikipedia.org/wiki/Form%C3%A1t_pap%C3%ADru



Magické čtverce

Lenka Činčurová

Cíl aktivity: formou zajímavého příkladu procvičit základní početní operace, umět zvolit vhodnou strategii k získání chybějících čísel, u žáků podpořit samostatnost a schopnost logického myšlení

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

sčítání a odčítání celých čísel

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) pečlivě promýšlí různé možnosti vyplnění, magického čtverce, vytrvale hledá co nejvhodnější způsob rozložení čísel ve čtverci tak, aby získal čtverec magický, používá empirické postupy a ověřuje správnost svých nápadů
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle, kultivovaně a matematicky správně
- **Kompetence sociální a personální** – pracuje samostatně, vytváří si pozitivní představu o sobě samém, která podporuje jeho sebedůvěru a samostatný rozvoj. Řídí své chování tak, aby dosáhl pocitu uspokojení a sebeúcty
- **Kompetence k učení** – procvičuje základní početní operace, poznává nové souvislosti a vytváří si tak komplexnější pohled na dané matematické učivo. Experimentuje s různými možnostmi doplnění čísel, kriticky posuzuje své myšlenky a hledá optimální řešení. Je schopen obhájit svou volbu a diskutovat o svých závěrech

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Formou zajímavých příkladů si žáci procvičí základní početní operace, seznámí se s jejich novými reprezentacemi a skutečnostmi.

Cílem je seznámit se s pojmem magický čtverec, efektivně doplnit správná čísla do čtverců různých řádů a pokusit se najít další takové čtverce.

PRACOVNÍ LIST

Pozorně si prohlédněte každý z následujících čtverců. Všimnete si, co je na nich zvláštního? Najdete nějaké pravidelnosti?

2	7	6
9	5	1
4	3	8

4	9	2
3	5	7
8	1	6

.....

.....

.....

Pokuste se zjistit, jaké číslo patří doprostřed tohoto čtverce:

4	8	9
12		2
5	6	10

Jaký je součet čísel v každém sloupci čtverce?

Jaký je součet čísel v každém řádku čtverce?

Najdete stejný součet ještě jinde? Kde?

Zkuste vytvořit další podobný čtverec.

Tyto čtverce se nazývají **magické čtverce**. Platí, že součet čísel v každém řádku, sloupci i obou úhlopříčkách je stejný – říkáme, že je roven magické konstantě.

Rozlišujeme **normální magické čtverce**, které obsahují všechna po sobě jdoucí čísla od 1 až do čísla označujícího počet políček čtverce. Ostatní magické čtverce mohou obsahovat libovolná čísla.

Doplňte čísla a rozhodněte, který z následujících čtverců je normální magický čtverec.

1	15	14	
	6	7	9
8			5
13	3	2	16

.....

10		12	
	8		2
5		3	12
	11	6	9

.....

Do každého normálního magického čtverce doplňte chybějící čísla a určete hodnotu magické konstanty.

15	14		1
		11	
	12		9
10		13	

	3		13
5			8
	6		12
4		14	1

Magická konstanta:

Magická konstanta:

11		7	20	3
	12	25		16
			21	
10	18	1	14	22
23		19	2	

Magická konstanta:

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Pozorně si prohlédněte každý z následujících čtverců. Všimnete si, co je na nich zvláštního? Najdete nějaké pravidelnosti?

2	7	6
9	5	1
4	3	8

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Součet čísel ve všech řádcích, sloupcích a na úhlopříčkách je stejný.

Pokuste se zjistit, jaké číslo patří doprostřed tohoto čtverce:

4	8	9
12	7	2
5	6	10

Jaký je součet čísel v každém sloupci čtverce?

21

Jaký je součet čísel v každém řádku čtverce?

21

Najdete stejný součet ještě jinde? Kde?

Ano na úhlopříčkách

Zkuste vytvořit další podobný čtverec.

9	1	8
5	6	7
4	11	3

Tyto čtverce se nazývají **magické čtverce**. Platí, že součet čísel v každém řádku, sloupci i obou úhlopříčkách je stejný – říkáme, že je roven magické konstantě.

Rozlišujeme **normální magické čtverce**, které obsahují všechna po sobě jdoucí čísla od 1 až do čísla označujícího počet políček čtverce. Ostatní magické čtverce mohou obsahovat libovolná čísla.

Doplňte čísla a rozhodněte, který z následujících čtverců je normální magický čtverec.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Je normální

10	1	12	7
11	8	9	2
5	10	3	12
4	11	6	9

Není normální

Do každého normálního magického čtverce doplňte chybějící čísla a určete hodnotu magické konstanty.

15	14	4	1
2	5	11	16
7	12	6	9
10	3	13	8

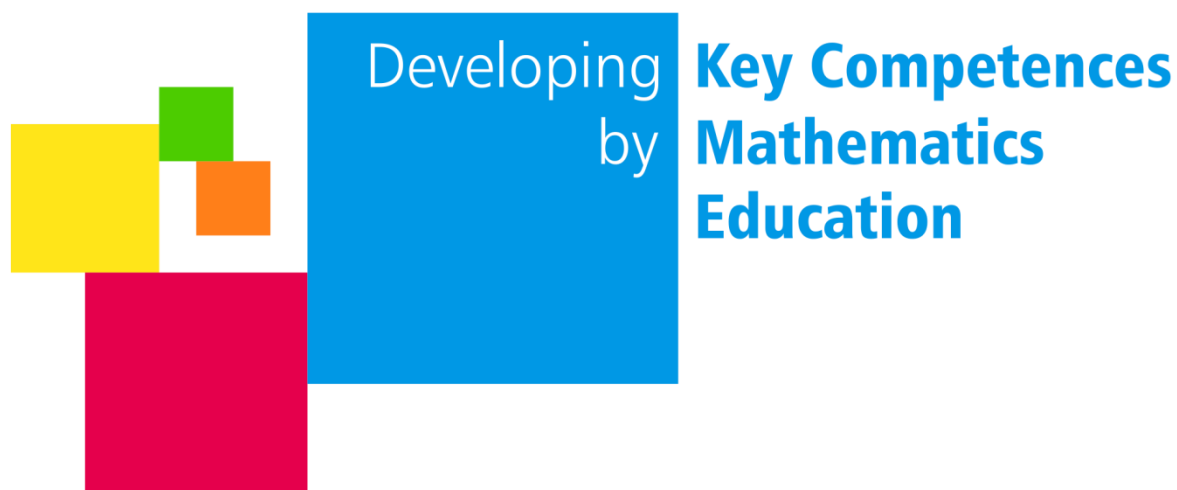
Magická konstanta: **34**

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Magická konstanta: **34**

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Magická konstanta: **65**



Matematický scrabble

Lenka Činčurová

Cíl aktivity: formou hry procvičit základní početní operace, umět zvolit vhodnou strategii k získání co nejvyššího skóre, u žáků podpořit práci v týmu, schopnost rychlého úsudku, rozhodování a rozvíjet matematické vyjadřovací schopnosti

Ročník: 6. – 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní početní operace s celými čísly – sčítání, odčítání, násobení, dělení, druhá a třetí mocnina, odmocnina

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) pečlivě promýšlí různé možnosti tahu, vytrvale hledá co nejvýhodnější způsob položení kamenů tak, aby získal nejvyšší možné bodové ohodnocení, používá empirické postupy a ověřuje správnost svých nápadů
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle, kultivovaně a matematicky správně a vhodně reaguje na názory ostatních
- **Kompetence sociální a personální** – efektivně spolupracuje ve skupině, svou ohleduplností přispívá k příjemné atmosféře ve třídě a k upevňování dobrých vztahů mezi spolužáky, pozitivně ovlivňuje kvalitu společné práce, aktivně se zapojuje do debaty a okolního dění, oceňuje názory druhých
- **Kompetence k učení** – operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, procvičuje základní početní operace, uvádí je do souvislostí a vytváří si tak komplexnější pohled na dané matematické učivo. Experimentuje s různými možnostmi položení kamenů, kriticky posuzuje své myšlenky a hledá optimální řešení. Je schopen obhájit svou volbu a diskutovat o svých závěrech
- **Kompetence občanské** – respektuje rozhodnutí ostatních členů týmu, zodpovědně rozhoduje podle dané situace

Prostředky a pomůcky:

hrací deska, kameny, neprůhledný sáček

Metodický a didaktický komentář:

Formou hry si žáci procvičí a upevní základní početní operace, poznají je ze zcela jiného úhlu.

Cílem je naučit se efektivně a rychle promýšlet nejrůznější výpočty, které je možné sestavit z kamenů, jež žák nebo skupina vlastní, a zároveň dosáhnout co nejvyššího bodového ohodnocení.

PRAVIDLA HRY

Žáci se rozdělí do několika družstev (například 1 družstvo = 1 řada). Každé družstvo si na začátku hry vytáhne z neprůhledného sáčku 7 kamenů (čísel) a položí si je tak, aby je ostatní družstva neviděla. Poté jeden zástupce družstva vylosuje jeden kámen a družstvo s nejvyšším vytaženým číslem začíná hru.

Začínající hráč (respektive družstvo) sestaví ze svých kamenů rovnici a položí ji na hrací desku tak, aby jeden z kamenů zakrýval políčko START. Hráč okomentuje pokládanou rovnici (příklad) společně s operacemi, které provedl (např. 15 plus 2 rovná se 17 – využil pět kamenů 1, 5, 2, 1, 7). Zároveň oboduje svůj pokus odpovídajícím počtem bodů takto:

- Číslice na každém kamenu odpovídá počtu bodů za jeho položení.
- Hrací deska zároveň obsahuje několik zvýhodněných políček. Pole 3xČ zdvojnásobí hodnotu položeného kamene, analogicky 2xČ zdvojnásobí hodnotu položeného kamene. Zakryje-li navíc jeden z kamenů pole 2xPř (respektive 3xPř), zdvojnásobí se (respektive ztrojnásobí) hodnota celé rovnice (příkladu).

Zbývající družstva kontrolují správnost pokládané rovnice a počet připisovaných bodů. Po odsouhlasení si hráč dolosuje tolik kamenů, kolik použil. V předem stanoveném pořadí (např. ve směru chodu hodinových ručiček) pak pokračuje ve hře další hráč. Ten musí pro svou rovnici použít alespoň jeden z již ležících kamenů, přitom může skládat kameny ve vodorovném nebo svislém směru (v úhlopříčném ne). Pokud se vytvořená rovnice dotýká více kamenů, musí i zde tvořit smysluplný příklad.

Dále se boduje tak, že za každou doplněnou rovnici nebo příklad dostane hráč odpovídající počet bodů. Počítají se mu tedy body nejen za kameny, které položil, ale i za ty již ležící, které do své rovnosti využil. Pokud přitom využil kamene ležícího na zvýhodněném poli a sám na něj kámen neumístil, žádné zvýhodnění pro něho již neplatí. Zvýhodněná pole si započítává pouze hráč, který na ně položil kámen. Vytvoří-li hráč několik příkladů zároveň, pak se kameny, které leží ve více nově vytvořených příkladech, započítávají opakovaně (pro každý příklad zvlášť).

Využije-li hráč více zvýhodněných polí najednou, boduje se následovně:

- Získá-li hráč současně zvýhodnění kamenů i příkladu, započítá se nejprve zvýhodnění každého kamene a nakonec se znásobí celý příklad.
- Využije-li hráč dvou zvýhodnění celého příkladu, započítají se postupně obě zvýhodnění.
- Hráč, který v jednom tahu umístí všech sedm kamenů ze svého zásobníku, získá zvláštní prémii 50 bodů. Tato premie se připočte až po započtení všech zvýhodnění.

- Na konci hry je skóre každého z hráčů zmenšeno o hodnotu kamenů, které nepoužil. Pokud některému z hráčů nezbyl v zásobníku žádný kámen, k jeho skóre se přičtou hodnoty všech kamenů, které zbyly ostatním hráčům.

Pro kámen s hodnotou nula existují speciální pravidla. Nulou nesmí začínat zápis žádné nové početní operace. Samostatně se nesmí přičítat, odečítat, násobit ani dělit. Nula nesmí být ani výsledkem početní operace. Je-li nula součástí přikládané početní operace, nemusí jejím případným sousedstvím s některými z již ležících kamenů vzniknout nová početní operace. Z takového sousedství pak nevzniká ani bodový zisk.

Pokud se některému hráči nepodaří ze svých kamenů sestavit žádnou rovnici, může svůj tah využít k výměně několika nebo všech svých kamenů. To lze provést pouze v případě, že v sáčku zbývá více než 7 kamenů. Další možností je vzdát se tahu, to může hráč učinit kdykoliv.

Hra končí, jestliže některý hráč využil všechny své kameny a nemůže si již vylosovat žádné další. Nikdo další už nesmí táhnout a hráčům se upraví skóre podle kamenů, které jim zůstaly v ruce.

Hra ovšem nekončí, pokud již nelze losovat nové kameny, ale všem hráčům ještě nějaké zbývají v ruce a hráči s nimi umí táhnout. Teprve když se všichni hráči ve dvou po sobě jdoucích kolech vzdají tahu, hra skončí.

Příklady tahů a bodování:

1. tah

		2	4		

Druhá mocnina $2 = 4$
6 bodů

2. tah

	1	2	4	3	

$12 : 4 = 3$
10 bodů

3. tah

			6		
	1	2	4	3	
			2		

$6 - 4 = 2$
odmocnina ze 4 = 2
18 bodů (2 rovnosti)

4. tah

			6		
	1	2	4	3	
			2		
		7	4	9	

$6 \times 4 = 24$
druhá mocnina 7 = 49
mocnina 2 = 4
42 bodů (3 rovnosti)

5. tah

			6		
	1	2	4	3	
1	0	5	2		
		7	4	9	

$10 : 5 = 2$
 $2 + 5 = 7$
22 bodů (2 rovnosti)

6. tah

			6		
		2	4	3	
1	0	5	2		
		7	4	9	
			2	3	5

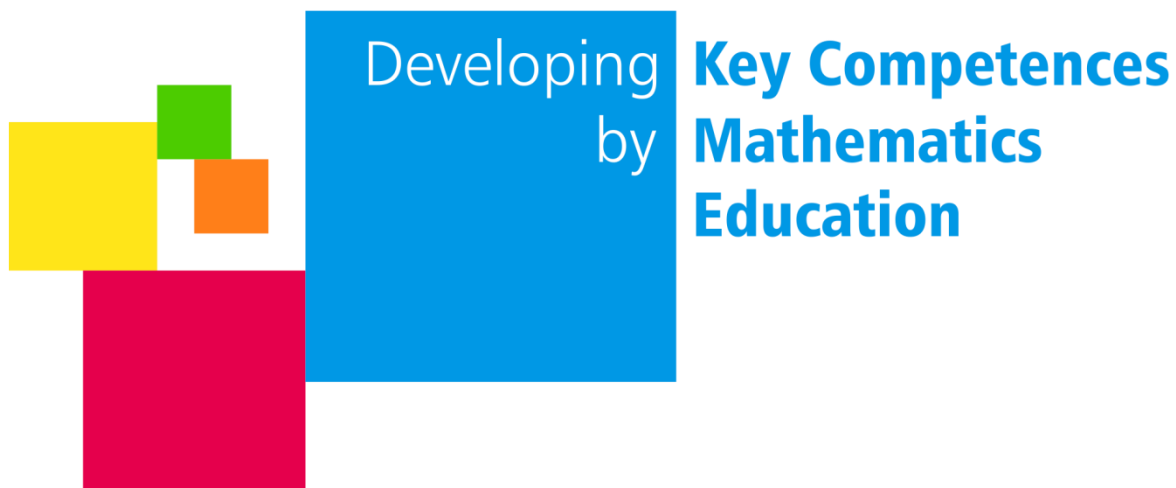
odmocnina ze 4 = 2
odmocnina z 9 = 3
 $2 + 3 = 5$
28 bodů

HRACÍ DESKA

3xPř			2xČ				3xPř				2xČ			3xPř
	2xPř				3xČ				3xČ				2xPř	
		2xPř				2xČ		2xČ				2xPř		
2xČ			2xPř				2xČ				2xPř			2xČ
				2xPř						2xPř				
	3xČ				3xČ				3xČ				3xČ	
		2xČ				2xČ		2xČ				2xČ		
3xPř			2xČ				START				2xČ			3xPř
		2xČ				2xČ		2xČ				2xČ		
	3xČ				3xČ				3xČ				3xČ	
				2xPř					2xPř					
2xČ			2xPř				2xČ			2xPř				2xČ
		2xPř				2xČ		2xČ				2xPř		
	2xPř				3xČ				3xČ				2xPř	
3xPř			2xČ				3xPř				2xČ			3xPř

HRACÍ KAMENY

0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9.	5	6.	7	8	9.



Mocniny čísla 2

Tereza Suchopárová

Cíl aktivity: procvičení operace mocnina se zaměřením na mocnění čísla 2, efekt opakovaného mocnění

Ročník: 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

operace mocnina

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování variant řešení
- **Kompetence k učení** – aplikuje nabyté znalosti, vytváří si jednoduché algoritmy, používá logické myšlení
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí svůj názor
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému na základě vlastních algoritmů

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list seznámí žáky se silou operace mocnění a ukáže, jak velká čísla můžeme opakovaným mocněním 2 dostat.

Především ve cvičení 2, kde žáci objeví, že od hodnot 2^5 a 5^2 je vždy větší mocnina 2 než druhá mocnina.

Také cvičení 3 rozvíjí představu o opakovaném mocnění a velikosti výsledných hodnot.

Další cvičení se zaměřují na aplikaci mocnin čísla 2.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Doplň mocniny dvojky.

$2^0 =$

$2^7 =$

$2^1 =$

$2^8 =$

$2^2 =$

$2^9 =$

$2^3 =$

$2^{10} =$

$2^4 =$

$2^{11} =$

$2^5 =$

$2^{12} =$

$2^6 =$

$2^{13} =$

Odkud tato čísla znáte?

.....

.....

2. ÚKOL:

Porovnej čísla.

$2^3 \quad 3^2$

$2^6 \quad 6^2$

$2^4 \quad 4^2$

$2^{30} \quad 30^2$

$2^5 \quad 5^2$

$2^{80} \quad 80^2$

Legenda o vynálezci šachů

Legenda o vynálezci šachů vypráví o moudrém muži, který učil čínského císaře hru v šachy. Císaři se hra natolik zalíbila, že ji chtěl od vynálezce koupit. Císař mu slíbil zaplatit, cokoliv si řekne. Vynálezce tedy nechal přinést rýži. Na první políčko položil jedno zrnko, na druhé dvě zrnka, na třetí osm zrníček. Za každé další políčko chtěl potom zaplatit dvojnásobek pole předchozího. Císař se velmi divil, proč je muž tak skromný. Velmi brzy ale poznal, jak moc se zmýlil. Když došli k 17 políčku, stůl,

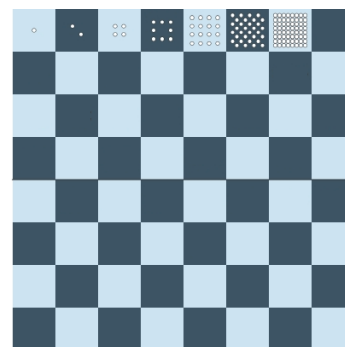


Obrázek 1 - Alpha Centauri³

na kterém hráli šachy, již nebyl vidět. Při 26 políčku se začala zaplňovat celá místnost. U 42 políčka byl již celý palác zasypaný rýží. Pokud by takto pokračovali dál, rýže by pokryla celou Indii do výšky pět stop. Pokud bychom takové množství rýže uspořádali do řady, dosáhla by zrníčka až k hvězdě Alpha Centauri, která je od nás vzdálena více než 4 světelné roky, a zpátky k Zemi. Dvakrát!

$$\begin{aligned} 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} &= \\ = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 9\,223\,372\,036\,854\,775\,808 &= \\ = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615 \end{aligned}$$

Toto množství rýže odpovídá zhruba $6,1 \cdot 10^{14}$ kg, přičemž celosvětová roční produkce rýže je $5 \cdot 10^{11}$ kg.



Obrázek 2 – Plnění šachovnice rýží²

S uvedenými čísly se setkáváme také v informatice. Čísla se v počítačích převádějí do tvaru zapsaného pomocí mocnin dvojky. Pomocí mocnin dvojky se také vyjadřuje množství paměti nebo velikosti disků. Disk o velikosti 2 GB nemá tedy ve skutečnosti 2000MB, ale 2048 MB. 4 GB disk má kapacitu 4096 MB a podobně.

3. ÚKOL:

Kolik MB se vejde na disky, kterým říkáme „osmigigový“ a „šesnáctigigový“?

.....

.....



Obrázek 3 – Flash disky³

³ Zdroj: <http://www.eso.org/public/archives/images/medium/eso1241e.jpg>

⁴ Zdroj: http://chiefmartec.com/post_images/Second_Half_of_the_Chessboard.png

⁵ Zdroj: http://www.geroskainos.lt/out/pictures/1/usb_atminties_kingston_8gb_datatraveler_dtse9_p1.jpg

4. ÚKOL:

Zapiš čísla 9, 40, 150 a 267 jako součet čísel, která jsi vypočítal v prvním úkolu.

$9 =$

$267 =$

$150 =$

$40 =$

Existuje číslo, které jako součet mocnin čísla 2 zapsat nepůjde?



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Doplň mocniny dvojky.

$$2^0 = 1$$

$$2^7 = 128$$

$$2^1 = 2$$

$$2^8 = 256$$

$$2^2 = 4$$

$$2^9 = 512$$

$$2^3 = 8$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^4 = 16$$

$$2^{11} = 2048$$

$$2^5 = 32$$

$$2^{12} = 4096$$

$$2^6 = 64$$

$$2^{13} = 8192$$

Odkud tato čísla znáte?

Informatika, hra 2048...

2. ÚKOL:

Porovnej čísla.

$$2^3 < 3^2$$

$$2^6 > 6^2$$

$$2^4 = 4^2$$

$$2^{30} > 30^2$$

$$2^5 > 5^2$$

$$2^{80} > 80^2$$

Legenda o vynálezci šachů

Legenda o vynálezci šachů vypráví o moudrém muži, který učil čínského císaře hru v šachy. Císaři se hra natolik zalíbila, že ji chtěl od vynálezce koupit. Císař mu slíbil zaplatit, cokoliv si řekne. Vynálezce tedy nechal přinést rýži. Na první políčko položil jedno zrnko, na druhé dvě zrnka, na třetí osm zrníček. Za každé další políčko chtěl potom zaplatit dvojnásobek pole předchozího. Císař se velmi divil, proč je muž tak skromný. Velmi brzy ale poznal, jak moc se zmýlil. Když došli k 17 políčku, stůl,

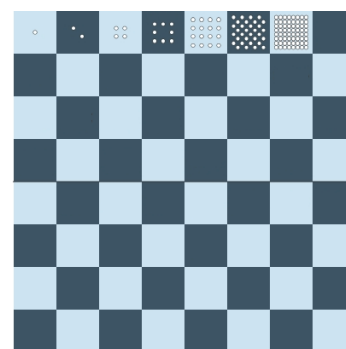


Obrázek 2 - Alpha Centauri³

na kterém hráli šachy, již nebyl vidět. Při 26 políčku se začala zaplňovat celá místnost. U 42 políčka byl již celý palác zasypaný rýží. Pokud by takto pokračovali dál, rýže by pokryla celou Indii do výšky pět stop. Pokud bychom takové množství rýže uspořádali do řady, dosáhla by zrníčka až k hvězdě Alpha Centauri, která je od nás vzdálena více než 4 světelné roky, a zpátky k Zemi. Dvakrát!

$$\begin{aligned} 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} &= \\ = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 9\,223\,372\,036\,854\,775\,808 &= \\ = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615 \end{aligned}$$

Toto množství rýže odpovídá zhruba $6,1 \cdot 10^{14}$ kg, přičemž celosvětová roční produkce rýže je $5 \cdot 10^{11}$ kg.



Obrázek 2 – Plnění šachovnice rýží²

S uvedenými čísly se setkáváme také v informatice. Čísla se v počítačích převádějí do tvaru zapsaného pomocí mocnin dvojky. Pomocí mocnin dvojky se také vyjadřuje množství paměti nebo velikosti disků. Disk o velikosti 2 GB nemá tedy ve skutečnosti 2000MB, ale 2048 MB. 4 GB disk má kapacitu 4096 MB a podobně.

3. ÚKOL:

Kolik MB se vejde na disky, kterým říkáme „osmigigový“ a „šesnástigigový“?

8192 MB a 16384 MB.



Obrázek 3 – Flash disky³

⁶ Zdroj: <http://www.eso.org/public/archives/images/medium/eso1241e.jpg>

⁷ Zdroj: http://chiefmartec.com/post_images/Second_Half_of_the_Chessboard.png

⁸ Zdroj: http://www.geroskainos.lt/out/pictures/1/usb_atminties_kingston_8gb_datatraveler_dtse9_p1.jpg

4. ÚKOL:

Zapiš čísla 9, 40, 150 a 267 jako součet čísel, která jsi vypočítal v prvním úkolu.

$$9 = 2^3 + 2^1$$

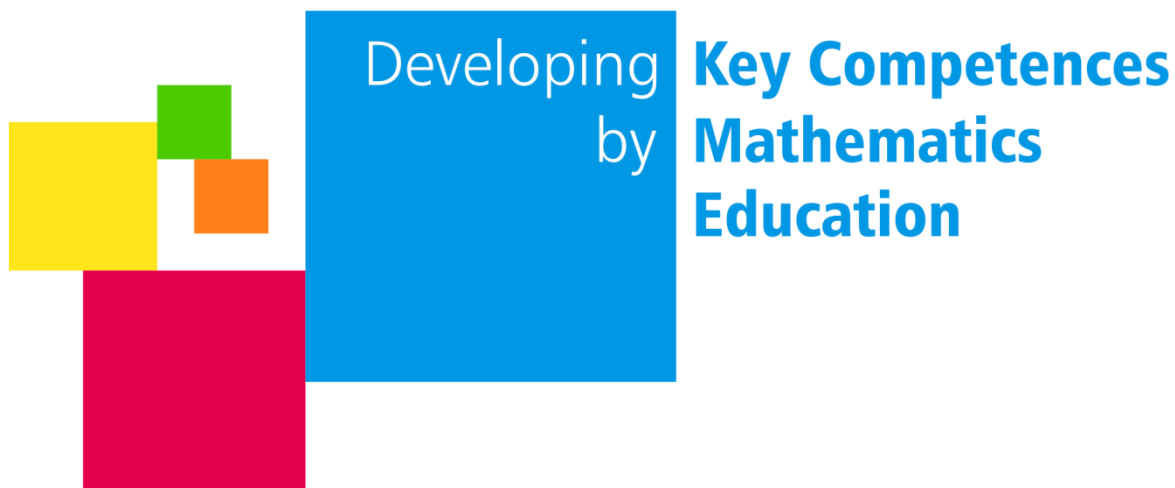
$$267 = 2^5 + 2^3$$

$$150 = 2^7 + 2^4 + 2^2 + 2^1$$

$$40 = 2^8 + 2^3 + 2^1 + 2^0$$

Existuje číslo, které jako součet mocnin čísla 2 zapsat nepůjde?

Neexistuje.



Porovnávání zlomků

Jana Kaňková

Cíl aktivity: sestavení názorné pomůcky, která žákům pomůže pro utvoření správné představy o velikosti zlomku a porovnávání zlomků

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti zlomků

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně vyřeší problémy, vyvodí správný postup vedoucí k objasnění problematiky. Sleduje svůj postup v řešení, případně najde a opraví chybu
- **Kompetence pracovní** – používá bezpečně materiály mu svěřené, dodržuje pravidla a plní povinnosti
- **Kompetence k učení** – vybere nejefektivnější způsob řešení, plánuje a organizuje. Ovládá potřebnou terminologii

Prostředky a pomůcky:

tvrdé papíry (různě barevné), nůžky, rýsovací potřeby nýtovací kleště

Metodický a didaktický komentář:

Na základě učitelových pokynů si žáci sami vyrobí vlastní pomůcku. Pomůcka slouží k vytvoření představy o velikosti různých zlomků a jejich porovnání.

Barevné papíry slouží pro odlišení velikosti zlomků (např. pro čtvrtiny zvolím modrou barvu papíru, pro šestiny žlutou apod.)

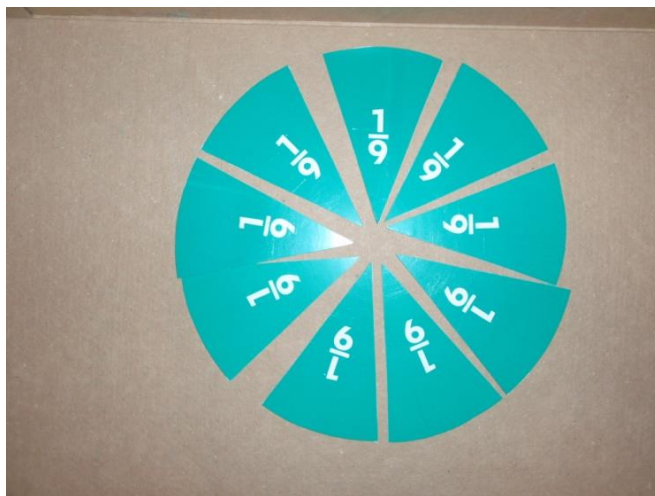
Žáci z papíru vytvoří kruh maximálního možného průměru. Kruh dále rozdělí na šestiny, pětiny, desetiny atd. dle toho jakou barvu mají.

Takto vzniklé výseče spojíme v jejich špičce nýtovacími kleštěmi.

Vznikne nám otočný kruh, který nám ukáže jednotlivé části kruhu, ale složíme i celý.

PRACOVNÍ LIST

Ukázka pro devítiny:



Obrázek 3 - Kruh z tvrdé fólie rozstříhaný na devítiny



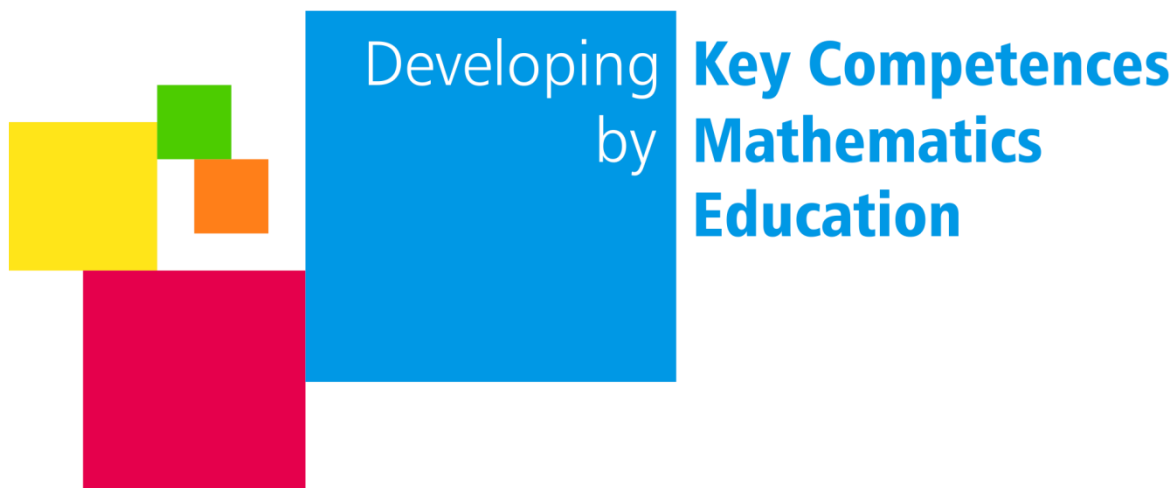
Obrázek 4 – Spojení jednotlivých výsečí nýtem



Obrázek 5 - Výsledná pomůcka

Ukázky pro další zlomky:





Rozšiřování a krácení zlomků – výroba pomůcky

Jana Kaňková

Cíl aktivity: úvod do učiva rozšiřování a krácení zlomků. Podněcovat žáky k tvořivému myšlení a řešení problému. Žáci si sami vyrobí pomůcku pro snadnější zvládnutí látky rozšiřování zlomků

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

terminologie zlomků

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – operuje s termíny, znaky a symboly

Prostředky a pomůcky:

průhledné fólie, tvrdší papír, nůžky, kružítko, úhloměr, pravítko

Metodický a didaktický komentář:

Každému žákovi je rozdán tvrdší papír a tři průhledné fólie.

Žák si vytvoří čtyři stejné kruhy, jeden z tvrdšího papíru, tři z průhledných fólií. To posléze poslouží jako výukový materiál.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Z tvrdšího papíru sestrojte kruh. Ze tří průhledných fólií taktéž.

Kruhy sestroj tak, aby měli maximální možný poloměr.

2. ÚKOL:

Kruh z tvrdšího papíru rozděl na 12 stejných částí, vyznač pouze tužkou - nic nestříhej!

Jak budeš postupovat? Jaké rýsovací potřeby využiješ? Jak velký je úhel jedné výseče?

Co znamená v matematice výseč?

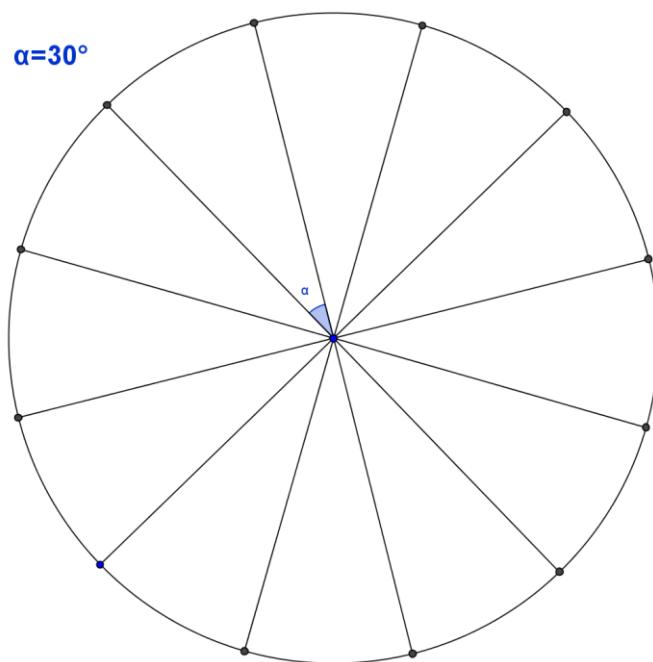
3. ÚKOL:

První kruh z průhledné fólie rozstříhni na třetiny, druhý na čtvrtiny, třetí rozděl stejně jako

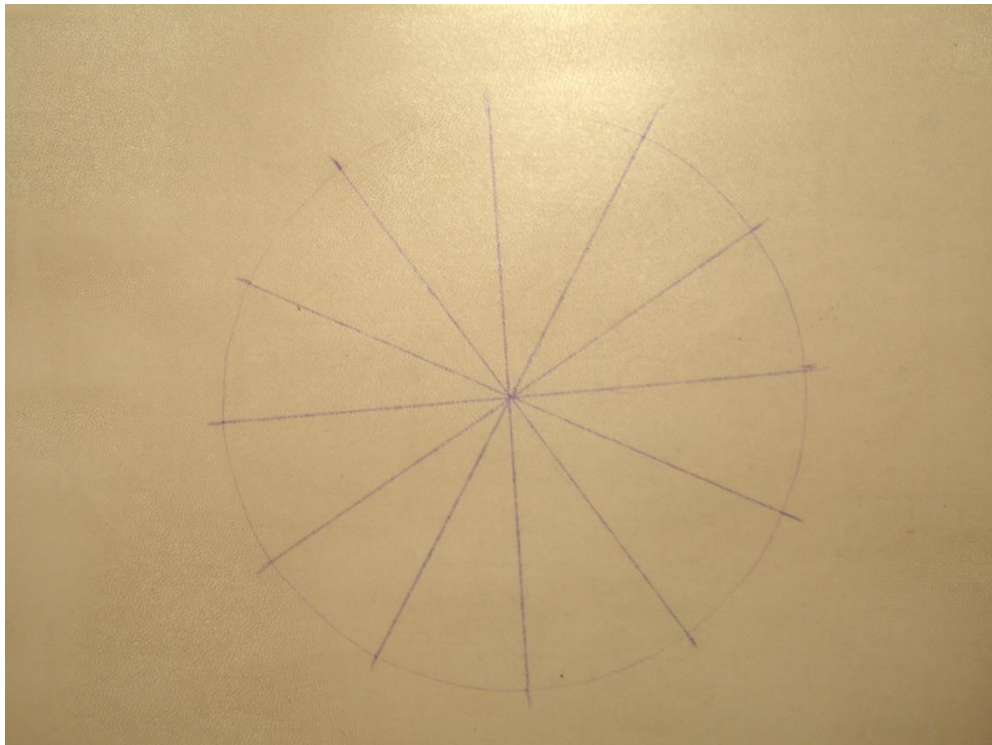
kruh z tvrdšího papíru – tedy na 12 stejných částí, ale tentokrát jej rozstříhej.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

2. ÚKOL:

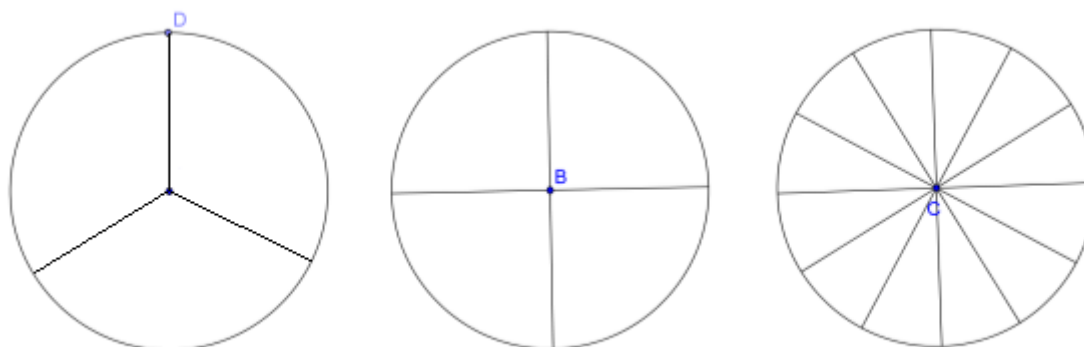


Obrázek 6 - Náskres rozdělení kruhu na 12 shodných částí včetně velikosti úhlu

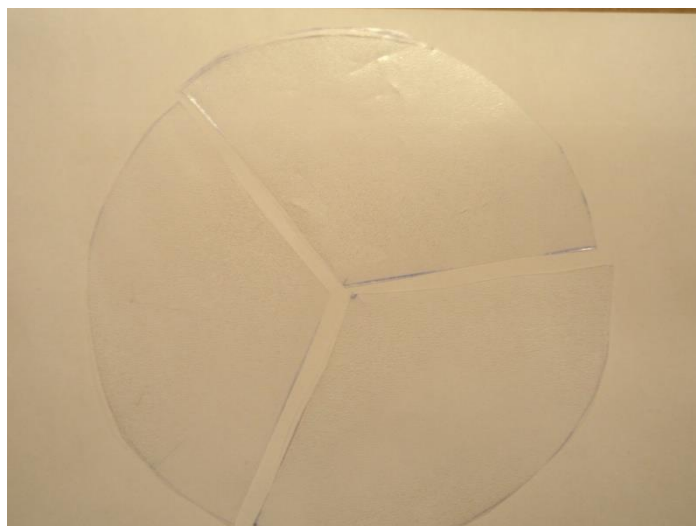


Obrázek 7 - Výseče na tvrdším papíru

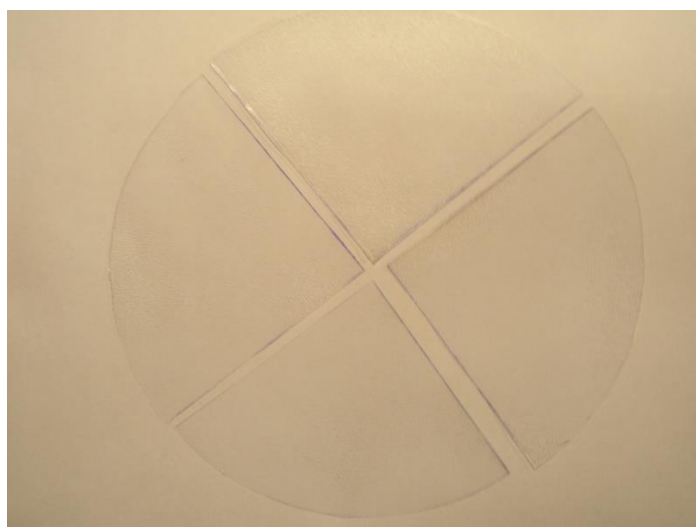
3. ÚKOL:



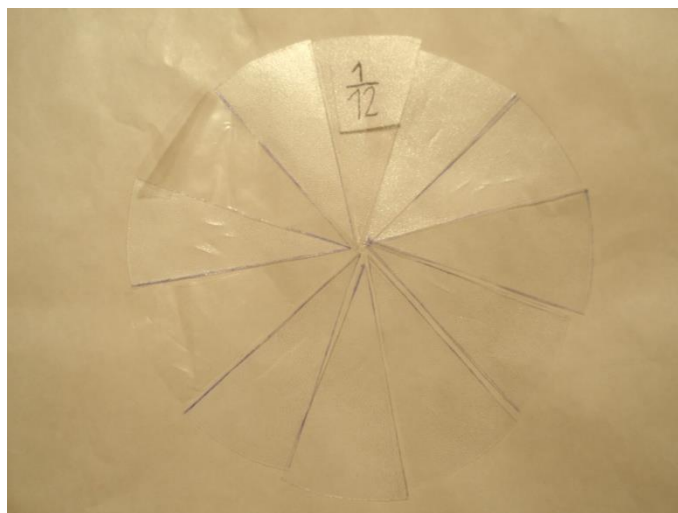
Obrázek 8 - - Nákres rozdělení kruhu na 3, 4 a 12 shodných částí



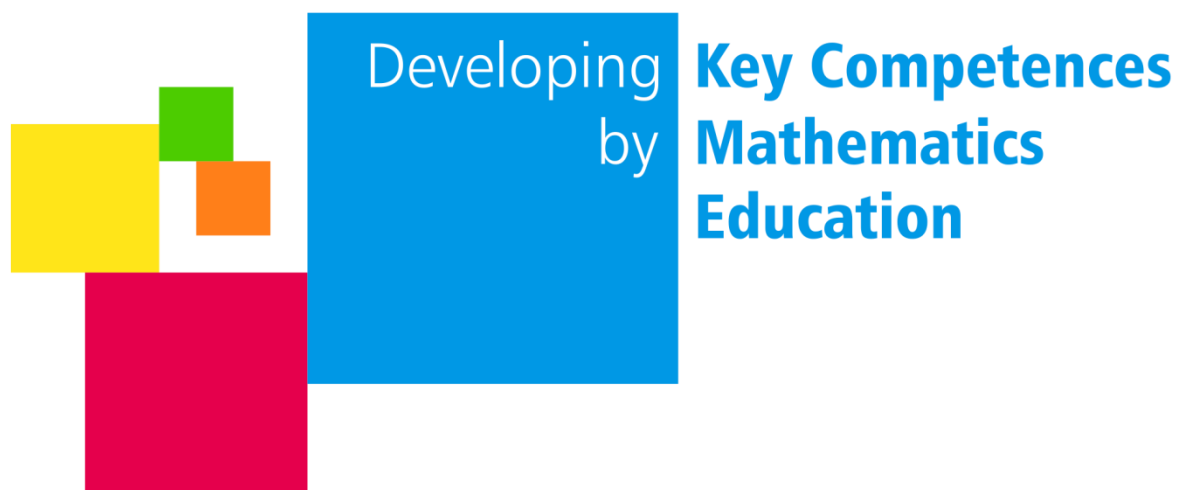
Obrázek 9 - Kruh z fólie rozstříhaný na třetiny



Obrázek 10 - Kruh z fólie rozstříhaný na čtvrtiny



Obrázek 11 - Kruh z fólie rozstříhaný na dvanáctiny



Rozšiřování a krácení zlomků

Jana Kaňková

Cíl aktivity: sestavení pracovního listu, který využívá pomůcku vyrobenou v předchozím pracovním listu – Rozšiřování a krácení zlomků. Žáci si názornou formou osvojí problematiku krácení a rozšiřování zlomků. Cvičí svoji představivost a logické myšlení. Pomůcka slouží k lepšímu pochopení a zapamatování problematiky

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

terminologie zlomků

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – operuje s termíny, znaky a symboly. Ovládá terminologii

Prostředky a pomůcky:

vyrobená pomůcka z předchozího pracovního listu

Metodický a didaktický komentář:

Na základě učitelových pokynů a rad si žáci na pomůcce názorně ukáží danou problematiku.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Odpovídej a zároveň znázorňuj pomocí přikládání výsečí z průhledné fólie na tvrdší papír.

- a) Z kolika polovin je tvořen celý kruh?
- b) Z kolika čtvrtin je tvořen kruh?
- c) Když je kruh rozdělen na 12 stejných částí, jakou část představuje jedna výseč? Zapiš ve tvaru zlomku.
- d) Přilož na tvrdší papír průhlednou fólii představující polovinu. Kolik výsečí naznačených tužkou na tvrdším papíru překrývá?
- e) Přilož na tvrdší papír průhlednou fólii představující polovinu. Kolik výsečí průhledné fólie, představující čtvrtiny musíš přiložit, aby platila rovnost? Kolik výsečí průhledné fólie, představující dvanáctiny musíš přiložit, aby platila rovnost?
- f) Stejně jako v bodě e) rozpracuj i pro tři čtvrtiny kruhu a celý kruh. Je-li to možné, přikládej poloviny, čtvrtiny i dvanáctiny najednou. Vždy zapiš pomocí rovnosti zlomků. (např. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{6}{12}$)
- g) Jak je možné, že různé zlomky, představují stejnou část celku?

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Pro názornost je pomůcka vytvořena z barevných papírů, nikoliv průhledných fólií.

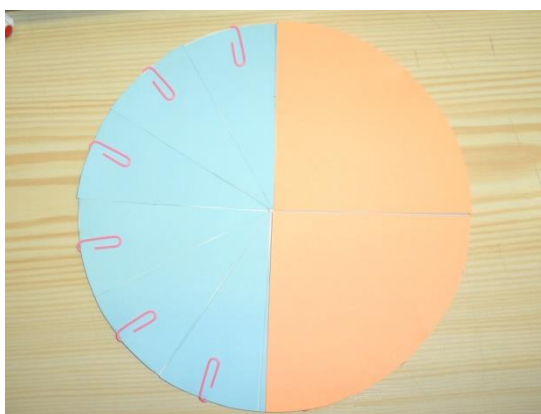
1. ÚKOL:

Odpovídej a zároveň znázorňuj pomocí přikládání výsečí z průhledné fólie na tvrdší papír.

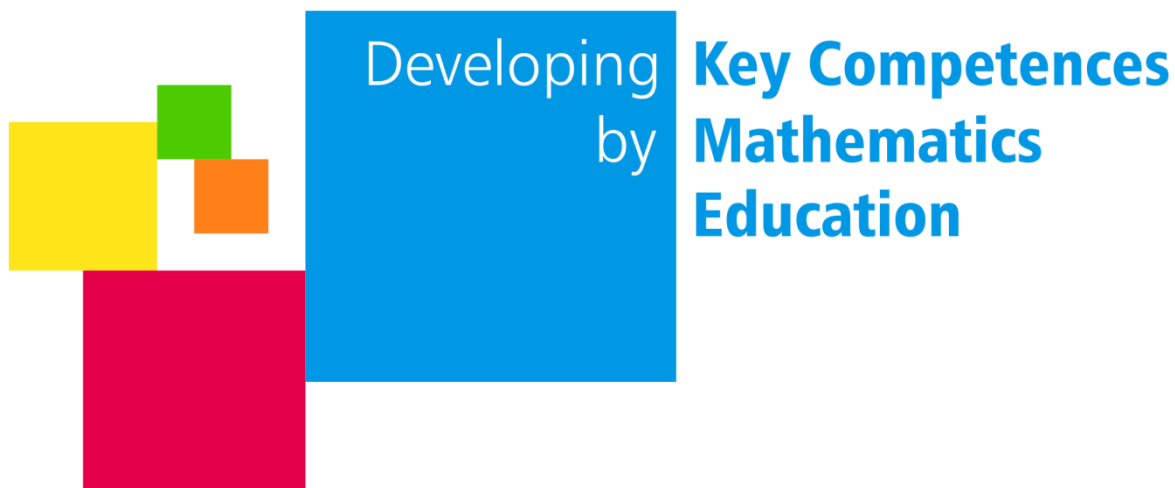
- a) Kruh je tvořen dvěma polovinami.
- b) Kruh je tvořen čtyřmi čtvrtinami.
- c) $\frac{1}{12}$
- d) Bílá čtvrtka představuje polovinu, překrývá 12 výsečí.



- e) Na polovinu musím přiložit dvě čtvrtiny, a šest výsečí představující dvanáctiny, aby platila rovnost. (oranžová část, představuje dvě čtvrtiny).



- f) Úkol podobný bodu e) Pro třičtvrtiny kruhu nelze přiložit poloviny. Proč?
Výsečí bych přiložila 9. ($\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$).



Rychlost růstu sněhové vločky a její povrch

Jiří Kopecký

Cíl aktivity: matematizace procesů reálného světa, vyjádření úměrnosti tabulkou, výpočet strany čtverce z obsahu, rozvoj systematickosti

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

úměrnost (prostá)

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – rozvíjí zkušenosti s matematickým modelováním (matematizací reálných situací), k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití. Využívá matematických poznatků a dovedností při odhadu a porovnávání velikostí a vzdáleností. Rozvíjí paměť prostřednictvím numerických výpočtů a osvojováním si nezbytných matematických vzorců a algoritmů
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Před použitím pracovního listu je vhodné nejprve uvést žáky do tématu dvěma pracovními listy Znáznornění sněhové vločky užitím symetrie a Obsah plochy sněhové vločky.

Povrchem nebo obsahem povrchu vločky můžeme myslet součet obou jejích stran. Pro zjednodušení však uvažujeme pouze obsah útvaru v rovině, výsledky pro dokonale plochou vločku v prostoru by byli vždy dvojnásobkem.

Poznámky:

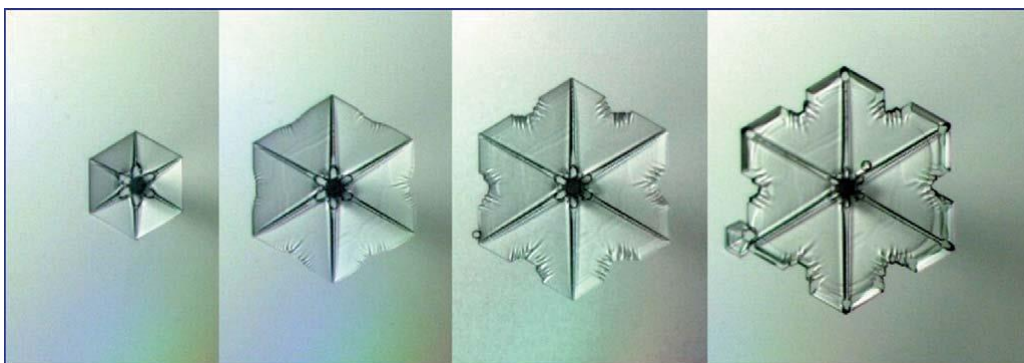
Úloha je vyňata, přeložena a upravena z volně použitelné knihy Space Math X⁹, která vznikla v rámci projektu Space Math @ NASA¹⁰.

⁹ Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov/SMBooks/SMBook10.pdf>

¹⁰ Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov>

PRACOVNÍ LIST

Rychlost růstu sněhové vločky a její povrch



Sněhová vločka je plochý útvar, jehož obsah se v průběhu času zdvojnásobuje tím, jak na jeho povrchu kondenzují malé kapičky. Při průměrné oblačnosti se obsah plochy zdvojnásobuje každé dvě hodiny.

Bez ohledu na tvar, obsah mnohoúhelníku se s rostoucí velikostí zvětšuje o pevně dané množství.

1. ÚKOL:

Předpokládejme, že se obsah plochy zdvojnásobí každé dvě hodiny. Ke kolika zdvojnásobení dojde během 8 hodin?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Je-li obsah plochy sněhové vločky na začátku růstu 1 čtvereční milimetr, jaký bude její obsah po 8 hodinách? Vytvořte tabulku pro obsah a velikost sněhové vločky, abyste si myšlenky lépe uspořádali.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Pokud šířka sněhové vločky na začátku růstu byla 1 mm a její obsah se zdvojnásobí každé 2 hodiny. Jaká bude šířka vločky na konci sněhové vichřice, která trvá 8 hodin?

.....

.....

.....

.....

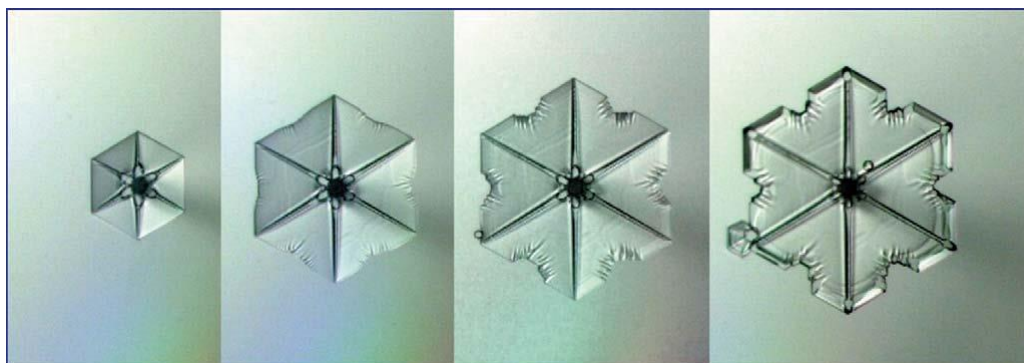
.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Rychlost růstu sněhové vločky a její povrch



1. ÚKOL:

Předpokládejme, že se obsah plochy zdvojnásobí každé dvě hodiny. Ke kolika zdvojnásobení dojde během 8 hodin?

$$8 / 2 = 4$$

2. ÚKOL:

Je-li obsah plochy sněhové vločky na začátku růstu 1 čtvereční milimetr, jaký bude její obsah po 8 hodinách? Vytvořte tabulku pro obsah a velikost sněhové vločky, abyste si myšlenky lépe uspořádali.

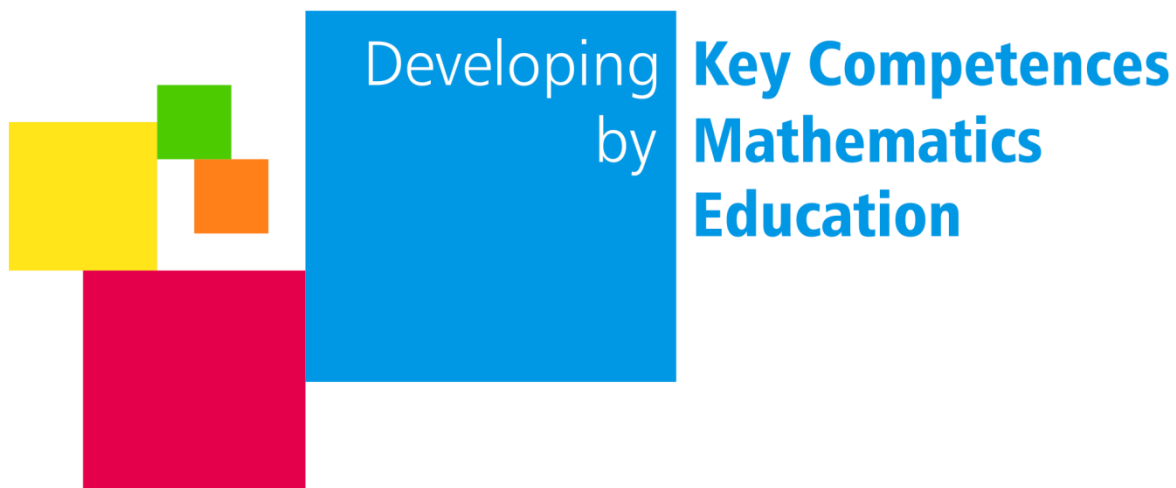
Hodin	0	2	4	6	8	10	12
Zdvojení	0	1	2	3	4	5	6
Obsah	1	2	4	8	16	32	64
Šířka	1	1,4	2	2,8	4	5,7	8

Obsah bude $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ krát větší, tedy 16 mm².

3. ÚKOL:

Pokud šířka sněhové vločky na začátku růstu byla 1 mm a její obsah se zdvojnásobí každé 2 hodiny. Jaká bude šířka vločky na konci sněhové vichřice, která trvá 8 hodin?

8 hodin = 4 zdvojnásobení, obsah se zvětší 16 krát. Buďto si uvědomíme, že obsah = šířka × šířka a $16 = 4 \times 4$, nebo stačí šířku vynásobit 4 a tedy $1 \text{ mm} \cdot 4 = 4 \text{ mm}$.



Spotřeba automobilu

Tereza Suchopárová

Cíl aktivity: seznámení s faktory ovlivňujícími spotřebu

Ročník: 6. - 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

práce s tabulkou, základní výpočty, porovnávání

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhajuje své řešení

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Žáci jsou v tomto pracovním listě nuceni se zamyslet nad tím, jejich rodina využívá automobil, v jakém provozu jezdí, jak často, a jaké jsou ceny benzínu/nafty. V návaznosti na to mají rozhodnout, zda je pro jejich vlastní rodinu lepší pořídit si automobil s benzínovým nebo naftovým motorem.

Jedná se o reálnou životní situaci.

PRACOVNÍ LIST

Spotřeba automobilu

Tvoji rodiče si chtějí pořídit nový automobil. Jelikož chtějí podpořit domácí výrobu, vybírají z následujících modelů: Škoda Fabia Combi, Škoda Rapid, Škoda Octavia.

Model, motor	Octavia (benzín)	Octavia (nafta)	Fabia Combi (benzín)	Fabia Combi (nafta)	Rapid (benzín)	Rapid (nafta)
Spotřeba ve městě (l/100 km)	6,6	5,2	6,0	4,0	6,5	5,6
Spotřeba mimo město (l/100 km)	4,4	3,5	4,0	3,1	4,4	3,7
Kombinovaná spotřeba (l/100 km)	5,2	4,1	4,7	3,4	5,1	4,4
cena (Kč)	347 900	405 900	278 900	332 900	313 900	377 900

1. ÚKOL:

Srovnej jednotlivé modely od nejlevnějšího po nejdražší.

.....

.....

2. ÚKOL:

Porovnej cenu benzínových a naftových modelů.

.....

.....

3. ÚKOL:

Porovnej spotřebu benzínových a naftových modelů.

.....

.....

4. ÚKOL:

Pozorně si prohlédni všechny tři údaje o spotřebě jednotlivých vozů. Jak je vypočítávána kombinovaná spotřeba?

.....

.....

5. ÚKOL:

Skutečná spotřeba závisí na počtu ujetých kilometrů ve městě a počtu ujetých kilometrů mimo město. Odhadni, kolik km měsíčně ujede vaše rodina v autě ve městě a mimo město.

.....

.....

6. ÚKOL:

Vyber si jeden ze tří modelů v tabulce a vypočítej, jaká by byla přibližně spotřeba vaší rodiny.

.....

.....

.....

7. ÚKOL:

Najdi si na internetu aktuální cenu benzínu a nafty u čerpací stanice ve tvém okolí a vypočítej, kolik Kč byste v tomto autě projeli.

.....

.....

8. ÚKOL:

Porovnej spotřebu a cenu tebou vybraného vozu v benzínové a naftové variantě. Kolik km by tvoje rodina musela v autě najezdit, aby se vyplatilo pořídit si naftový model?

.....

.....

9. ÚKOL:

Podle odhadu najetých km za měsíc ve cvičení 5 rozhodni, za jak dlouho by se vám investice do naftového motoru vrátila.

.....

.....

10. ÚKOL:

Jaké auto bys rodičům ve výsledku doporučil?

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Spotřeba automobilu

Model, motor	Octavia (benzín)	Octavia (nafta)	Fabia Combi (benzín)	Fabia Combi (nafta)	Rapid (benzín)	Rapid (nafta)
Spotřeba ve městě (l/100 km)	6,6	5,2	6,0	4,0	6,5	5,6
Spotřeba mimo město (l/100 km)	4,4	3,5	4,0	3,1	4,4	3,7
Kombinovaná spotřeba (l/100 km)	5,2	4,1	4,7	3,4	5,1	4,4
cena (Kč)	347 900	405 900	278 900	332 900	313 900	377 900

1. ÚKOL:

Srovnej jednotlivé modely od nejlevnějšího po nejdražší.

Fabia Combi (benzín), Rapid (benzín), Fabia Combi (nafta), Octavia (benzín), Rapid (nafta), Octavia (nafta).

2. ÚKOL:

Porovnej cenu benzínových a naftových modelů.

Naftový model je vždy dražší.

3. ÚKOL:

Porovnej spotřebu benzínových a naftových modelů.

Naftový motor má vždy menší spotřebu.

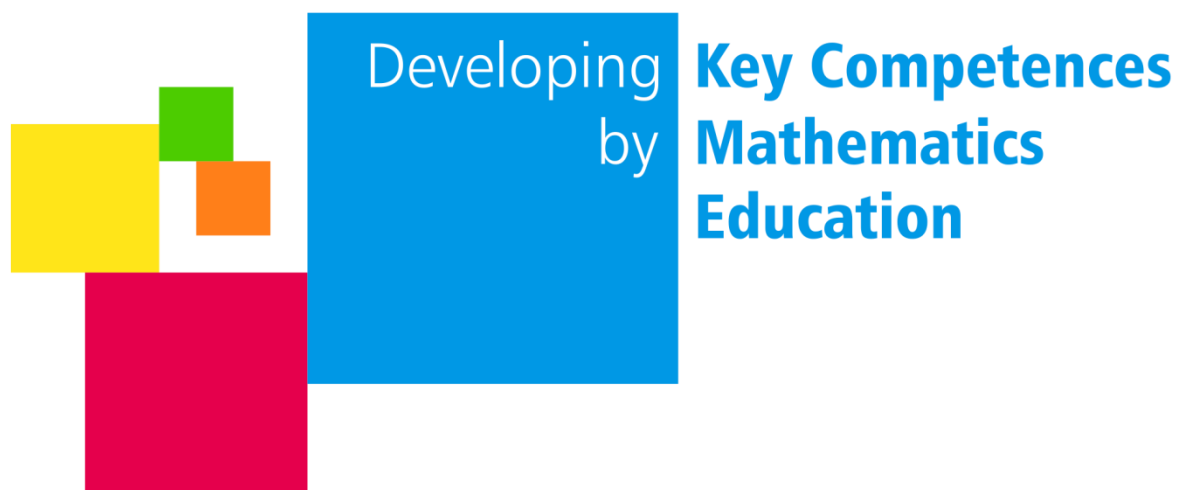
4. ÚKOL:

Pozorně si prohlédni všechny tři údaje o spotřebě jednotlivých vozů. Jak je vypočítávána kombinovaná spotřeba?

Jako průměr spotřeby ve městě a mimo něj – automobil by musel jezdit půl na půl.

5. – 10. ÚKOL:

Záleží na odhadu žáka.



Závislosti obvodu a obsahu čtverce a obdélníku na délce stran

Tereza Suchopárová

Cíl aktivity: pozorování a interpretace závislostí

Ročník: 7. / 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní funkce, práce s grafem, vzorce pro obvod a obsah čtverce a obdélníka

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy
- **Kompetence k učení** – realizuje vlastní nápady, aplikuje nabyté znalosti, pracuje s grafy a tabulkami
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, umí číst grafy a obrázkové materiály
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, soubor v programu GeoGebra, počítače

Metodický a didaktický komentář:

Předložený pracovní list může sloužit jako pomůcka při výkladu funkcí, či při jejich procvičování v 9. ročníku.

Po menších úpravách lze pracovní list využít také při zavedení přímé a nepřímé úměrnosti v 7. třídě (zde je lepší kvadratickou funkci vynechat a zaměřit se jen na funkci lineární a lineárně lomenou, dále je potřeba zdůraznit poměry mezi prvky v tabulce).

Úloha 3 je účelnější, pokud má každý žák možnost pracovat na vlastním počítači.

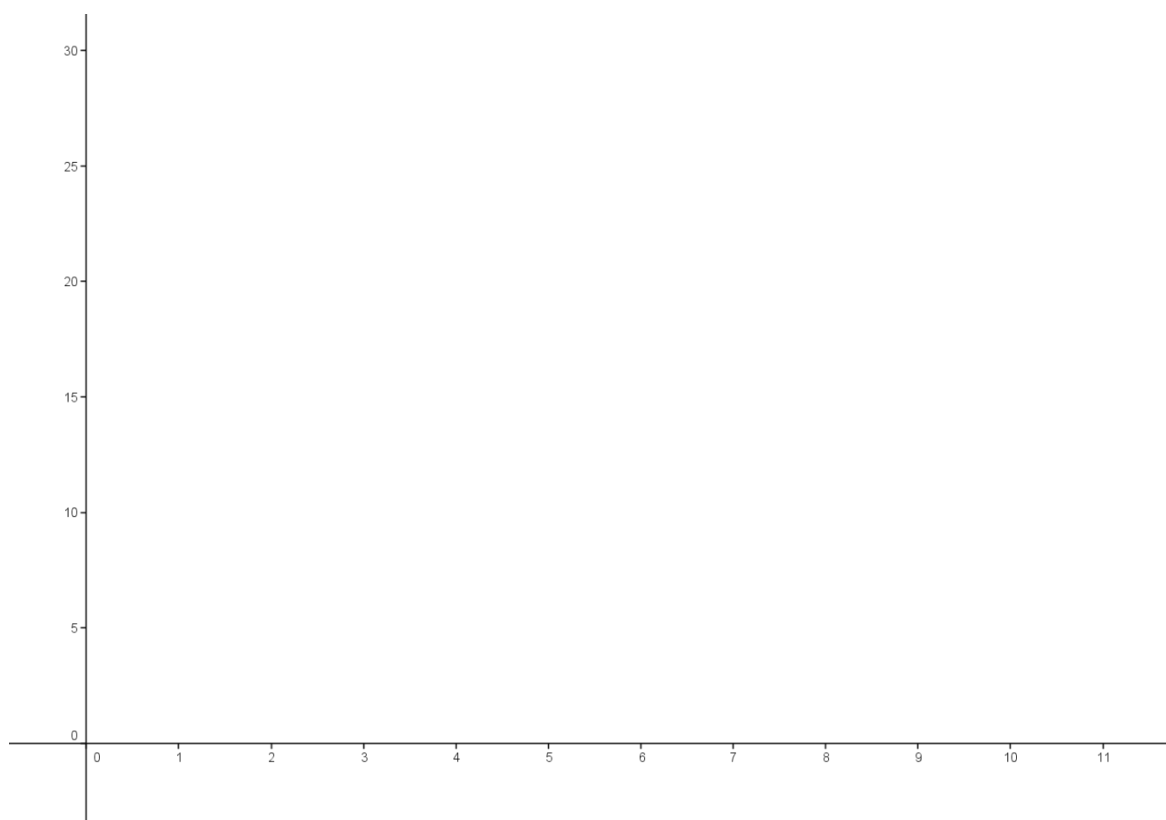
PRACOVNÍ LIST

Závislosti obvodu a obsahu čtverce a obdélníku na délce stran

1. ÚKOL:

Vypočítej obvod a obsah jednotlivých čtverců podle délek stran a doplň údaje do tabulky. Poté zanes hodnoty do grafu a načrtni příslušné funkce, barevně je odliš. O jaké funkce se jedná?

a	1	2	3	5
o				
S				



2. ÚKOL:

Pro jakou délku strany bude mít obsah i obvod čtverce stejnou hodnotu? Zakresli do grafu.

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem

Suchoparova-Zavislosti.ggb

1. ÚKOL:

V souboru připraveném v programu GeoGebra je narysován obdélník jehož délky stran lze měnit posuvníkem. Pozoruj, jak se obdélník mění. Co platí pro jeho obsah?

.....

.....

.....

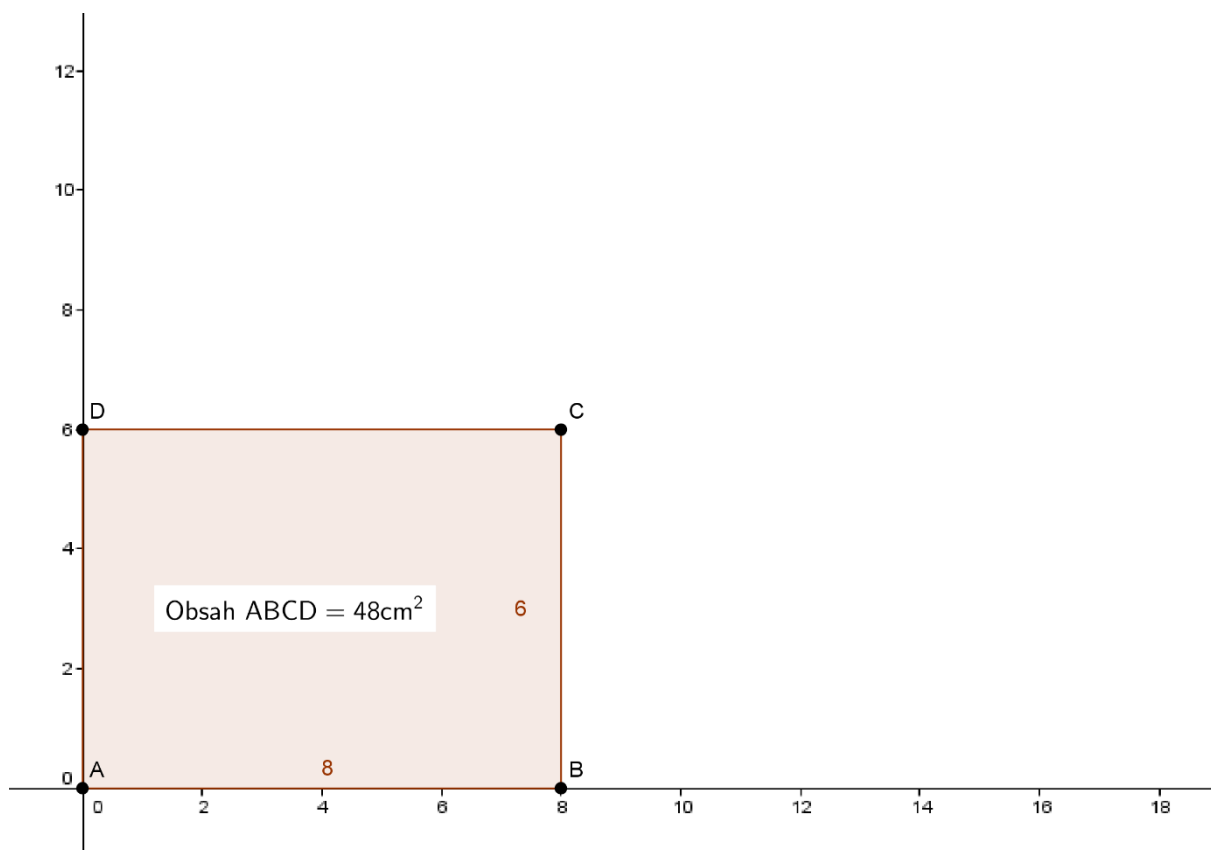
2. ÚKOL:

Pomocí posuvníku zobraz obdélníky o zadaných délkách strany a . Pro každý uvedený případ zapiš souřadnice bodu C a zakresli je do grafu.

$a=6$	$C=[\quad]$
$a=4$	$C=[\quad]$
$a=8$	$C=[\quad]$
$a=3$	$C=[\quad]$
$a=12$	$C=[\quad]$
$a=48$	$C=[\quad]$

3. ÚKOL:

V programu GeoGebra zapni stopu bodu C a posuvníkem měň hodnoty. Jakou funkci vykresluje bod C?. Sestroj podobný graf a funkci opět pojmenuj.



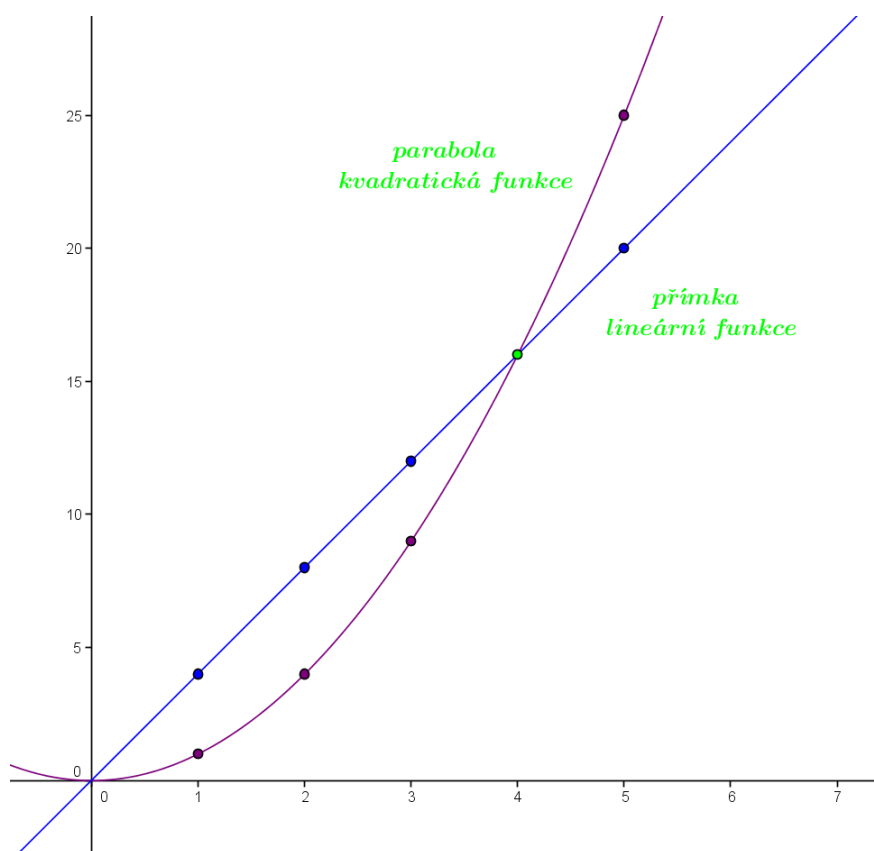
PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Závislosti obvodu a obsahu čtverce a obdélníku na délce stran

1. ÚKOL:

Vypočítej obvod a obsah jednotlivých čtverců podle délek stran a doplň údaje do tabulky. Poté zanes hodnoty do grafu a načrtni příslušné funkce, barevně je odliš. O jaké funkce se jedná?

a	1	2	3	5
o	4	8	12	20
S	1	4	9	25



Lineární a kvadratická funkce.

2. ÚKOL:

Pro jakou délku strany bude mít obsah i obvod čtverce stejnou hodnotu? Zakresli do grafu.

$$a = 4$$

$$o = 4 \cdot a = 4 \cdot 4 = 16$$

$$S = a^2 = 4^2 = 16$$

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem

Suchoparova-Zavislosti.ggb

1. ÚKOL:

V souboru připraveném v programu GeoGebra je narýsován obdélník jehož délky stran lze měnit posuvníkem. Pozoruj, jak se obdélník mění. Co platí pro jeho obsah?

Obsah je konstantní, nemění se.

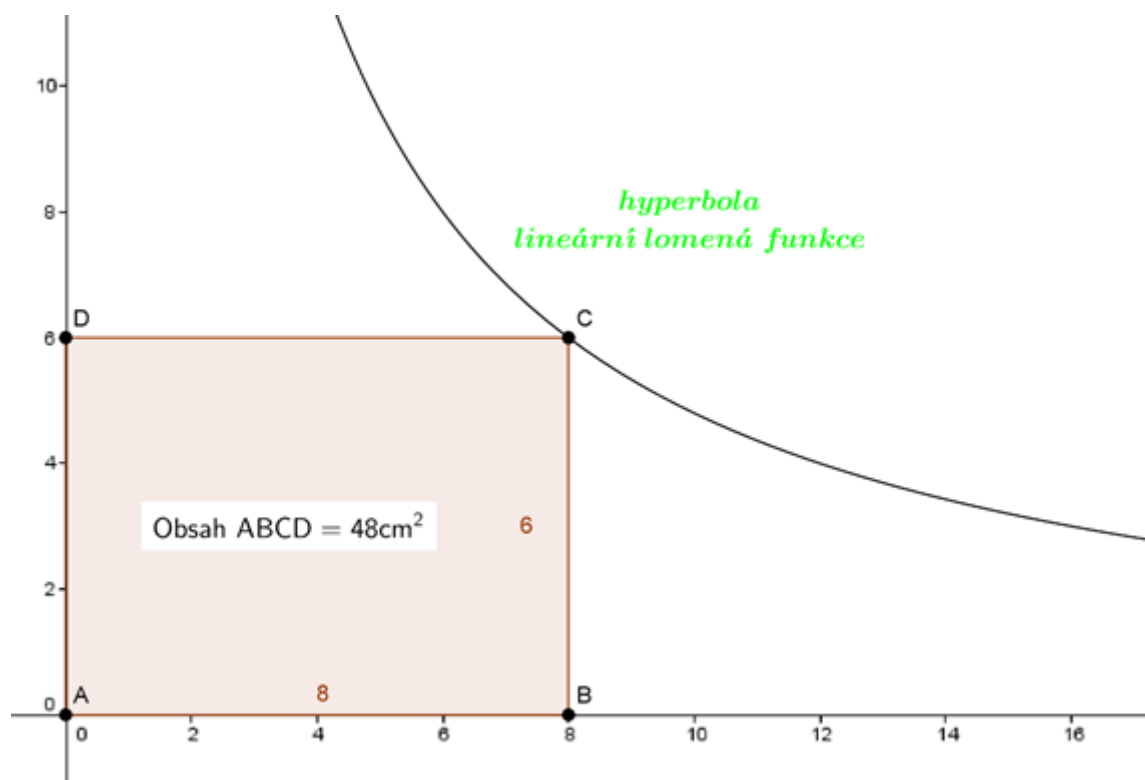
2. ÚKOL:

Pomocí posuvníku zobraz obdélníky o zadaných délkách strany a. Pro každý uvedený případ zapiš souřadnice bodu C a zakresli je do grafu.

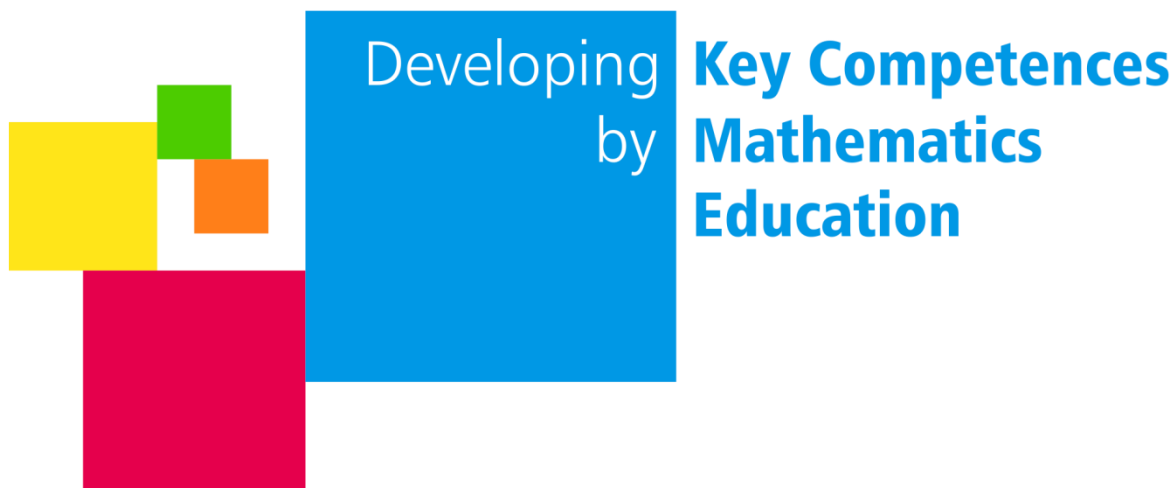
a=6	C=[6, 8]
a=4	C=[4, 12]
a=8	C=[8, 6]
a=3	C=[3, 16]
a=12	C=[12, 3]
a=48	C=[48, 1]

3. ÚKOL:

V programu GeoGebra zapni stopu bodu C a posuvníkem měň hodnoty. Jakou funkci vykresluje bod C? Sestroj podobný graf a funkci opět pojmenuj.



Lineární lomená funkce.



Ztracený dědeček

Tereza Suchopárová

Cíl aktivity: procvičování

Ročník: 8. – 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

Pythagorova věta, obsah kruhu

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k učení** – (žák) aplikuje nabyté znalosti, vytváří si jednoduché algoritmy, používá logické myšlení
- **Kompetence k řešení problému** – volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování variant řešení.
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí svůj názor.
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému na základě vlastních algoritmů.

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, počítač pro každého žáka nebo do dvojice

Metodický a didaktický komentář:

Aby žáci zachránili dědečka, musí vyřešit jeho šifru. Výsledky jednotlivých úloh jsou klíčem k otevření jednotlivých souborů.

Pokud žák zadá správný klíč, otevře se soubor, ve kterém je napsána indicie.

Pomocí všech indicií poté žáci mohou odhalit, kde najdou pravého dědečka.

Poznámky:

Indicie jsou přiloženy jako samostatné soubory: [indicie1.docx](#), [indicie2.docx](#), [indicie3.docx](#), [indicie4.docx](#).

PRACOVNÍ LIST

Vnoučata pana Lebedy milují hádanky. A on jim je zase rád vymýšlí. Tentokrát si pro ně připravil obzvláště složitý úkol.

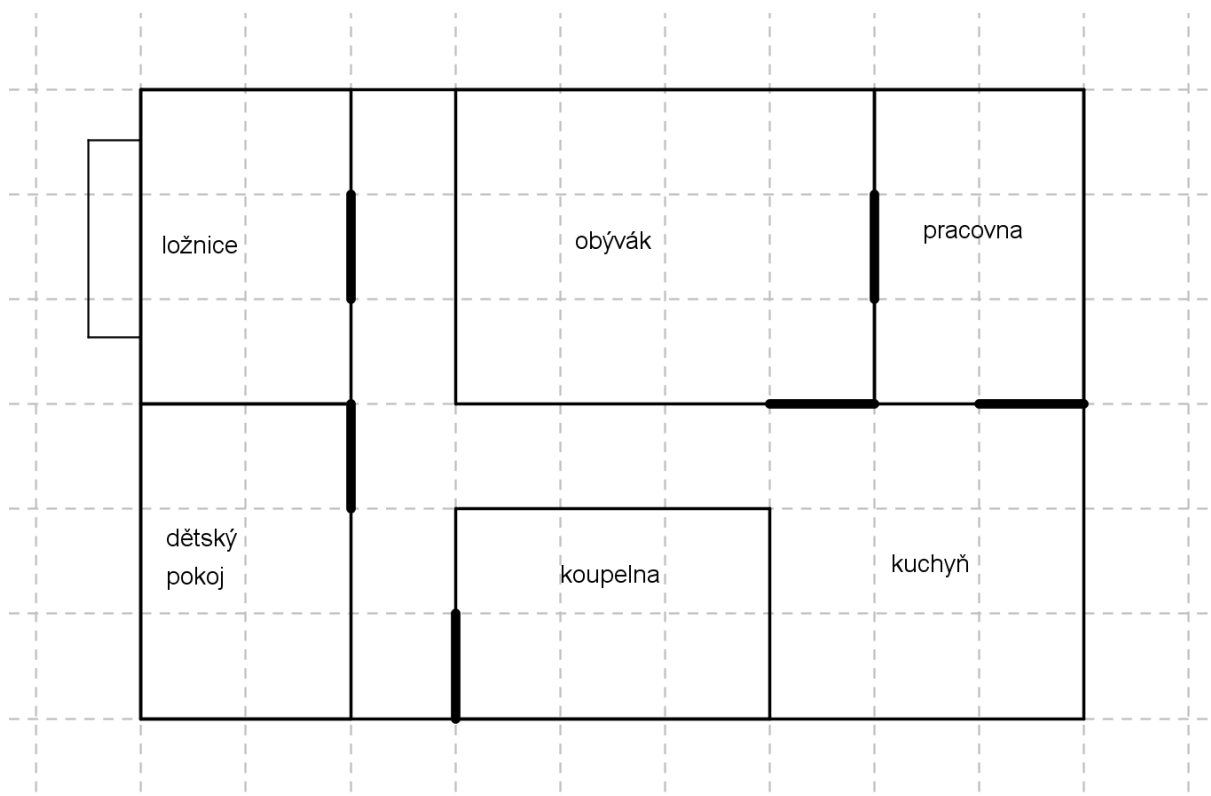
Když se vnoučata vrátila ze školy, našla na zemi zapečetěný dopis, ve kterém stálo:

*Navštívili nás mimozemšťané a 5 krát
mne naklonovali. Jsem nyní v každé
místnosti, ale jen jedna je mé pravé já.
Chcete-li mne zachránit, vyřešte
následující 4 úkoly. Výsledek každého
příkladu vám umožní otevřít soubor
s jednou indicií, které vám byly
zanechány v počítači. Tyto indicie vám
prozradí, ve které místnosti mě máte
hledat. Na vyřešení záhady máte 45
minut od otevření tohoto dopisu. Pokud
mne do té doby nenajdete, ufoní mne
odnesou.*

Děda

1. Počet stran čtverce vynásobte počtem stran trojúhelníku. Přičtěte délku strany čtverce, který je opsán kružnicí o poloměru 12. Výsledek vydělte počtem stěn kvádrů a vynásobte počtem hran krychle. Výsledné číslo vám umožní otevřít soubor s první indicií.
2. Určete obsah kruhu vymezeného kružnicí, kterou jsme opsali pravoúhlému trojúhelníku s délkami odvěsen 6 a 8 centimetrů. Obsah zaokrouhlete na celé cm^2 a otevřete druhou indicii.
3. Krychle o objemu 27 l je z jedné třetiny plná vody. Polovinu tekutiny přelijeme do krychle o objemu 9 l. Poté dvě třetiny z malé krychle přelijeme zpátky do původní nádoby. Kolik litrů vody musíme přelít z větší nádoby do menší, aby objemy vody byly ve stejném poměru 2:1? Třetí indicii získáte po zadání výsledku v cm^3 .
4. Rozvoj čísla π je znám již na 5 bilionů desetinných míst. Poloměr planety Země je přibližně 6371 km. Kolikrát je možné zápis čísla π obtočit kolem Země? Uvažujte šířku jedné číslice 2mm a hodnotu π s přesností na 2 desetinná místa. Pro otevření poslední indicie zadejte počet celých otáček.

Plán bytu:



1. Indicie:

.....

2. Indicie:

.....

3. Indicie:

.....

4. Indicie:

.....

V jaké části bytu je pravý dědeček?

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Počet stran čtverce vynásobte počtem stran trojúhelníku. Přičtěte délku strany čtverce, který je opsán kružnici o poloměru 12. Výsledek vydělte počtem stěn kváдру a vynásobte počtem hran krychle. Výsledné číslo vám umožní otevřít soubor s první indicií.

$$(3 \cdot 4 + 24) : 6 \cdot 12 = 72$$

2. ÚKOL:

Určete obsah kruhu vymezeného kružnicí, kterou jsme opsali pravoúhlému trojúhelníku s délkami odvěsen 6 a 8 centimetrů. Obsah zaokrouhlete na celé cm^2 a otevřete druhou indicií.

$$d = 10 \text{ cm}, S = 3,14 \cdot 25 = 78 \text{ cm}^2$$

3. ÚKOL:

Krychle o objemu 27 l je z jedné třetiny plná vody. Polovinu tekutiny přelijeme do krychle o objemu 9 l. Poté dvě třetiny z malé krychle přelijeme zpátky do původní nádoby. Kolik litrů vody musíme přelít z větší nádoby do menší, aby objemy vody byly v poměru 2:1? Třetí indicii získáte po zadání výsledku v cm^3 .

$$9 : 2 - 3 = 1.5$$

$$2 : 1 = 6 : 3$$

$$x = 1,5 \text{ l} = 1500 \text{ cm}^3$$

4. ÚKOL:

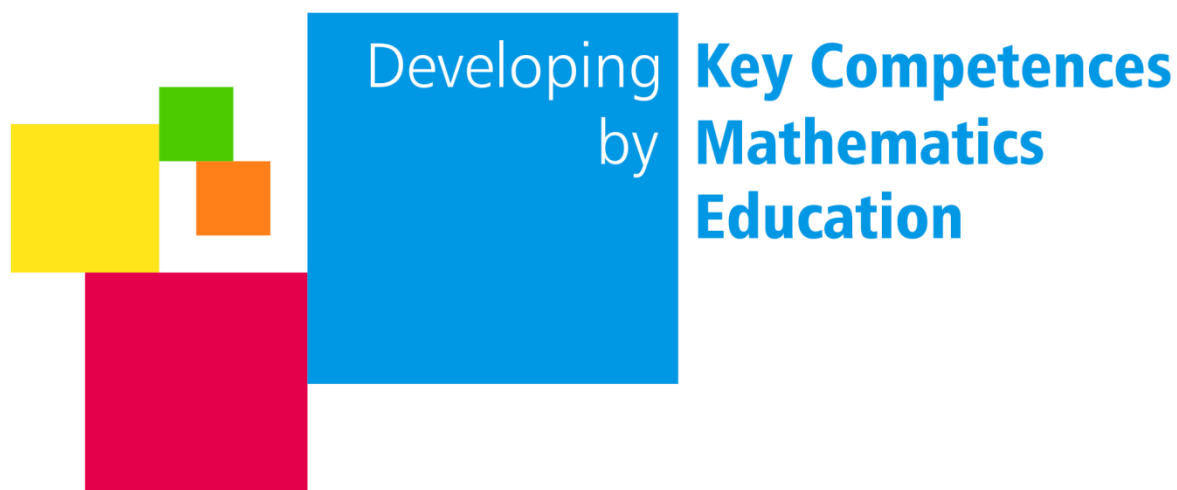
Rozvoj čísla π je znám již na 5 bilionů desetinných míst. Poloměr planety Země je přibližně 6371 km. Kolikrát je možné zápis čísla π obtočit kolem Země? Uvažujte šířku jedné číslice 2 mm a hodnotu π s přesností na 2 desetinná místa. Pro otevření poslední indicie zadejte počet celých otáček.

$$o = 2 \cdot 6371 \cdot \pi = 40009,88 \text{ km}$$

$$l = 5\,000\,000\,000\,000 \cdot 0,000\,002 = 10\,000\,000 \text{ km}$$

$$x = l : o = 249$$





Daň z přidané hodnoty

Jana Doležalová

Cíl aktivity: uvědomění a pochopení podstaty DPH, rozdílnosti nejenom DPH v České republice, ale na daném příkladu srovnání s Chorvatskem, přepočet ceny dle platného kurzovního lístku. Naučit žáky číst pokladní doklady

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti procent

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) promyslí a realizuje způsob řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle, kultivovaně a matematicky správně
- **Kompetence sociální a personální** – pracuje samostatně, vytváří si pozitivní představu o sobě samém, která podporuje jeho sebedůvěru a samostatný rozvoj. Řídí své chování tak, aby dosáhl pocitu uspokojení a sebeúcty

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, přístup na internet

Metodický a didaktický komentář:

Na srovnání dvou téměř stejných nákupů v obchodním řetězci Billa žáky provedeme celým platebním dokladem, který nám skýtá nejenom uvedené úlohy na pracovním listě, ale je zde možnost je rozšířit o celou řadu dalších:

1. Žáky můžeme motivovat fotografiemi dvou kontrolních nákupů. Jednotlivé položky jsou Chorvatsko - voda Jana, pečivo - 4 bulky, mléko, zubní pasta, jogurt clever (dle pořadí na pokladním dokladu). Česká republika – zubní pasta, mléko, jogurt clever, 4 bulky, voda Toma. Se žáky identifikujeme jednotlivé informace na účtence. Je zde celá řada zajímavostí. Například: z chorvatské účtenky nelze poznat, že bylo nakoupeno ve Splitu, uvědomění si slovanského jazyka, reklamní slogan pod logem firmy, u české účtenky zaokrouhlení nákupu na celé koruny aj.
2. Nutno upozornit žáky, že přepočítáváme dnem, kdy byl nákup uskutečněn. Tuto úlohu můžeme dále rozvést. O kolik korun byl český nákup levnější? Co zapříčinilo zlevnění českého nákupu? Kolik by stál nákup v Čechách, pokud bychom měli chorvatské DPH.
3. Práce pouze s dokladem, rozdělení jednotlivých položek dle DPH.
4. Sazby DPH v České republice žáci znají. Chorvatsko si vyhledají na internetu. Zajímavá na pokladním dokladu je voda. V České republice je voda vodovodní v 15% a voda balená také v 15% sazbě. V Chorvatsku je voda vodovodní v 10% sazbě, kdežto voda balená v 25% sazbě.

PRACOVNÍ LIST



Obrázek 12 - Chorvatský nákup



Obrázek 13 - Chorvatský nákup, pokladní doklad



Obrázek 14 - Český nákup

BILLA
UPRAVO PO MOM UKUSU.

BILLA D.O.O.
JADRANSKA AV.2, ZAGREB
OIB 30380746842

Datum: 20.08.2014 Vrij: 18:16:48

RACUN broj: 76865/440/2

VODA JANA 1,5L	C	4.99
0.99		
KAJZERKA 80 GR	A	3.96
VIN.S.MLIJ. 21.3.2	A	5.79
VADMEGUM 75ML	C	9.99
CLEV.VOC.JOG 125G	C	1.89
UKUPNO	HRK	26.62
PRIMLJENO Gotovina		36.70
OSTATAK	HRK	10.08
Zahvaljujemo na povjerenju		
A : 5% POREZ	8.81 =	0.44
C : 25% POREZ	13.10 =	3.27
POVRATNA NAKNADA		1.00
HVALA NA POSJETU PAVLE ŠUBICA 5-7 TEL. 021/583-790		
Fil. 00440 KASA 2 Bon-Br. 6872 Poz 8 Blagajnica: MESTROVIĆ /15 Rn-Br: 0440-20140820-02-6872 ZKI:0311c17b7002910121c2e6d0db4126d4 JIR:57e9a1cf-b925-4c2b-812c-e13ac7168242		

BILLA

BILLA, SPOL. S R.O., MODLETICE 67
251 01 ŘÍČANY U PRAHY
FIL. CES. BUDEJOVICE, MANES
DIČ: CZ00685976 IČ: 00685976
WWW.BILLA.CZ

Datum: 03.09.2014 Cas: 15:49

SIGNAL	C	24.90
MLÉKO ČERSTVE 3.5%	B	19.90
CV. JOGURT JAHODA	B	6.90
4 x 3.90		
S. POHANKOU	B	15.60
TOMA NATURA CZ	B	12.50
Mezisoučet	CZK	79.80
Zaokrouhlení	CZK	0.20
Celkem	CZK	80.00
PŘIJATO v hotovosti		200.00
VRÁCENO	CZK	120.00
Děkujeme za Váš nákup !		
B : 15% DPH z	47.86 =	7.18
C : 21% DPH z	20.63 =	4.33
VYUŽIJTE VÝHODNÉ NABÍDKY BILLA BONUS CLUBU		
Filiálka: 00857 POKLADNA 4 č.dokl 2621 Pos 10 Jméno pok.: MALÍNKOVÁ /28 EV-č: 0857-20140903-04-2621		

Obrázek 15 - Srovnání pokladních dokladů

1. ÚKOL:

Na obrázku 4 najdi rozdílné a společné znaky, které se vyskytují na pokladních dokladech.

Shodné znaky	Rozdílné znaky

2. ÚKOL:

Na internetových stránkách České národní banky vyhledej informace o cizí měně a vypočítej cenu zahraničního nákupu v českých korunách.

.....

.....

3. ÚKOL:

Zaměř se na DPH v jednotlivých zemích podle platebních dokladů

	DPH Česká republika	DPH Chorvatsko
A		
B		
C		

4. ÚKOL:

Jaké sazby DPH se vyskytují v České republice a v Chorvatsku?

	DPH Česká republika

	DPH Chorvatsko

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Na obrázku 4 najdi rozdílné a společné znaky, které se vyskytují na pokladních dokladech.

Shodné znaky	Rozdílné znaky
Nákup ve stejném řetězci - Billa	Rozdílné země nákupu zboží – Chorvatsko, Česká republika
Stejné označení pro hodnoty DPH – písmeny A, B, C	Rozdílné DPH
Nakoupeny stejné druhy zboží	Rozdílná měna
Přijato, vráceno	Zaokrouhlení nákupu
Poděkování	Uvedení internetových stránek

2. ÚKOL:

Na internetových stránkách České národní banky vyhledej informace o cizí měně a vypočítej cenu zahraničního nákupu v českých korunách.

$$26,62 \cdot 3,667 = 97,61554 \text{ Kč}$$

3. ÚKOL:

Zaměř se na DPH v jednotlivých zemích podle platebních dokladů

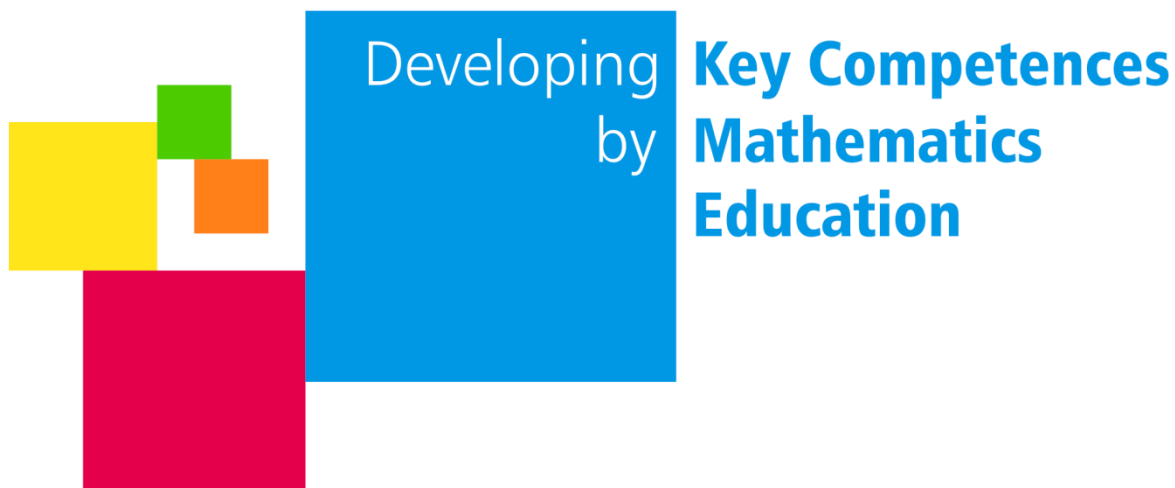
	DPH Česká republika	DPH Chorvatsko
A		5% - pečivo, mléko
B	15% - pečivo, mléko, jogurt, minerální voda	
C	21% - zubní pasta	25% - minerální voda, zubní pasta, jogurt

4. ÚKOL:

Jaké sazby DPH se vyskytují v České republice a v Chorvatsku?

	DPH Česká republika
0%	Základní poštovní služby, rozhlasové a televizní poplatky, výchova a vzdělávání, vratné obaly, sociální pomoc
15%	Potraviny, knihy, časopisy, ubytování, léky, voda
21%	Základní sazba

	DPH Chorvatsko
5%	Některé potraviny – chléb, mléko, léky, knihy
10%	Turistické služby, ubytovací služby, noviny, časopisy, voda, dětské potraviny, cukr
25%	Základní sazba



Finanční gramotnost

Marta Vrtišová

Cíl aktivity: podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k řešení problémů

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí, řešení lineárních rovnic

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní listy, počítače pro žáky, interaktivní tabule s programem GeoGebra

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje slovní úlohu s reálným kontextem z finanční oblasti.

V úloze mají žáci nejen vypočítat, kolik zaplatí rodina za vypůjčení automobilu, ale dokázat zapsat rovnici závislosti celkové denní platby na počtu ujetých kilometrů a podle grafu vymyslet další možné reálné situace.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

Doplňkové aktivity - diskuze mezi žáky, vzájemná porovnávání řešení.

Konkrétní poznámky - viz řešení jednotlivých úkolů u 1. a 2. pracovního listu.

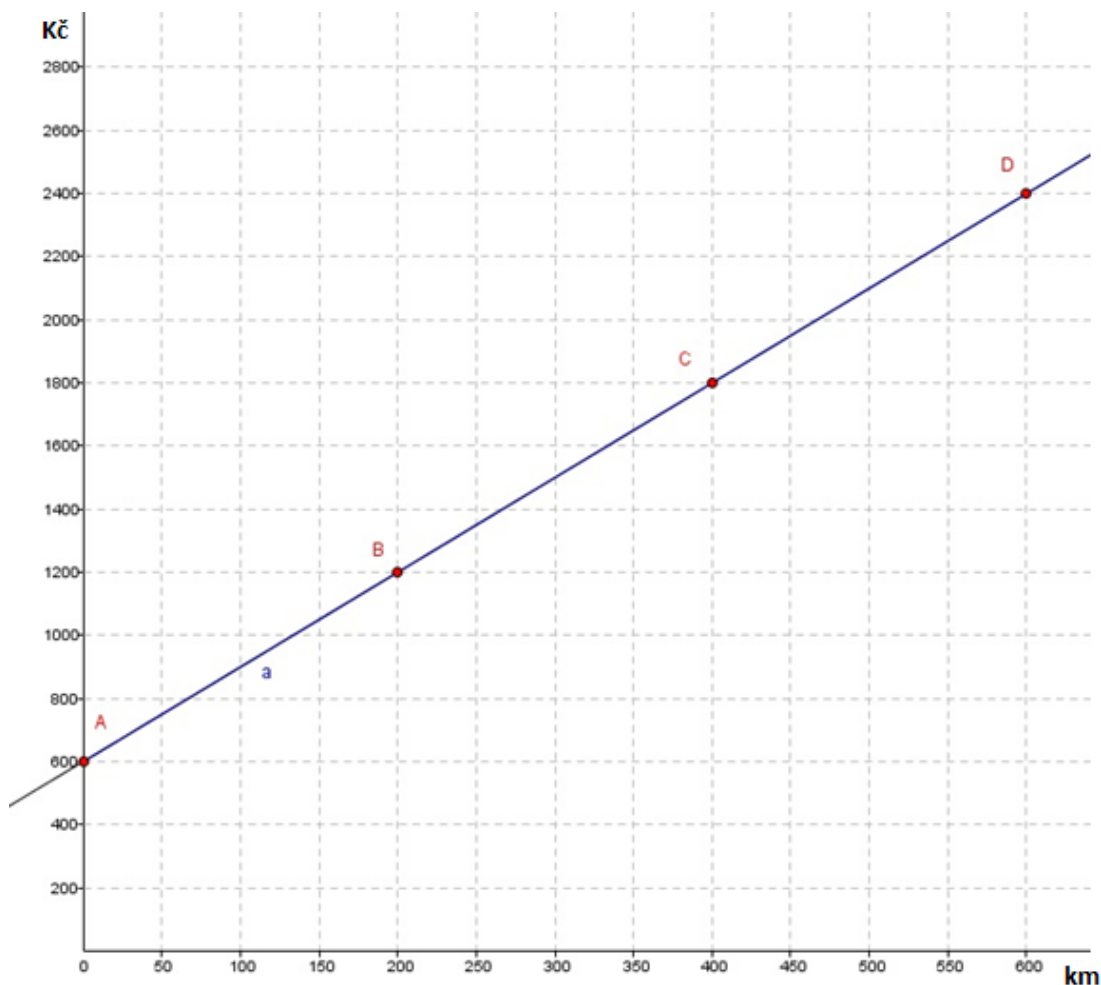
PRACOVNÍ LIST

Zadání

1. V autopůjčovně krátkodobě pronajímají automobil Škoda Octavia za denní poplatek 600 korun plus 3 koruny za každý ujetý kilometr.

Úkoly

- Vypočítej, kolik korun zaplatí Čermákovi za zapůjčení automobilu na 4 dny, pokud plánují urazit průměrně 300 km za den?
- Vyjádři rovnicí závislost celkové denní platby pro rodinu Čermákových na počtu ujetých kilometrů.
- Graf na obrázku vyjadřuje závislost celkové denní platby za pronájem automobilu na počtu ujetých kilometrů za den. Zjisti z grafu souřadnice bodů A, B, C, D a pokus se vymyslet reálné situace, které tyto body grafu mohou představovat.



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Zadání

1. V autopůjčovně krátkodobě pronajímají automobil Škoda Octavia za denní poplatek 600 korun plus 3 koruny za každý ujetý kilometr.

Úkoly

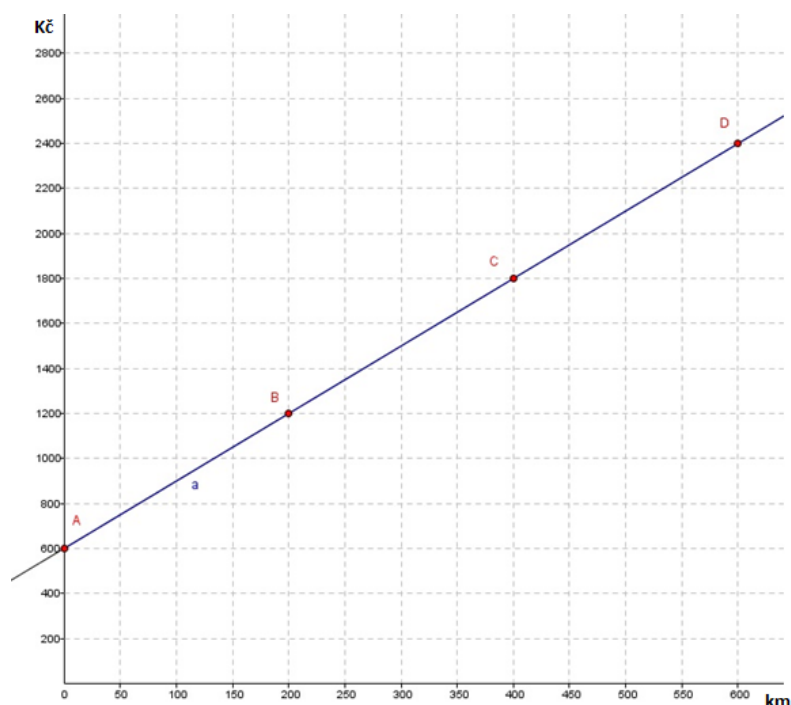
- a) Vypočítej, kolik korun zaplatí Čermákovi za zapůjčení automobilu na 4 dny, pokud plánují urazit průměrně 300 km za den?

Čermákovi zaplatí 6000 Kč.

Žáci mohou použít dva způsoby řešení. Rovnou počítat, kolik zaplatí Čermákovi za 4 dny; **$4 \cdot 300 \cdot 3 + 4 \cdot 600$** nebo počítat nejprve platbu za jeden den a poté násobit čtyřmi; **$4 \cdot (3 \cdot 300 + 600)$** . Při použití druhého způsobu si žáci postupem svého výpočtu snáze uvědomí funkční závislost denní platby na počtu ujetých kilometrů a úkol b) jim nedělá potíže.

- b) Vyjádři rovnicí závislost celkové denní platby pro rodinu Čermákových na počtu ujetých kilometrů.

$$y = 3x + 600$$



- c) Graf na obrázku vyjadřuje závislost celkové denní platby za pronájem automobilu na počtu ujetých kilometrů za den. Zjisti z grafu souřadnice bodů A, B, C, D a pokus se vymyslet reálné situace, které tyto body grafu mohou představovat.

Řešení:

Algebraické okno	
Bod	
	A = (0, 600)
	B = (200, 1200)
	C = (400, 1800)
	D = (600, 2400)

Obrázek 16 - Souřadnice bodů

UKÁZKA MOŽNÝCH ŘEŠENÍ

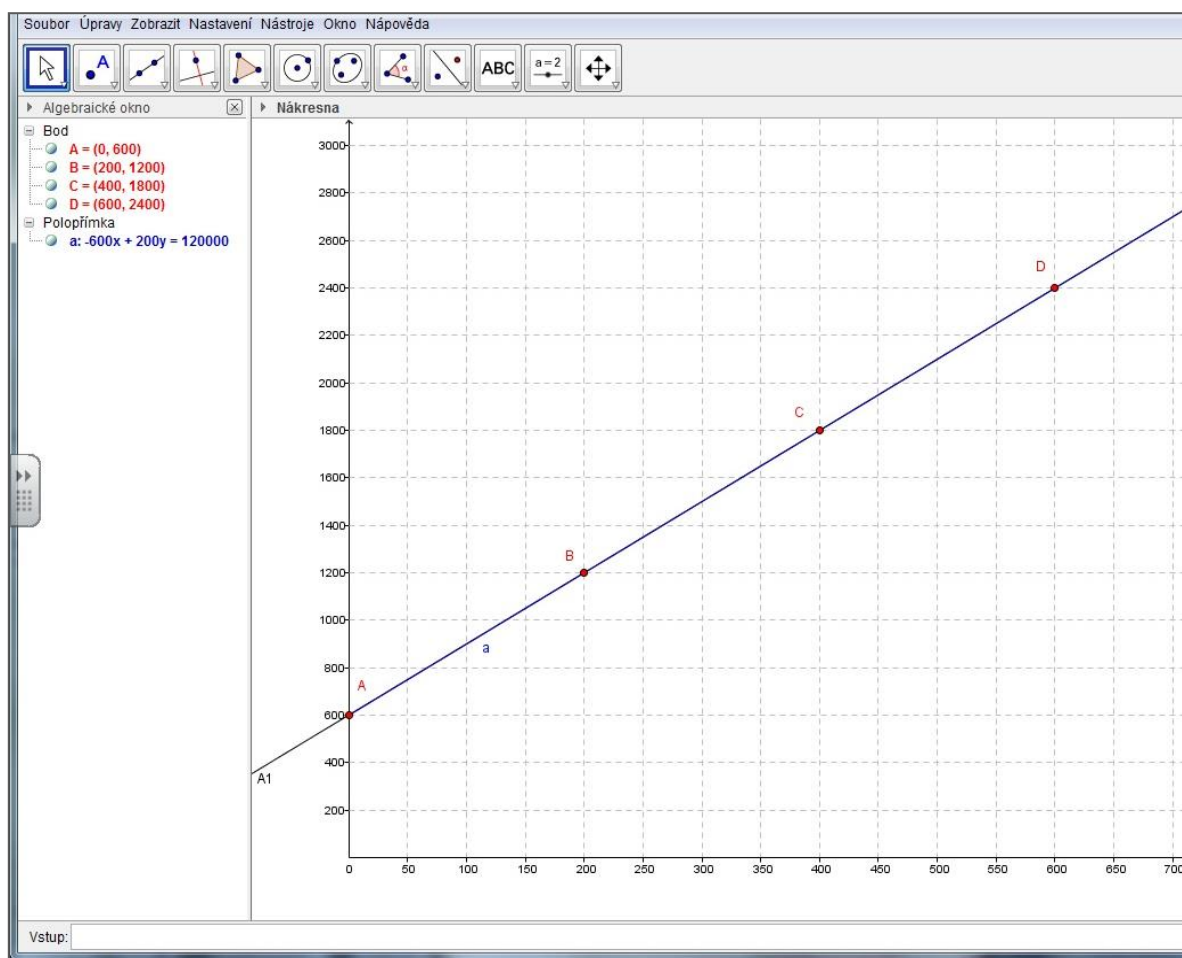
A: Pan Novák si zamluvil v autopůjčovně auto a přesto, že na plánovanou cestu nemohl odjet, musí zaplatit denní poplatek 600 Kč.

B: Pan Novák si půjčil v autopůjčovně na 1 den auto, ujel s ním vzdálenost 200 km, celkem musí zaplatit 1200 Kč.

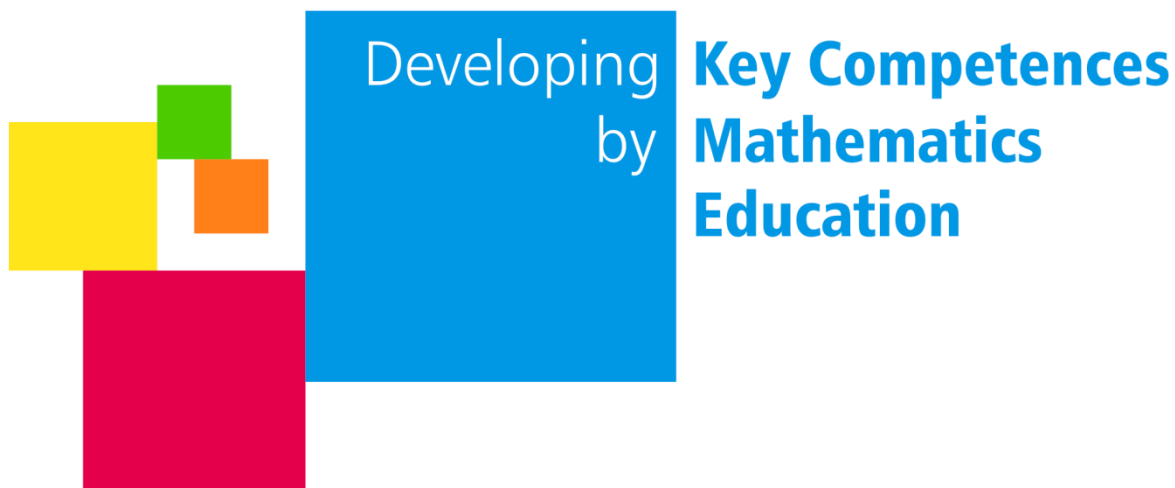
C: Pan Novák si půjčil v autopůjčovně na 1 den auto, ujel s ním vzdálenost 400 km, celkem musí zaplatit 1800 Kč.

D: Pan Novák si půjčil v autopůjčovně na 1 den auto, ujel s ním vzdálenost 600 km, celkem musí zaplatit 2400 Kč.

Vyučující může graf (obr. 2) zobrazit na interaktivní tabuli, zkontrolovat se žáky správné řešení souřadnic bodů pomocí algebraického okna (obr. 1) a společně si vzájemně přečíst a zhodnotit svá řešení, vybrat nejzajímavější a nejoriginálnější ...



Obrázek 2 – Nákresna s algebraickým oknem - GeoGebra



Finanční matematika

Marta Vrtišová

Cíl aktivity: podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k aplikaci matematických znalostí v oblasti finanční matematiky

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti v oboru přirozených a desetinných čísel, procenta, základy MS Excel nebo jiného vhodného programu

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k volbě vhodného způsobu řešení, používá logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení – rozvoj finanční gramotnosti
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, účinně se zapojuje do diskuse, vhodně reaguje na názory druhých, vhodným způsobem argumentuje a obhajuje svůj názor
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, pozitivně ovlivňuje kvalitu společné práce, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy, respektuje různá hlediska
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému, správným způsobem užívá ICT - vyhledá potřebné údaje, sestrojí grafy

Prostředky a pomůcky:

pracovní listy, počítače pro žáky, interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Žáci dostanou pracovní list se zadanou problémovou úlohou z oblasti finanční matematiky a úkoly, které mají vyřešit. Ideálně má každý žák k dispozici svůj počítač (tablet), s jehož pomocí řeší některé úkoly (možná je práce i ve dvojicích nebo skupinách).

1. úkol mohou žáci řešit vlastním výpočtem nebo pomocí tabulky např. v MS Excel. Grafy (2. úkol) konstruují pomocí např. MS Excel již všichni. Co je to medián (3. úkol) si mohou zadat žáci do vyhledávače.

Při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je potřebná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse. Je vhodné, aby vyučující zobrazil na interaktivní tabuli doplněnou tabulku **Struktury mezd zaměstnanců** i sestrojené grafy, zobrazující **Podíly zaměstnanců v % a Průměrnou mzdu v Kč** a společně se žáky si vysvětlili případné nejasnosti či chyby v odpovědích.

Problematika mezd a jejich výše s ohledem na vzdělání je pro žáky 9. tříd aktuální téma a je zde proto na místě věnovat této úloze dostatečný čas a s žáky diskutovat i v širších souvislostech. Je vhodné, aby vyučující vysvětlil žákům, jak se počítá vážený průměr (např. váhy známek) – v tabulce průměrná mzda celkem.

Doplňkové aktivity - diskuze mezi žáky, skupinami žáků, vzájemná porovnávání odpovědí.

PRACOVNÍ LIST

Struktura mezd zaměstnanců v roce 2012

VZDĚLÁNÍ ZAMĚSTNANCE	Podíly zaměstnanců v %			Průměrná mzda v Kč				Medián mezd v Kč		
	Percentage of employees			Average earnings (CZK)				Median earnings (CZK)		
	celkem	muži	ženy	celkem	%	muži	ženy	celkem	muži	ženy
	Total	Men	Women	Total		Men	Women	Total	Men	Women
Celkem	100,0	55,4	44,6	26 133	100,0	28 916	22 683	22 239	23 868	20 267
1. základní a nedokončené	5,9	2,8	3,1	16 909	64,7	18 787	15 219	15 658	17 961	14 177
2. střední bez maturity	35,4		12,1	19 949		21 914	16 165	18 789	21 009	15 201
3. střední s maturitou	35,5	16,8		25 941		28 892	23 278	23 311	25 739	21 839
4. vyšší odborné a bakalářské	3,5	1,5		30 517		35 427	26 885	26 523	30 549	24 343
5. vysokoškolské	16,1	9,1			166,2	49 976	34 915	32 912	37 695	28 676
6. neuvedeno	3,6		1,7		85,1	23 781	20 595	20 244	20 609	19 682

Zdroj: Český statistický úřad: A3 Podíly zaměstnanců, placený čas a hrubé měsíční mzdy podle věku a pohlaví. <http://www.czso.cz/csu/2013edicniplan.nsf/p/3109-13>

Úkoly

- Doplň tabulku.
- Sestav sloupcové diagramy:
 - Podíly zaměstnanců v %** - muži a ženy
 - Průměrná mzda v Kč** - celkem, muži a ženy
- Vyhledej a pokus se zapsat, co je to **medián**. Jaká je jeho výhoda oproti průměru?
- Porovnej a diskutuj o rozdílech v průměrných mzdách mužů a žen.
- Uvažuj, proč je průměrná mzda vyšší než medián mezd? Porovnej rozdíly podle vzdělání.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

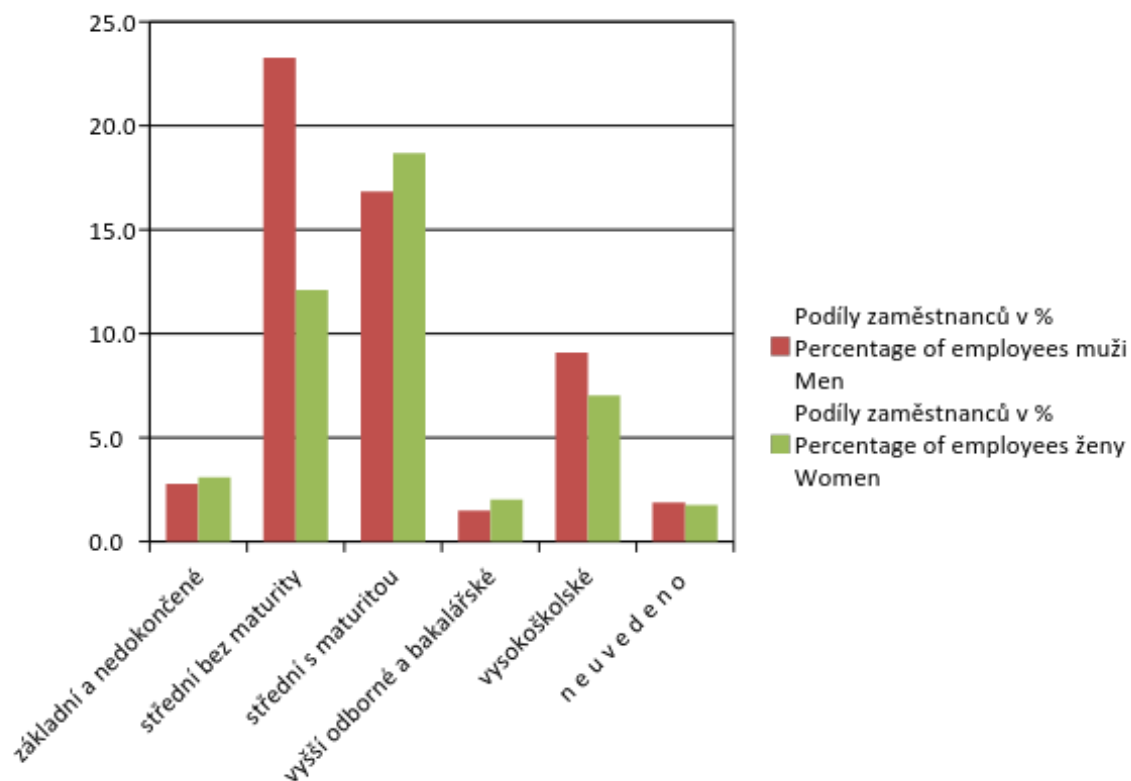
1. Doplň tabulku.

Struktura mezd zaměstnanců v roce 2012

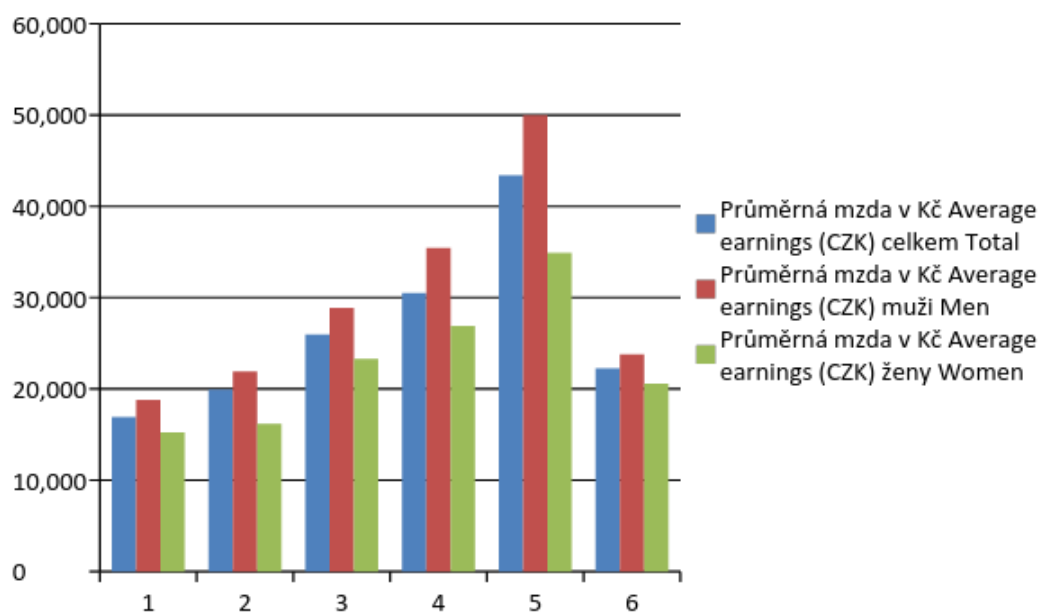
VZDĚLÁNÍ ZAMĚSTNANCE	Podíly zaměstnanců v %			Průměrná mzda v Kč				Medián mezd v Kč		
	<i>Percentage of employees</i>			<i>Average earnings (CZK)</i>				<i>Median earnings (CZK)</i>		
	celkem	muži	ženy	celkem	%	muži	ženy	celkem	muži	ženy
	<i>Total</i>	<i>Men</i>	<i>Women</i>	<i>Total</i>		<i>Men</i>	<i>Women</i>	<i>Total</i>	<i>Men</i>	<i>Women</i>
Celkem	100,0	55,4	44,6	26 133	100,0	28 916	22 683	22 239	23 868	20 267
1. základní a nedokončené	5,9	2,8	3,1	16 909	64,7	18 787	15 219	15 658	17 961	14 177
2. střední bez maturity	35,4	23,3	12,1	19 949	76,3	21 914	16 165	18 789	21 009	15 201
3. střední s maturitou	35,5	16,8	18,7	25 941	99,3	28 892	23 278	23 311	25 739	21 839
4. vyšší odborné a bakalářské	3,5	1,5	2,0	30 517	116,8	35 427	26 885	26 523	30 549	24 343
5. vysokoškolské	16,1	9,1	7,0	43 407	166,2	49 976	34 915	32 912	37 695	28 676
6. neuvedeno	3,6	1,5	1,7	22 239	85,1	23 781	20 595	20 244	20 609	19 682

2. Sestav sloupcové diagramy

a) Podíly zaměstnanců v % - muži a ženy



b) Průměrná mzda v Kč - celkem, muži a ženy



3. Vyhledej a pokus se zapsat, co je to medián. Jaká je jeho výhoda oproti průměru?

Medián je hodnota, jež dělí řadu vzestupně seřazených číselných hodnot na dvě stejně početné poloviny. Pro nalezení mediánu daného souboru stačí číselné hodnoty seřadit podle velikosti. Je-li počet prvků souboru liché číslo, je medián to číslo, které se nalézá uprostřed. Pokud má soubor sudý počet prvků, za medián označujeme aritmetický průměr dvou prostředních čísel.

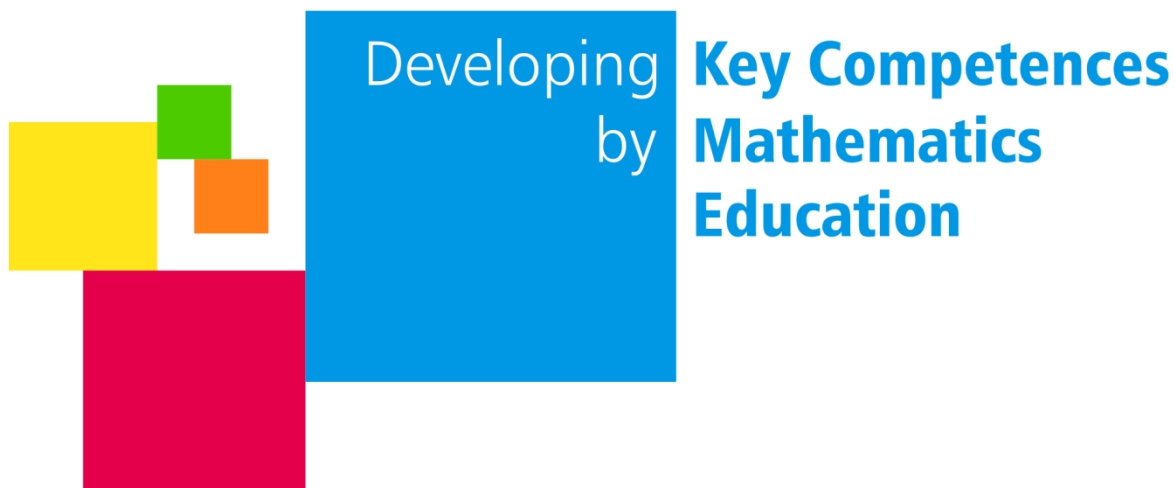
Základní výhodou mediánu jako statistického ukazatele je fakt, že není ovlivněn extrémními hodnotami.

4. Porovnej a diskutuj o rozdílech v průměrných mzdách mužů a žen.

Muži mají průměrné mzdy vyšší než ženy. Jejich rozdíl se s vyšším vzděláním zvětšuje.

5. Uvažuj, proč je průměrná mzda vyšší než medián mezd? Porovnej rozdíly podle vzdělání.

Průměrné mzdy jsou vyšší než medián mezd, protože jsou v nich započteny i extrémní hodnoty. Rozdíl mezi průměrnou mzdou a mediánem je nejnižší u zaměstnanců se základním vzděláním - 1251 Kč (16909 – 15658), postupně se zvyšuje a nejvyšší je u vysokoškoláků -10495 Kč (43407 – 32912), u mužů dokonce 12281 Kč (49 976 – 37695).



Měna

Jana Kaňková

Cíl aktivity: opakování různých typů měn. Propojení se zeměpisem – žáci přiřadí k jednotlivým státům i vlajku.

Ročník: 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

znalost měn jednotlivých států

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence sociální a personální** – přispívá k vytváření a udržování hodnotných mezilidských vztahů, dokáže spolupracovat, tak aby tým dosáhl žádaného cíle
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit tak, aby úspěšně doplnil tabulku. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, MS Excel

Metodický a didaktický komentář:

Žáci budou rozděleni do skupin, společně spolupracují a vyplní tabulku

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Doplň tabulku. Ke každému státu přiřaď vlajku, měnu a zkratku měny.

Využij internet, či literaturu.

Stát	Vlajka	Měna	Zkratka
Česká republika		koruna	CZK
Ukrajina			

STÁTY:

Polsko, Chorvatsko, Francie, Dánsko, Maďarsko, Spojené království.

VLAJKY:

- 1)  2)  3)  4) 
- 5)  6) 

MĚNA:

hřívna, libra šterlinků, zlotý, forint, kuna, euro, koruna.

ZKRATKA:

GBP, PLN, HUF, HRK, EUR, DKK, UAH

2. ÚKOL:

Zjisti kurzy měn v porovnání s českou korunou

1 Hřivna =

1 Dánská koruna =

1 Forint =

1 Zlotý =

1 Kuna=

1 Euro =

1 Libra šterlinků =

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Doplň tabulku. Ke každému státu přiřaď vlajku, měnu a zkratku měny.
Využij internet, či literaturu.

Stát	Vlajka	Měna	Zkratka
Česká republika		koruna	CZK
Ukrajina		hřivna	UAH
Dánsko		koruna	DKK
Maďarsko		forint	HUF
Polsko		zlotý	PLN
Chorvatsko		kuna	HRK
Francie		euro	EUR
Spojené království		libra šterlinků	GBP

2. ÚKOL:

Zjisti kurzy měn v porovnání s českou korunou

1 Hřivna = **1, 48 Kč**

1 Dánská koruna = **3,72 Kč**

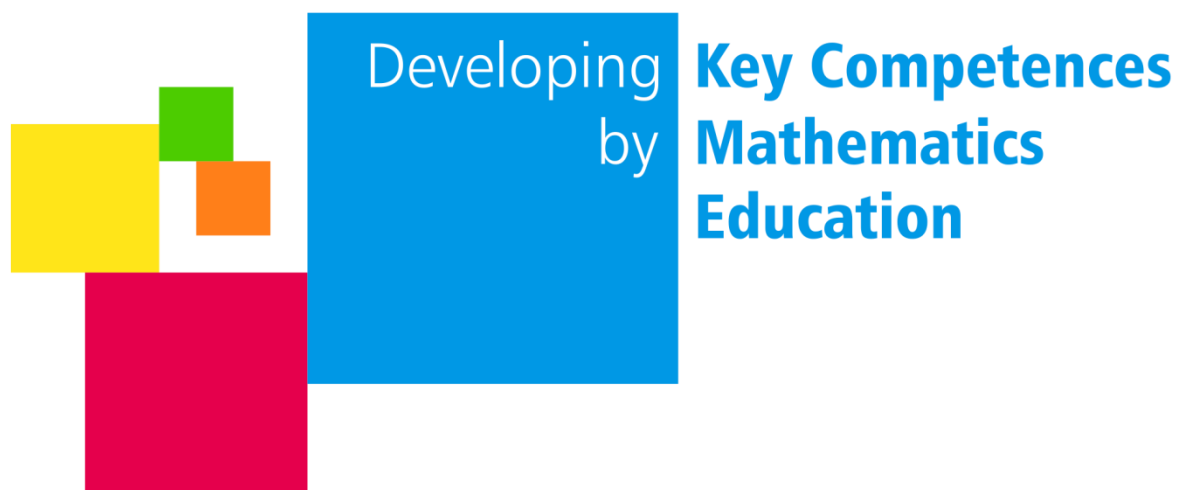
1 Forint = **0,09 Kč**

1 Zlotý = **6,59 Kč**

1 Kuna = **3,61 Kč**

1 Euro = **27, 67 Kč**

1 Libra šterlinků = **34, 97 Kč.**



Riskuj

Tereza Suchopárová

Cíl aktivity: procvičování a opakování z finanční matematiky

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základy finanční gramotnosti

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy; volí vhodné způsoby řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy. Vyhledá informace vhodné k řešení problému, nachází jejich shodné, podobné a odlišné znaky, využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá konečné řešení problému. Kriticky myslí, činí uvážlivá rozhodnutí, je schopen je obhájit, uvědomuje si zodpovědnost za svá rozhodnutí a výsledky svých činů zhodnotí. Vyhledá informace vhodné k řešení problému, nachází jejich shodné, podobné a odlišné znaky, využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá konečné řešení problému
- **Kompetence k učení** – operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, uvádí věci do souvislostí, propojuje do širších celků poznatky z různých vzdělávacích oblastí a na základě toho si vytváří komplexnější pohled na matematické, přírodní, společenské a kulturní jevy
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle a kultivovaně v písemném i ústním projevu. Naslouchá promluvám druhých lidí, porozumí jim, vhodně na ně reaguje, účinně se zapojuje do diskuse, obhájí svůj názor a vhodně argumentuje. Rozumí různým typům textů a záznamů, obrazových materiálů, běžně užívaných gest, zvuků a jiných informačních a komunikačních prostředků, přemýšlí o nich, reaguje na ně a tvořivě je využívá ke svému rozvoji a k aktivnímu zapojení se do společenského dění. Využívá získané komunikativní dovednosti k vytváření vztahů potřebných k plnohodnotnému soužití a kvalitní spolupráci s ostatními lidmi
- **Kompetence personální a sociální** – účinně spolupracuje ve skupině, podílí se společně s pedagogy na vytváření pravidel práce v týmu, na základě poznání nebo přijetí nové role v pracovní činnosti pozitivně ovlivňuje kvalitu společné práce. Podílí se na utváření příjemné atmosféry v týmu, na základě ohleduplnosti a úcty při jednání s druhými lidmi přispívá k upevňování dobrých mezilidských vztahů, v případě potřeby poskytne pomoc nebo o ni požádá. Přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy, chápe potřebu efektivně spolupracovat s druhými při řešení daného úkolu, oceňuje zkušenosti druhých lidí, respektuje různá hlediska a čerpá poučení z toho, co si druzí lidé myslí, říkají a dělají. Vytváří si pozitivní představu o sobě samém, která podporuje jeho sebedůvěru a samostatný rozvoj; ovládá a řídí svoje jednání a chování tak, aby dosáhl pocitu sebeuspokojení a sebeúcty
- **Kompetence občanské** – rozhoduje se zodpovědně podle dané situace, poskytne dle svých možností účinnou pomoc a chová se zodpovědně v krizových situacích i v situacích ohrožujících život a zdraví člověka
- **Kompetence pracovní** – využívá znalosti a zkušenosti získané v jednotlivých vzdělávacích oblastech v zájmu vlastního rozvoje i své přípravy na budoucnost, činí podložená rozhodnutí o dalším vzdělávání a profesním zaměření. Orientuje se v základních

aktivitách potřebných k uskutečnění podnikatelského záměru a k jeho realizaci, chápe podstatu, cíl a riziko podnikání, rozvíjí své podnikatelské myšlení

Prostředky a pomůcky:

interaktivní tabule Smartboard, připravený soubor Riskuj.smartnotebook

Metodický a didaktický komentář:

Hra je založena na televizním pořadu Riskuj.

Ke každému tématu je připraveno 5 otázek s různou obtížností a tedy i různým bodovým ohodnocením, na něž musí účastníci správně odpovědět, aby dané body získali. Pokud odpoví špatně, body se jim naopak odečtou! Týmy se v odpovídání po jednom střídají. Pokud jeden tým odpověď nezná nebo odpoví špatně, odpovídají postupně další týmy, mají-li zájem. Časový limit na zodpovězení otázky je 30s.

Hra je původně koncipována pro tři týmy, všechna zde navrhovaná pravidla lze ale upravit podle potřeb třídy. Vítězí tým s největším počtem bodů.

PRACOVNÍ LIST

Nakupování:

- 1000 Co znamená DPH?
- 2000 Jak dlouhá je standardně záruční lhůta?
- 3000 Kolik procent činí v současné době DPH v ČR?
- 4000 Jmenujte alespoň 3 náležitosti zjednodušeného daňového dokladu.
- 5000 Do jaké výše ročního obratu není podnikatel či živnostník plátcem DPH?

Banka:

- 1000 Co je to směnný kurz?
- 2000 Kde lze vybrat peníze z účtu?
- 3000 Co je to termínovaný vklad?
- 4000 Jaký je rozdíl mezi kreditní a debetní kartou?
- 5000 O kolik procent vzroste úročená částka za půl roku, pokud je úrok 10% p.a.?

Půjčky:

- 1000 Jak se nazývá částka, kterou zaplatíme navíc při splácení půjčky?
- 2000 Jak se nazývá půjčka na pořízení bydlení?
- 3000 Jak se jmenuje finanční produkt, kdy je financovaný předmět po celou dobu majetkem financující společnosti a teprve na konci splácení přechází vlastnictví na zákazníka.
- 4000 Jak se jmenuje dokument, který udává, jak často, v jaké výši a jak dlouho bude člověk splácet vypůjčenou částku?
- 5000 Co znamená zkratka RPSN?

Peníze:

- 1000 Jak se nazývá oficiální měna v ČR?
- 2000 Jaká je největší hodnota bankovky v ČR?
- 3000 Jak se nazývá oficiální měna EU?
- 4000 Jak se nazývá obchod, kde lze koupit zahraniční měnu?
- 5000 Jmenujte alespoň tři ochranné prvky na českých bankovkách.

Zaměstnání:

- 1000 Od kolika let je možné zaměstnat člověka na hlavní pracovní poměr?
- 2000 Jaký je rozdíl mezi čistou a hrubou mzdou?
- 3000 Jaká je minimální mzda v ČR? Tolerance 500 Kč.
- 4000 Co je to sick day?
- 5000 Minimálně na kolik týdnů dovolené má zaměstnanec ze zákona nárok?

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Nakupování:

1000 Co znamená DPH?

Daň z přidané hodnoty

2000 Jak dlouhá je standardně záruční lhůta?

2 roky

3000 Kolik procent činí v současné době DPH v ČR?

15% a 21%

4000 Jmenujte alespoň 3 náležitosti zjednodušeného daňového dokladu.

- **Obchodní firmu (resp. jméno a příjmení),**
- **sídlo nebo místo podnikání resp. bydliště plátce, který uskutečňuje zdanitelné plnění,**
- **daňové identifikační číslo plátce, který uskutečňuje zdanitelné plnění,**
- **pořadové číslo dokladu,**
- **rozsah a předmět zdanitelného plnění,**
- **datum vystavení dokladu,**
- **datum uskutečnění zdanitelného plnění,**
- **výše ceny celkem (včetně DPH),**
- **základní nebo snížená sazba daně, případně sdělení, že se jedná o zdanitelné plnění osvobozené od povinnosti uplatnit daň na výstupu podle § 46 nebo 47 zákona o dani z přidané hodnoty.**

5000 Do jaké výše ročního obratu není podnikatel či živnostník plátcem DPH?

1 000 000 Kč

Banka:

1000 Co je to směnný kurz?

Udává, kolik zaplatíme za jednu jednotku cizí měny.

2000 Kde lze vybrat peníze z účtu?

Na pobočce, v bankomatu.

3000 Co je to termínovaný vklad?

Uložení peněz do banky na pevně danou dobu s pevně daným úrokem. („Půjčka bance“)

4000 Jaký je rozdíl mezi kreditní a debetní kartou?

Debetní karta umožňuje využít peníze z vlastního účtu do výše zůstatku (případně kontokorent). Peníze čerpané pomocí kreditní karty jsou úročeny jako úvěr a pokud nejsou vráceny v bezúročné lhůtě, musí být zaplacen také úvěr.

5000 O kolik procent vzroste úročená částka za půl roku, pokud je úrok 10% p.a.?

5%

Půjčky:

1000 Jak se nazývá částka, kterou zaplatíme navíc při splácení půjčky?

Úrok

2000 Jak se nazývá půjčka na pořízení bydlení?

Hypotéka

3000 Jak se jmenuje finanční produkt, kdy je financovaný předmět po celou dobu majetkem financující společnosti a teprve na konci splácení přechází vlastnictví na zákazníka.

Leasing

4000 Jak se jmenuje dokument, který udává, jak často, v jaké výši a jak dlouho bude člověk splácet vypůjčenou částku?

Splátkový kalendář

5000 Co znamená zkratka RPSN?

Roční procentní sazba nákladů.

Peníze:

1000 Jak se nazývá oficiální měna v ČR?

Koruna česká

2000 Jaká je největší hodnota bankovky v ČR?

5000

3000 Jak se nazývá oficiální měna EU?

EURO

4000 Jak se nazývá obchod, kde lze koupit zahraniční měnu?

směnárna

5000 Jmenujte alespoň tři ochranné prvky na českých bankovkách.

Vodoznak, Ochranný okénkový proužek, Ochranná vlákna, Soutisková značka, Skrytý obrazec, Opticky proměnlivá barva, Iridiscentní pruh, Mikrotext

Zaměstnání:

1000 Od kolika let je možné zaměstnat člověka na hlavní pracovní poměr?

15 let

2000 Jaký je rozdíl mezi čistou a hrubou mzdou?

Hrubá mzda uvádí výši před zdaněním, čistá po zdanění

3000 Jaká je minimální mzda v ČR? Tolerance 500 Kč.

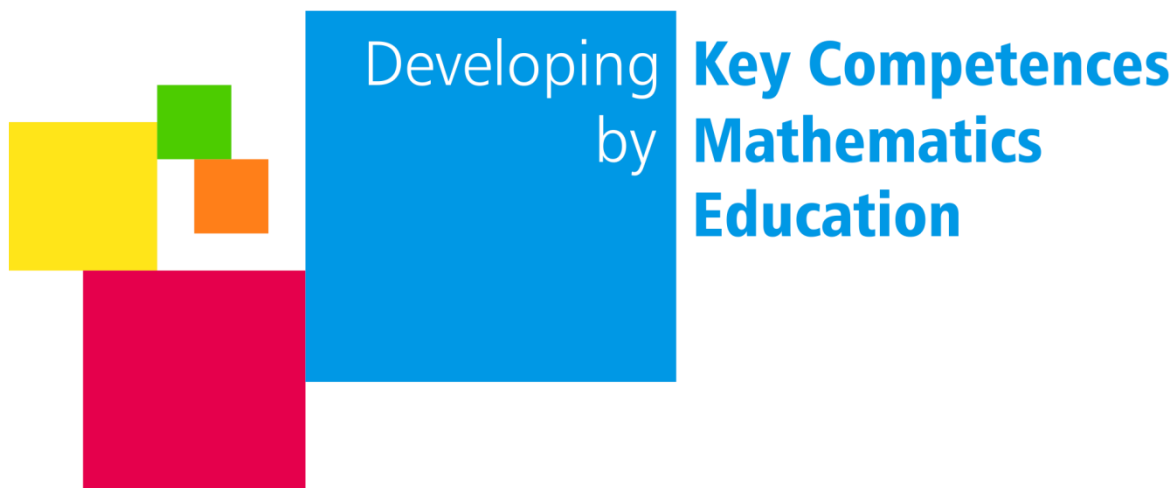
9 200

4000 Co je to sick day?

Zdravotní volno namísto neschopenky, navíc k dovolené, lze vybrat bez zprávy od lékaře.

5000 Minimálně na kolik týdnů dovolené má zaměstnanec ze zákona nárok?

4 týdny



Slevy se studentskou kartou

Mgr. Yvona Zuntová

Cíl aktivity: prohloubení znalostí o finančních produktech současnosti, opakování procent na praktické úloze

Ročník: 7- 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti procent

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) promyslí a realizuje způsob řešení problému
- **Kompetence občanské** – orientuje se v reálném světě finančních produktů

Prostředky a pomůcky:

propagační letáky slev s kartou ISIC, internet

Anotace:

Žáci řeší tři úlohy na procenta ve formě slev poskytovaných studentskou kartou ISIC.

PRACOVNÍ LIST

Slevy s kartou ISIC

Průkazy ISIC, ITIC a IYTC jsou jediné celosvětově uznávané doklady prokazující status studenta, učitele a mládežníka. Průkazy vydává světová organizace ISIC Association pod záštitou UNESCO.

ISIC (Pro studenty (denní forma) ZŠ, SŠ, VŠ, VOŠ)

ITIC (Pro učitele MŠ, ZŠ, SŠ, VŠ, VOŠ, ZUŠ)

IYTC (Pro mládež do 26 let)

1. ÚKOL:

Doplňte chybějící údaje a určete nejvyšší procentní slevu, kterou umožňuje majiteli karta ISIC na následující akce:

Akce	Původní cena Kč	Sleva %	Sleva Kč	Cena po slevě Kč
Metalfest	800		50	
Festia Open Air	250		70	
Bounty Rock Cafe Open Air	250		50	

.....



2. ÚKOL:

Spočítejte výslednou procentní slevu na pobyt pro držitele karty ISIC v Hostelu ve Dvoře Králové nad Labem na jeden den s plnou penzí.

	Původní cena Kč	Sleva %	Sleva Kč	Cena po slevě Kč
Ubytování	180	20 %		
Plná penze	175	10 %		
Celkem				

.....



3. ÚKOL:

Na slevovém portálu akceptují průkaz ISIC a garantují slevu 10% i na výrobky, které již byly jednou zlevněny. Jaká bude cena tabletu Dell Venue, jestliže původní cena byla 3 990 Kč?

Původní cena

Cena po první slevě o 25%

Cena pro studenty- majitele ISIC



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Slevy s kartou ISIC

Průkazy ISIC, ITIC a IYTC jsou jediné celosvětově uznávané doklady prokazující status studenta, učitele a mládežníka. Průkazy vydává světová organizace ISIC Association pod záštitou UNESCO.

ISIC (Pro studenty (denní forma) ZŠ, SŠ, VŠ, VOŠ)

ITIC (Pro učitele MŠ, ZŠ, SŠ, VŠ, VOŠ, ZUŠ)

IYTC (Pro mládež do 26 let)

1. ÚKOL:

Doplňte chybějící údaje a určete nejvyšší procentní slevu, kterou umožňuje majiteli karta ISIC na následující akce:

Akce	Původní cena Kč	Sleva %	Sleva Kč	Cena po slevě Kč
Metalfest	800	6,25 %	50	750
Festia Open Air	250	28 %	70	180
Bounty Rock Cafe Open Air	250	20 %	50	200

Z uvedených akcí je nejvyšší % sleva 28 % na Festia Open air.



2. ÚKOL:

Spočítejte výslednou slevu a konečnou cenu pro pobyt držitele karty ISIC v Hostelu ve Dvoře Králové nad Labem na jeden den s plnou penzí.

	Původní cena Kč	Sleva %	Sleva Kč	Cena po slevě Kč
Ubytování	180	20 %	36	144
Plná penze	175	10 %	17,5	157,5
Celkem	355	15 %	53,5	301,5

Výsledná sleva je 53,5 Kč (15%) a konečná cena bude 301,5 Kč.



3. ÚKOL:

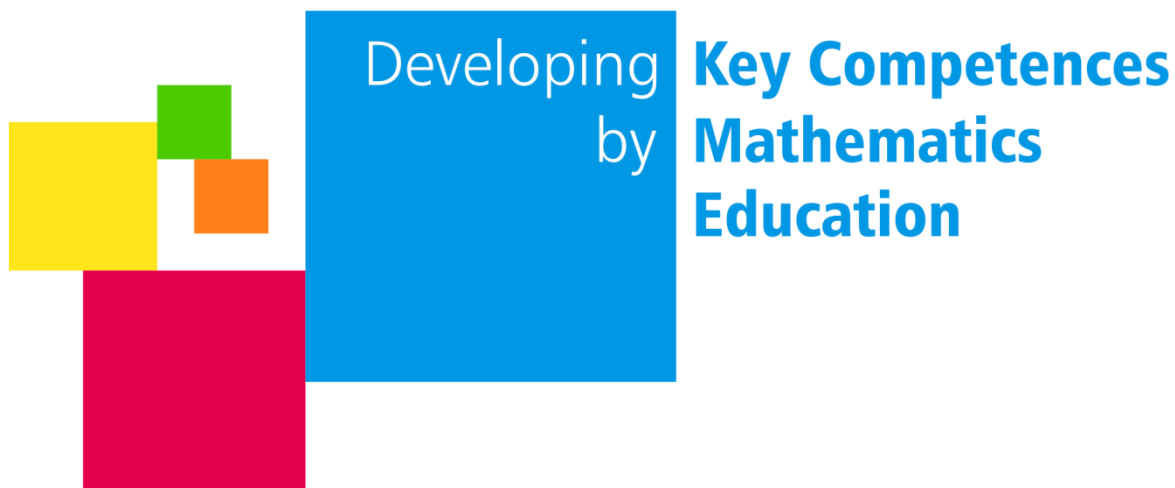
Na slevovém portálu akceptují průkaz ISIC a garantují slevu 10% i na výrobky, které již byly jednou zlevněny. Jaká bude cena tabletu Dell Venue, jestliže původní cena byla 3 990 Kč?(základem je cena po slevě)

Původní cena 3 990 Kč

Cena po první slevě o 25%..... $3\,990 \cdot 0,75 = 2\,992,50$

Cena pro studenty- majitele ISIC $2\,992,5 \cdot 0,90 = 2\,693,25$





Stavební spoření

Lenka Činčurová

Cíl aktivity: samostatně najít informace o produktech různých stavebních spořitelén, seznámit se blíže s pojmy inflace a úroková míra, orientovat se v nabízených produktech, umět porovnat jednotlivé spořitelny z hlediska zhodnocení vložených finančních prostředků

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní početní operace, procenta, výpočet úroků, základy finanční matematiky

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) pečlivě studuje různé formy a druhy stavebního spoření, hledá nejvhodnější dobu úročení finančních prostředků (měsíční, pololetní, roční) a ověřuje správnost svých nápadů
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle, kultivovaně a matematicky správně
- **Kompetence sociální a personální** – pracuje samostatně, případně za pomoci spolužáků, ochotně spolupracuje, přijímá a respektuje názory ostatních a dokáže řídit své chování a jednání k vzájemné spokojenosti
- **Kompetence k učení** – procvičuje základní početní operace, vyhledává nové informace a vytváří si tak komplexnější pohled na danou problematiku. Je schopen obhájit svou volbu a diskutovat o svých závěrech

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, internetový vyhledávač, online spořicí kalkulačka

Metodický a didaktický komentář:

Formou samostatných úkolů si žáci vyhledají informace potřebné k analýze a porovnání nabízených produktů jednotlivých stavebních spořitelů.

Cílem je blíže se seznámit s problematikou stavebního spoření, dokázat odhadnout konečnou výši naspořené částky v závislosti na délce spoření a pokusit se navrhnout optimální dobu spoření a úrokové období.

PRACOVNÍ LIST

Které instituce nabízejí stavební spoření?

.....

Znáte nějaké konkrétní?

.....

Vyhledejte, kolik takových institucí působí v České republice a запиšte jejich názvy.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Jaký je minimální a jaký optimální měsíční vklad?

.....

Zjistěte, jakou roční úrokovou míru nabízejí jednotlivé instituce:

Instituce:	Roční úroková míra [%]:

Patří podle Vás tyto úrokové míry mezi nižší nebo vyšší?

.....

Co to je inflace? Vysvětlete nebo vyhledejte a popište, jak souvisí s Vašimi úspory.

.....

.....

.....

.....

Vyberte si jednu z institucí a vyplňte následující tabulku.

Název instituce:	
Roční úroková míra:	
Minimální měsíční vklad:	
Vypočítejte samostatně, kolik Kč si budete moci na konci spoření vybrat, jestliže budete spořit 1 500 Kč měsíčně po dobu pěti let. Neuvažujte státní podporu.	
Nyní použijte spořicí kalkulačku¹¹ a запиšte výsledek. Okomentujte.	
Kolik Kč budete muset měsíčně spořit, abyste si za 10 let mohli vybrat 200 000 Kč?	

¹¹ Např. <http://www.mesec.cz/kalkulacky/kolik-vam-vynese-sporeni-v-bance/>

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Které instituce nabízejí stavební spoření?

Stavební spořitelny

Znáte nějaké konkrétní?

.....

Vyhledejte, kolik takových institucí působí v České republice a запиšte jejich názvy.

Českomoravská stavební spořitelna, a.s.
Modrá pyramida stavební spořitelna, a.s.
Raiffeisen stavební spořitelna a.s.
Stavební spořitelna České spořitelny, a.s.
Wüstenrot - stavební spořitelna a.s.

Jaký je minimální a jaký optimální měsíční vklad?

Minimálně 100 Kč, optimálně tak, aby bylo 20 000 ročně, tzn. 1 700 Kč měsíčně.

Zjistěte, jakou roční úrokovou míru nabízejí jednotlivé instituce:

Instituce:	Roční úroková míra [%]:
Českomoravská stavební spořitelna, a.s.	1,5 % p.a. (s bonusem cca 1,8 % p.a. po 6 letech pravidelného spoření)
Modrá pyramida stavební spořitelna, a.s.	1,0 % + 0,7 % p.a. dočasný bonus
Raiffeisen stavební spořitelna a.s.	1,5 % p.a.
Stavební spořitelna České spořitelny, a.s.	1,0 % p.a. bez omezení
Wüstenrot - stavební spořitelna a.s.	2,0 % p.a. bez omezení

Patří podle Vás tyto úrokové míry mezi nižší nebo vyšší?

Nižší.

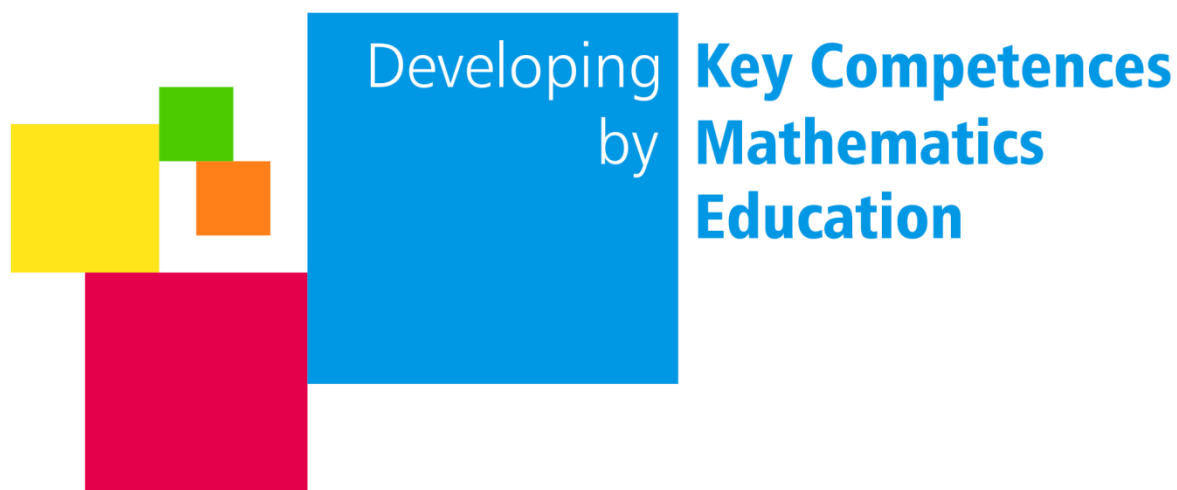
Co to je inflace? Vysvětlete nebo vyhledejte a popište, jak souvisí s Vašimi úspory.

Inflace je obvykle chápána jako opakovaný růst většiny cen v dané ekonomice. Jde o oslabení reálné hodnoty (tj. kupní síly) dané měny vůči zboží a službám, které spotřebitel kupuje.

Vyberte si jednu z institucí a vyplňte následující tabulku.

Název instituce:	
Roční úroková míra:	
Minimální měsíční vklad:	
Vypočítejte samostatně, kolik Kč si budete moci na konci spoření vybrat, jestliže budete spořit 1 500 Kč měsíčně po dobu pěti let. Neuvažujte státní podporu.	
Nyní použijte spořicí kalkulačku¹² a zapište výsledek. Okomentujte.	
Kolik Kč budete muset měsíčně spořit, abyste si za 10 let mohli vybrat 200 000 Kč?	

¹² Např. <http://www.mesec.cz/kalkulacky/kolik-vam-vynese-sporeni-v-bance/>



Studentský rozpočet

Mgr. Helena Trsková

Cíl aktivity: podněcovat žáky k řešení aktuálních problémů finanční matematiky za využití dosavadních znalostí

Ročník: 7. - 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní pojmy finanční matematiky, práce s grafy

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) pochopí dané pojmy, řeší úlohu různými způsoby
- **Kompetence občanské** – respektuje názory ostatních
- **Kompetence sociální a personální** – spolupracuje ve skupině
- **Kompetence komunikativní** – formuluje myšlenky, postup a vysloví závěr

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulačka, tabulkový procesor nebo milimetrový papír (na grafy), pravítko

Metodický a didaktický komentář:

Řešení úlohy „Studentský rozpočet“ metodou analýzy a syntézy, doplněné výpočtem a grafem v Excelu

Úloha může být zadávána jako individuální práce nebo skupinová. Lze ji zařadit v rámci témat: finanční matematika, funkce, nástroje programu Excel.

PRACOVNÍ LIST

Studentský rozpočet

Vysokoškolská studentka poskytla pro zpracování údajů svůj reálný měsíční rozpočet. Proveď analýzu její finanční situace (dle pokynů) a navrhní možná řešení. Srovnej předložený rozpočet se svým vlastním.

Osobní měsíční rozpočet studentky – údaje:

Kapesné od rodičů	6 000,-
Brigáda	1 200,-
Ubytovací stipendium	590,-
Nájem	3 000,-
Jídlo	4 500,-
Kino, výstava, koncerty	1 000,-
MHD	280,-
Vlak	480,-
Ostatní (tabák, alkohol)	0,-

1. ÚKOL:

Rozděl údaje na „Příjmy“ a „Výdaje“. Vypočítej „Zůstatek“. Pro přehlednost zvol formu tabulky, či jednotlivých tabulek (nejlépe v tabulkovém procesoru).

Například: Sloupce – „Položky“, „Příjmy“, „Výdaje“, „Zůstatek“

Řádky – jednotlivé položky, poslední „Celkem“

2. ÚKOL:

Z údajů v tabulce vytvoř sloupcový graf (v Excelu označ tabulku, údaje – Vložit – Graf Sloupcový), případně zakresli závislosti veličin do grafu na milimetrovém papíru.

3. ÚKOL:

Vyhodnoť zůstatek a proved' analýzu rozpočtu.

.....

.....

.....

4. ÚKOL:

Navrhni možná řešení situace.

.....

.....

.....

5. ÚKOL:

Srovnej předložený rozpočet se svým vlastním. Porovnej svoje útraty, úspory a zůstatky.

.....

.....

.....

.....

.....

6. ÚKOL:

Závěr – vyber nejreálnější a nejefektivnější způsob řešení. Zdůvodni proč a seznam s tvým názorem spolužáky.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Studentský rozpočet

Osobní měsíční rozpočet studentky – údaje:

Kapesné od rodičů	6 000,-
Brigáda	1 200,-
Ubytovací stipendium	590,-
Nájem	3 000,-
Jídlo	4 500,-
Kino, výstava, koncerty	1 000,-
MHD	280,-
Vlak	480,-
Ostatní (tabák, alkohol)	0,-

1. ÚKOL:

Rozděl údaje na „Příjmy“ a „Výdaje“. Vypočítej „Zůstatek“. Pro přehlednost zvol formu tabulky, či jednotlivých tabulek (nejlépe v tabulkovém procesoru).

Příjmy:

SKUTEČNÝ MĚSÍČNÍ PŘÍJEM	Příjem od rodičů	6 000 Kč
	Dodatečný příjem	1 790 Kč
	Celkový měsíční příjem	7 790 Kč

Výdaje:

BYDLENÍ	Předpokládané náklady	Skutečné náklady	Rozdíl
Pronájem	3 000 Kč	3 000 Kč	0 Kč
Telefon	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Elektřina	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Plyn	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Voda a kanalizace	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Kabel	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Odvoz odpadu	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Údržba nebo opravy	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Zásoby	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Jiné	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Celkem	3 000 Kč	3 000 Kč	0 Kč

DOPRAVA	Předpokládané náklady	Skutečné náklady	Rozdíl
Splátka automobilu	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Jízdné v autobuse/taxíku	280 Kč	280 Kč	0 Kč
Pojištění	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Licenční poplatky	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Pohonné hmoty	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Údržba	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Vlak	480 Kč	480 Kč	0 Kč
Celkem	760 Kč	760 Kč	0 Kč

JÍDLO	Předpokládané náklady	Skutečné náklady	Rozdíl
Potraviny	4 000 Kč	4 000 Kč	0 Kč
Jídlo v restauraci	350 Kč	350 Kč	0 Kč
Jiné	150 Kč	150 Kč	0 Kč
Celkem	4 500 Kč	4 500 Kč	0 Kč

KULTURA	Předpokládané náklady	Skutečné náklady	Rozdíl
Video/Disk DVD	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Disk CD	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Kino	150 Kč	150 Kč	0 Kč
Koncerty	300 Kč	300 Kč	0 Kč
Sportovní události	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Divadlo	350 Kč	350 Kč	0 Kč
Výstavy	150 Kč	150 Kč	0 Kč
Jiné kulturní události	50 Kč	50 Kč	0 Kč
Jiné	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Celkem	1 000 Kč	1 000 Kč	0 Kč

OSOBNÍ PÉČE	Předpokládané náklady	Skutečné náklady	Rozdíl
Léky	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Kadeřník/manikúra	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Oblečení	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Čistírna	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Fitness	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Organizační poplatky	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Jiné	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Celkem	0 Kč	0 Kč	0 Kč

PŮJČKY	Předpokládané náklady	Skutečné náklady	Rozdíl
Osobní	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Student	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Kreditní karta	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Kreditní karta	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Kreditní karta	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Jiné	0 Kč	0 Kč	0 Kč
Celkem	0 Kč	0 Kč	0 Kč

CELKOVÉ PŘEDPOKLÁDANÉ NÁKLADY	9 260 Kč
CELKOVÉ SKUTEČNÉ NÁKLADY	9 260 Kč
CELKOVÝ ROZDÍL	0 Kč

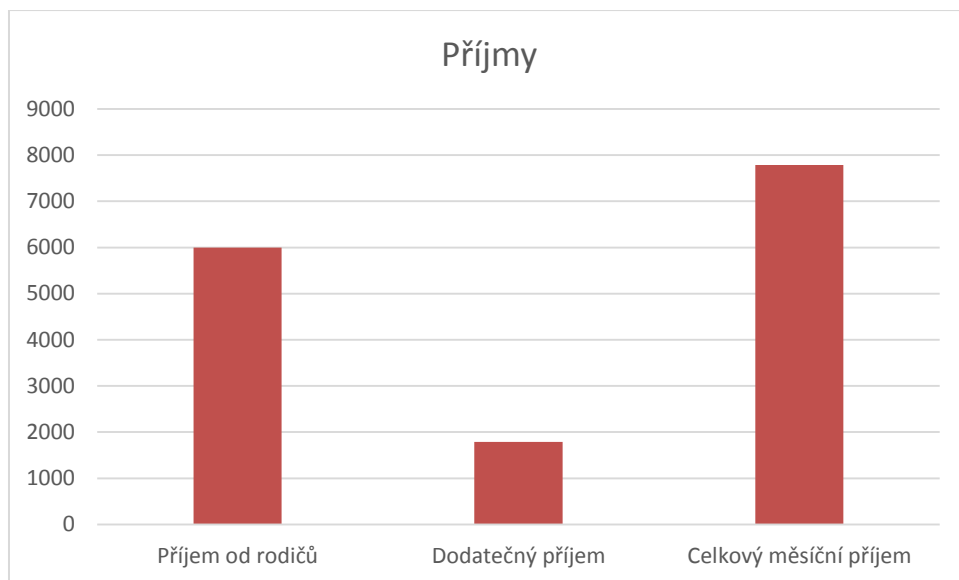
Zůstatek

PŘEDPOKLÁDANÝ ZŮSTATEK (Předpokládaný příjem minus výdaje)	-1 470 Kč
SKUTEČNÝ ZŮSTATEK (Skutečný příjem minus výdaje)	-1 470 Kč
ROZDÍL (Skutečné minus předpokládané)	0 Kč

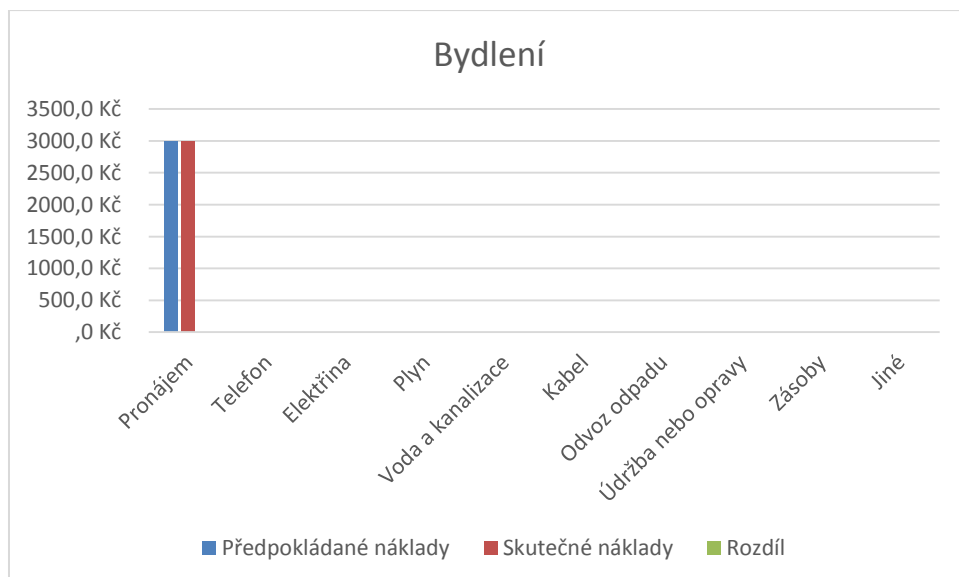
2. ÚKOL:

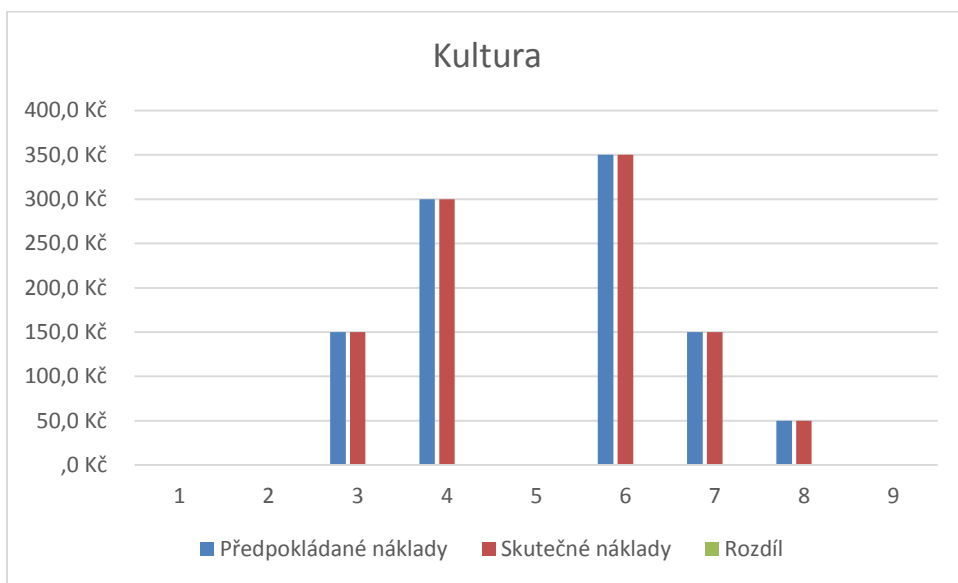
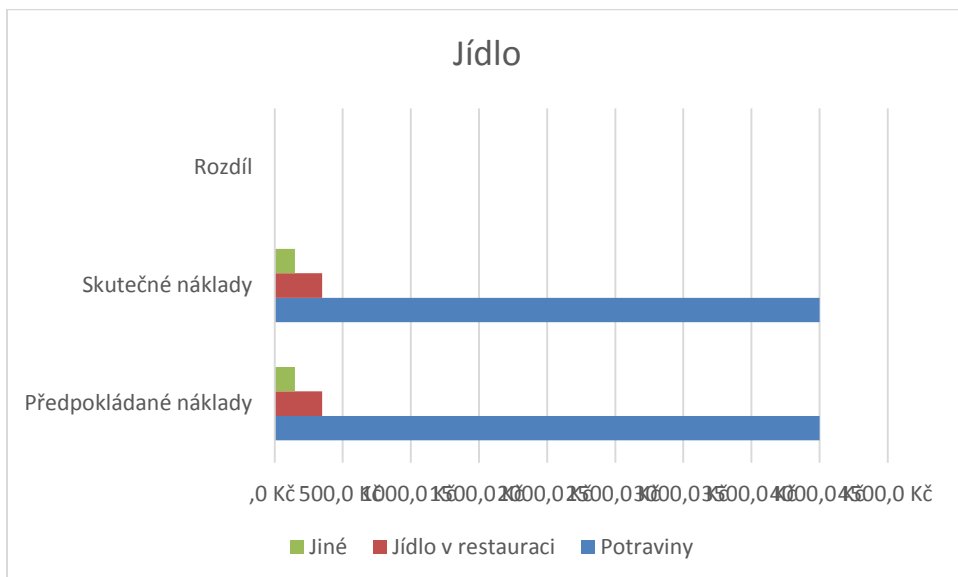
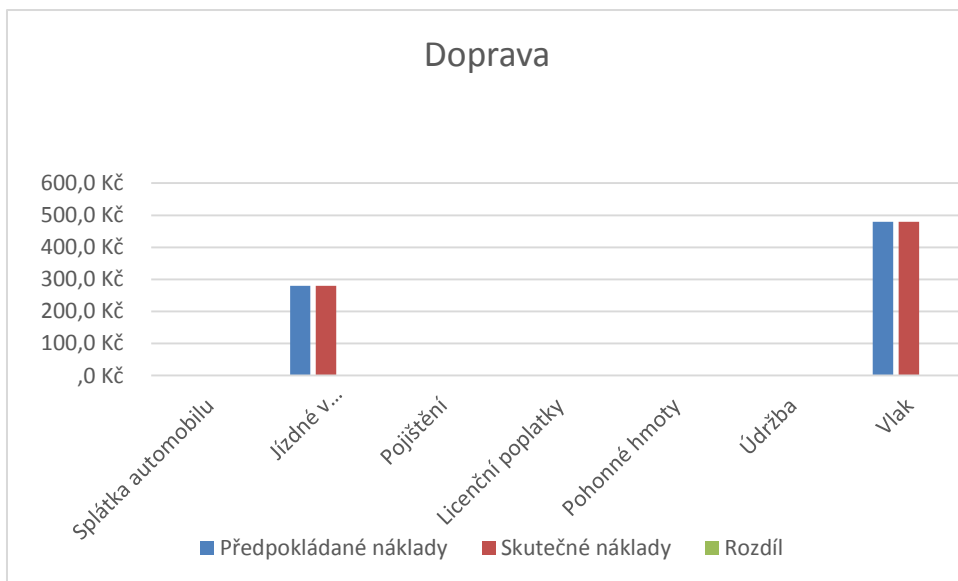
Z údajů v tabulce vytvoř sloupcový graf (v Excelu označ tabulku, údaje – Vložit – Graf Sloupcový), případně zakresli závislosti veličin do grafu na milimetrovém papíru.

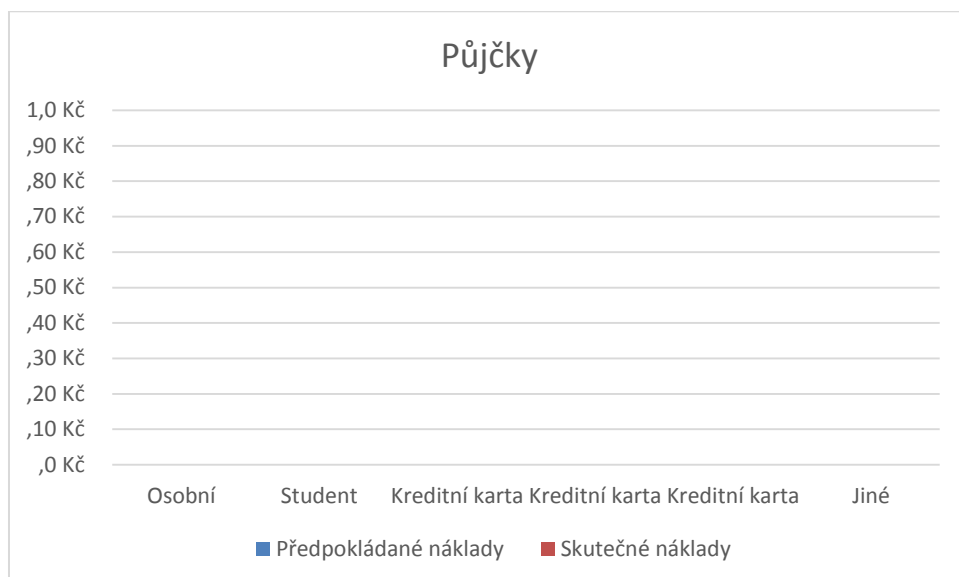
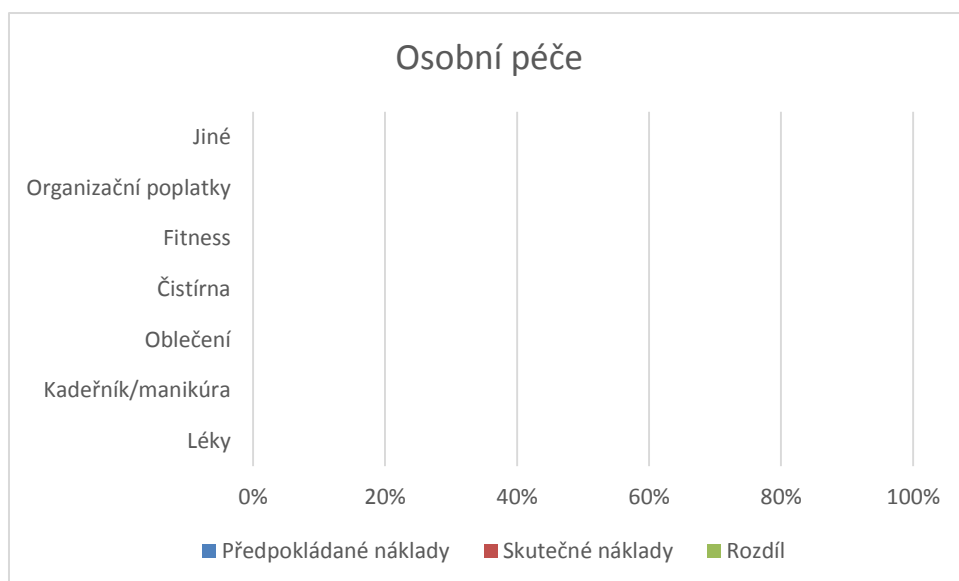
Příjmy



Výdaje



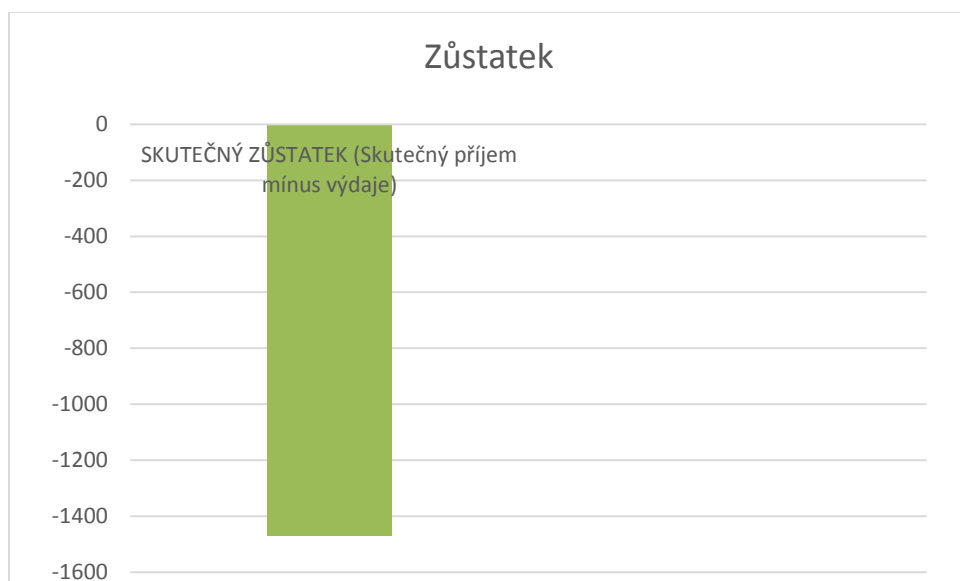




Náklady



Zůstatek



3. ÚKOL:

Vyhodnoť zůstatek a proved' analýzu rozpočtu.

Z grafu i z výpočtu je patrné, že každý měsíc je zůstatek v záporných hodnotách. Výdaje převyšují příjmy o zhruba 1500,-.

4. ÚKOL:

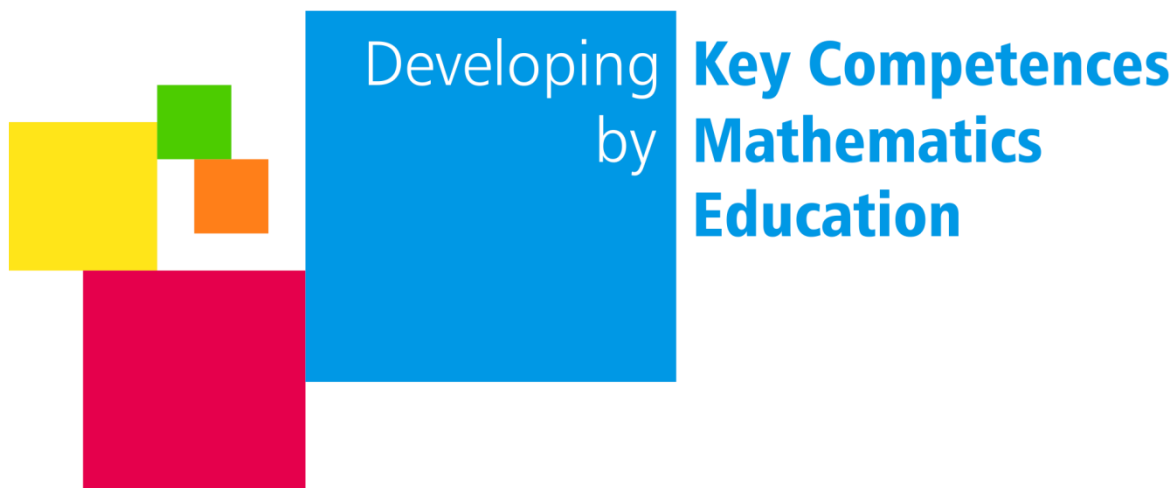
Navrhni možná řešení situace.

Studentská půjčka, prospěchové stipendium, propojení znalostí a dovedností s praxí, případně koníčků a výtvaru, levněji získané ovoce a zelenina (vlastní zdroje).

6. ÚKOL:

Závěr – vyber nejreálnější a nejefektivnější způsob řešení. Zdůvodni proč a seznam s tvým názorem spolužáky.

Nejlépe vychází propojení studentské půjčky a výhodné brigády na základě znalostí z oboru, případně zálib



Umíš číst, co dostaneš do schránky?

Jana Doležalová

Cíl aktivity: schopnost orientovat se v nabídkách půjček bankovního a nebankovního sektoru

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhajuje své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulačka, internet, popřípadě letáček s nabídkou

Metodický a didaktický komentář:

V současné době je nezbytné naučit žáky orientovat se ve světě financí – půjček tak, aby nepodlehli na první pohled líbivým nabídkám jednotlivých společností.

1. úkol: Důležité naučit se číst text s porozuměním. Klást důraz na čtení „nejmenšího“ textu.
3. úkol: Žáci již sice znají význam RPSN, ale vzhledem k tomu, že s ním neumí počítat, záměrně zde zavádím procento navýšení.
4. úkol: Zajímavý je okamžik půjčky 60 000 Kč. Při diskusi se žáky je potřeba vysvětlit žákům, jak tato půjčka funguje. Vzhledem k tomu, že nám splátky vrací až po splacení, může s penězi společnost nakládat a ještě je zhodnotit.
5. úkol: Při nedodržení podmínek se nám výrazně změní podmínky této půjčky.
6. úkol: V nebankovním sektoru jsou pouze týdenní splátky. Aby vynikla nevýhodnost této půjčky, uvádíme zde bezhotovostní i hotovostní půjčku. Pro zajímavost si žáci uvedou RPSN a porovnájí jeho hodnoty.

PRACOVNÍ LIST

Umíš číst, co dostaneš do schránky?



HOME CREDIT
Nejste na to sami

Certifikát na vrácení až 21 splátek

S tímto certifikátem získáte za věrnost při splácení půjčky od společnosti Home Credit splátky zpět.
Například u půjčky 100 000 Kč s měsíční splátkou 1 899 Kč Vám při řádném splácení vrátíme 21 splátek, což je celkem 39 879 Kč.

Zavolejte si zdarma o telefonní půjčku na nonstop linku ☎ **800 261 717**



Zavolejte si třeba pro 100 000 Kč za 1 899 Kč měsíčně

- Půjčte si od 10 000 do 150 000 Kč
- Neplatíte žádné poplatky za vyřízení, vedení nebo předčasné splacení půjčky
- Máte na výběr doplňkové služby pro neočekávané životní situace:
 - Pojištění výdajů
 - Změnu výše měsíčních splátek
 - Odložení měsíčních splátek až 4x v průběhu splacení

Podívejte se, kolik splátek vám vrátíme.

Příklad půjčky	Splátka	Délka půjčky	Vrácené splátky	Vrácené peníze
30 000 Kč	889 Kč	4 roky	5	4 445 Kč
60 000 Kč	1 507 Kč	5 let	17	25 619 Kč
150 000 Kč	2 799 Kč	7 let	21	58 779 Kč

Počet vrácených splátek je závislý na délce splacení úvěru. Při výši úvěru 100 000 Kč, výši splátky 1 899 Kč, počtu měsíčních splátek 84 a lhůtě splatnosti 15. 2. 2022 je úrok po splnění podmínek vrácení 21 splátek 143,7% p. a. RPSN 6,9%, celková částka splatná spotřebitelem 119 637 Kč. Před vrácením 21 splátek je úrok 15. 2. 2015 a se splatností dalších splátek vždy k 15. dni v měsíci podléhá 15. 3. 2015. Každá žádost o úvěr je posuzována individuálně a může se od prezentované lišit. Nejdelší se o nabídku či veřejnou nabídku a platí do úvěrových registrů SOLUS a Nebankovního registru klientských informací. Více informací, včetně informací o registrech najdete na www.solus.cz a www.nrb.cz.

Zavolejte si zdarma o telefonní půjčku na nonstop linku 800 261 717

1. ÚKOL:

Prostuduj si letáček a vyhledej nejdůležitější informace, které ti sděluje.

2. ÚKOL:

Přijde ti tato nabídka zajímavá? Svůj předpoklad se snaž dokázat.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Vypočti, o kolik procent přeplatíme půjčku ve třech nabízených případech.

Půjčka	Zaplaceno	Vráceno	Procento navýšení
30 000 Kč			
60 000 Kč			
100 000 Kč			

4. ÚKOL:

Je některá z těchto půjček finančně zajímavá? Za jakých podmínek?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ÚKOL:

Co se stane, pokud se podmínky změní? Prostuduj případ uvedeného příkladu zapůjčení 100 000 Kč.

Půjčka	Zaplaceno	Vráceno	Procento navýšení
100 000 Kč			
100 000 Kč		0 Kč	

6. ÚKOL:

Rozdělte se na dvě skupiny. Jedna skupina vyhledá na internetu spotřebitelský úvěr na stejné částky jako v předchozí úloze, přičemž si půjčí u bankovního sektoru. Druhá skupina vyhledá dané informace u společnosti z nebankovního sektoru (například Provident nebo Ferratum).

Bankovní sektor

Půjčka	Zaplaceno	RPSN (%)	Procento navýšení
30 000 Kč			
60 000 Kč			
100 000 Kč			

Nebankovní sektor

Půjčka	Zaplaceno	RPSN (%)	Procento navýšení
30 000 Kč Bezhotovostně			
30 000 Kč Hotovostně			
Libovolná částka			

7. ÚKOL:

Porovnejte svoje výsledky.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

3. ÚKOL:

Vypočti, o kolik procent přeplatíme půjčku ve třech nabízených případech.

Půjčka	Zaplaceno	Vráceno	Procento navýšení
30 000 Kč	42 672 Kč	4 445 Kč	27%
60 000 Kč	90 420 Kč	25 619 Kč	8%
100 000 Kč	235 116 Kč	58 779 Kč	17,5%

4. ÚKOL:

Je některá z těchto půjček finančně zajímavá? Za jakých podmínek?

Při splácení této půjčky vrací Home Credit dle následujícího klíče

1 rok – 1 splátka, 2 roky – 2 splátky, 3 roky – 3 splátky, 4 roky – 5 splátek, 5 let – 17 splátek, 6 let – 19 splátek, 7 let – 21 splátek

Tato půjčka se stává zajímavou při půjčení 60 000Kč na pět let.

5. ÚKOL:

Co se stane, pokud se podmínky změní? Prostuduj případ uvedeného příkladu zapůjčení 100 000Kč.

Půjčka	Zaplaceno	Vráceno	Procento navýšení
100 000 Kč	159 516 Kč	39879 Kč	19,6%
100 000 Kč	159 516 Kč	0 Kč	59,5%

6. ÚKOL:

Rozdělte se na dvě skupiny. Jedna skupina vyhledá na internetu spotřebitelský úvěr na stejné částky jako v předchozí úloze, přičemž si půjčí u bankovního sektoru. Druhá skupina vyhledá dané informace u společnosti z nebankovního sektoru (například Provident nebo Ferratum).

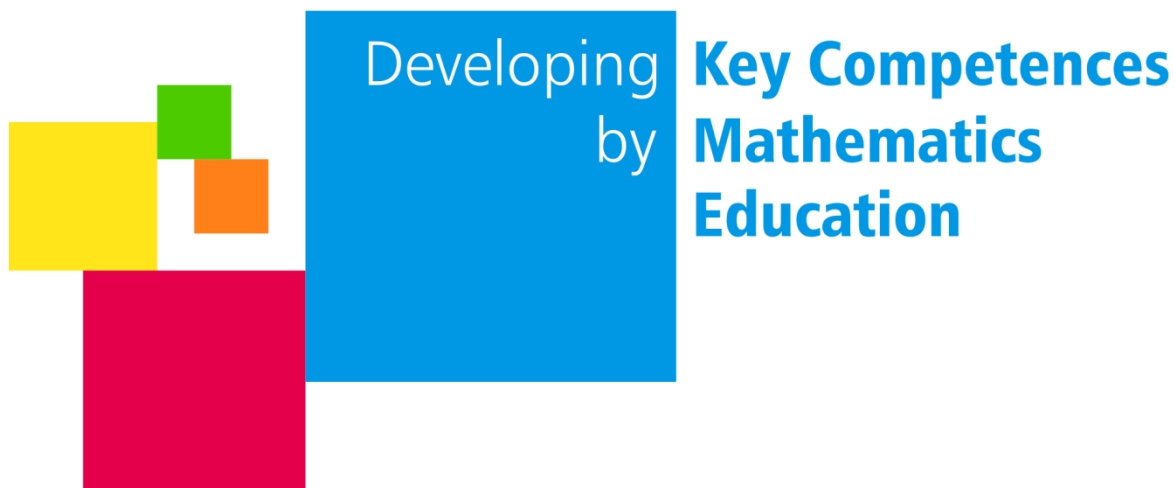
Bankovní sektor **např. Česká spořitelna**

Půjčka	Zaplaceno	RPSN (%)	Procento navýšení
30 000 Kč	43 968 Kč	22,86	46,56%
60 000 Kč	89 940 Kč	17	49,9%
100 000 Kč	238 308 Kč	15,7	58,8%

ČSOB neuvádí u on-line kalkulačky ani při telefonické domluvě půjčky RPSN. Možné je zjistit až při podpisu smlouvy. U České spořitelny a u GE Money Bank je uvedeno při on-line výpočtech.

Nebankovní sektor – **v tomto případě Provident – 100 týdnů**

Půjčka	Zaplaceno	RPSN (%)	Procento navýšení
30 000 Kč Bezhotovostně	44 100 Kč	53	47%
30 000 Kč Hotovostně	61 200 Kč	53	104%
Libovolná částka			



Asteroid Eros

Jiří Kopecký

Cíl aktivity: procvičení pojmu měřítko a jeho pochopení jako poměru, přiblížení aplikace matematických metod ve výzkumu, měření délky, porovnávání velikostí, výpočet, zaokrouhlování, algoritmizace

Ročník: 5. / 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti z oblasti poměrů

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – operuje s termíny, znaky a symboly
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, pravítko, kalkulačka

Poznámky:

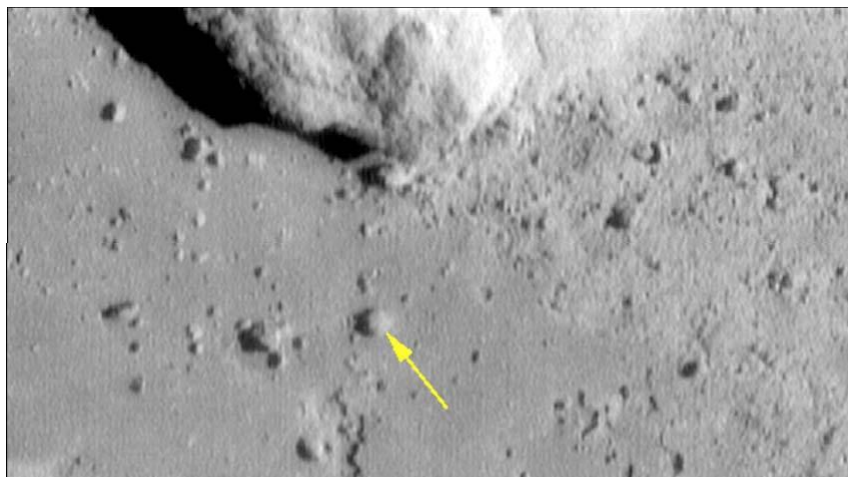
Úloha je vyňata, přeložena a upravena z knihy Image Scale Math¹³, která vznikla v rámci projektu Space Math @ NASA¹⁴.

¹³ Zdroj: http://www.nasa.gov/audience/foreducators/topnav/materials/listbytype/Image_Scale_Math.html

¹⁴ Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov>

PRACOVNÍ LIST

Asteroid Eros



Tento snímek NASA ze sondy NEAR povrchu asteroidu Eros byl pořízen 12. února 2001 z nadmořské výšky 120 m (Dr. Joseph Veverka / NEAR Imaging Team / Cornell University). Obrázek je 6 metrů široký.

Měřítka obrazu se zjistí změřením vzdálenosti mezi dvěma body na obrázku pravítkem, jejichž vzdálenost ve skutečných jednotkách znáte. V tomto případě je nám řečeno, že šířka obrázku je 6,0 m.

Krok 1: Změřte šířku obrázku pravítkem. Jaká je šířka obrázku v milimetrech?

.....

Krok 2: Využijte informace v popisu obrázku k určení skutečné šířky v cm.

.....

Krok 3: Vydělte svou odpověď na Krok 2 odpovědí na Krok 1a dostanete měřítko obrázku v centimetrech na milimetr, zaokrouhlete výsledek na dvě desetinná místa.

.....

Jakmile jednou znáte měřítko obrázku, můžete měřit v milimetrech cokoli, co se na něm vyskytuje. Číslo pak vynásobte měřítkem z Kroku 3, abyste získali skutečnou velikost prvku v centimetrech na dvě desetinná místa.

1. ÚKOL:

Jaké jsou rozměry tohoto obrázku v metrech?

.....

2. ÚKOL:

Jaká je šířka největšího prvku na obrázku?

.....

3. ÚKOL:

Jaká je velikost nejmenšího objektu, který lze pozorovat?

.....

4. ÚKOL:

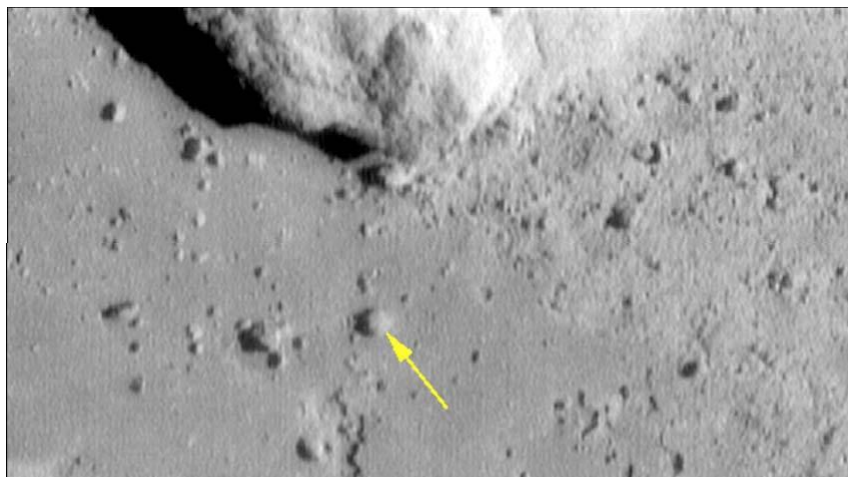
Jak velký je kámen, na který ukazuje šipka?

.....



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Asteroid Eros



Tento snímek NASA ze sondy NEAR povrchu asteroidu Eros byl pořízen 12. února 2001 z nadmořské výšky 120 m (Dr. Joseph Veverka / NEAR Imaging Team / Cornell University). Obrázek je 6 metrů široký.

Měřítka obrazu se zjistí změřením vzdálenosti mezi dvěma body na obrázku pravítkem, jejichž vzdálenost ve skutečných jednotkách znáte. V tomto případě je nám řečeno, že šířka obrázku je 6,0 m.

Krok 1: Změřte šířku obrázku pravítkem. Jaká je šířka obrázku v milimetrech?

144mm

Krok 2: Využijte informace v popisu obrázku k určení skutečné šířky v cm.

600cm

Krok 3: Vydělte svou odpověď na Krok 2 odpovědí na Krok 1a dostanete měřítko obrázku v centimetrech na milimetr, zaokrouhlete výsledek na dvě desetinná místa.

4,17 cm/mm

Jakmile jednou znáte měřítko obrázku, můžete měřit v milimetrech cokoliv, co se na něm vyskytuje. Číslo pak vynásobte měřítkem z Kroku 3, abyste získali skutečnou velikost prvku v centimetrech na dvě desetinná místa.

1. ÚKOL:

Jaké jsou rozměry tohoto obrázku v metrech?

6 × 3,4 m

2. ÚKOL:

Jaká je šířka největšího prvku na obrázku?

Šířka skály navrchu obrázku je asi 2,5 metru.

3. ÚKOL:

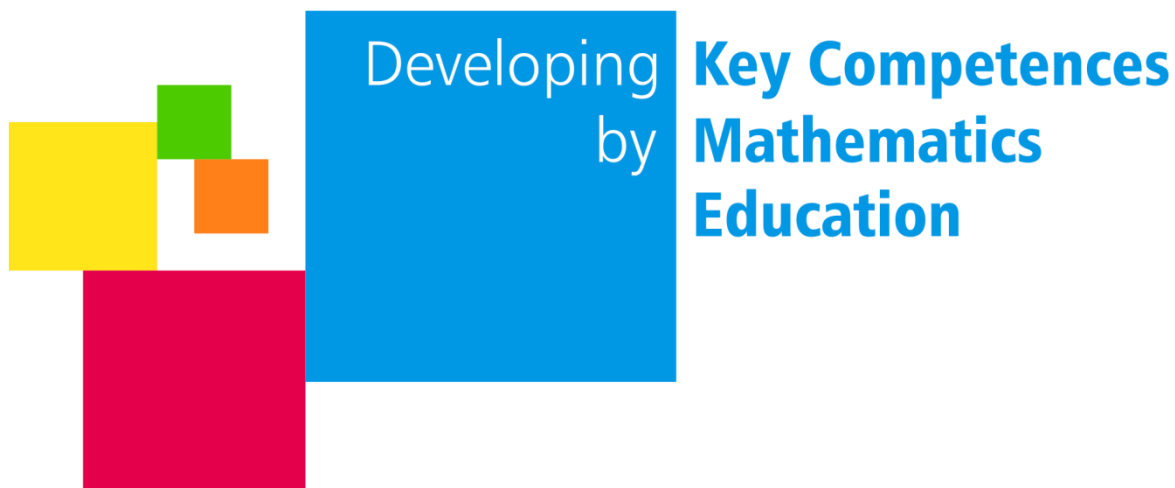
Jaká je velikost nejmenšího objektu, který lze pozorovat?

Nejmenší oblázky mají na obr. šířku asi 0,5 mm, tedy asi 2,1 cm ve skutečnosti.

4. ÚKOL:

Jak velký je kámen, na který ukazuje šipka?

4 mm, neboli 16,68 cm.



Cykloida

Lenka Činčurová

Cíl aktivity: osvojit si základní poznatky o cykloidě, seznámit se především s klasickou, zkrácenou a prodlouženou cykloidou a s výskytem a využitím těchto křivek v praktickém životě

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

kružnice, kruh

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) pečlivě promýšlí možnosti pohybu bodu ležícího na kružnici směrem vpřed, uvědomuje si různé polohy bodu vzhledem k zadanému kruhu, vytrvale hledá co nejpřesnější trajektorii bodu, používá empirické postupy a ověřuje správnost svých nápadů
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle, kultivovaně a matematicky správně
- **Kompetence sociální a personální** – pracuje samostatně, vytváří si pozitivní představu o sobě samém, která podporuje jeho sebedůvěru a samostatný rozvoj. Řídí své chování tak, aby dosáhl pocitu uspokojení a sebeúcty
- **Kompetence k učení** – používá znalosti o kružnici, kruhu a dalších křivkách, poznává nové souvislosti a vytváří si tak komplexnější pohled na dané matematické učivo. Experimentuje s různými možnostmi zakreslení křivky, kriticky posuzuje své postupy a je schopen diskutovat o svých závěrech

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, GeoGebra

Metodický a didaktický komentář:

Formou zajímavého motivačního příkladu se žáci seznámí s křivkou, jejíž využití v praxi je velmi rozsáhlé.

Úkolem žáků je především dokázat popsat základní typy cykloidy, najít, kde se s ní v praxi můžeme setkat a umět stručně popsat její základní vlastnosti.

PRACOVNÍ LIST

Představte si, že jedete na kole po rovné cyklostezce směrem vpřed. Jakou dráhu podle Vás bude opisovat červený bod ležící na obvodu pneumatiky kola?



Promyslete si tento problém a zkuste dráhu bodu odhadnout a zakreslit:

.....

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem

[Cincurova_cykloida.ggb](#)

Otevřete si soubor „Cincurova_cykloida.ggb“ a ověřte, jakou dráhu bude opisovat bod ležící na valíci se kružnici. Posunujte posuvníkem s názvem „Pohyb“ a sledujte, jakou dráhu bod obkreslí. Zakreslete:

.....

Této křivce se říká cykloida. Setkali jste se již někde s jejím tvarem? Kde?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Cykloida má velké praktické využití. Ze všech možných tvarů oblouku má právě cykloida nejvyšší nosnost, proto se její tvar používá ve stavitelství (například u mostů, tunelů a horských drah), ale s jejím tvarem se setkáme také u některých druhů převodovek a motorů.

Najděte konkrétní příklady využití v praxi (obrázky, fotky).

Vraťte se zpět k souboru „Cincurova_cykloida.ggb“ a pomocí posuvníků experimentujte s různým umístěním bodu vzhledem k jeho vzdálenosti od středu kružnice. Můžete nastavit celkový počet otáček, poloměr kružnice a také vzdálenost pozorovaného bodu od středu kružnice.

Jak se křivka změní, umístíme-li pozorovaný bod dovnitř kruhu?

.....

Jedná se o tzv. zkrácenou cykloidu.

Jak bude naopak vypadat pro bod ležící vně kruhu?

.....

Jedná se o tzv. prodlouženou cykloidu.

S prodlouženou cykloidou se můžeme setkat u kol vlaku, protože jejich okraj zasahuje až pod kolejnici, po níž kola jedou. A právě body ležící na přesahujícím okraji kola vykonávají pohyb po prodloužené cykloidě, pro niž je typická klička pod úrovní kolejnice. V tom okamžiku, kdy jsou body ve spodní části své dráhy, se dokonce malou chvíli pohybují proti směru pohybu vlaku!

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Představte si, že jedete na kole po rovné cyklostezce směrem vpřed. Jakou dráhu podle Vás bude opisovat červený bod ležící na obvodu pneumatiky kola?



Promyslete si tento problém a zkuste dráhu bodu odhadnout a zakreslit:

.....

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem

[Cincurova_cykloida.ggb](#)

Otevřete si soubor „Cincurova_cykloida.ggb“ a ověřte, jakou dráhu bude opisovat bod ležící na valíci se kružnici. Posunujte posuvníkem s názvem „Pohyb“ a sledujte, jakou dráhu bod obkreslí. Zakreslete:



Této křivce se říká cykloida. Setkali jste se již někde s jejím tvarem? Kde?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Cykloida má veliké praktické využití. Ze všech možných tvarů oblouku má právě cykloida nejvyšší nosnost, proto se její tvar používá ve stavitelství (například u mostů, tunelů a horských drah), ale s jejím tvarem se setkáme také u některých druhů převodovek a motorů.

Najděte konkrétní příklady využití v praxi (obrázky, fotky).



Obrázek 1 - Tunel Mrázovka¹⁵



Obrázek 2 - Horská dráha (Kalifornie)¹⁶



Obrázek 1 - Most Ponte Vecchio, Itálie¹⁷

¹⁵ Zdroj: <http://www.subterra.cz/referencni-stavby-podzemni-stavby.tab.cs.aspx?ItemId=2007-09-21-12-49-21>

¹⁶ Zdroj: <https://www.dmcinfo.com/latest-thinking/blog/id/228/geek-challenge-constant-g-force-coaster-loops>

¹⁷ Zdroj: <http://www.arborsci.com/cool/playing-in-galileos-lab-part-1>



Obrázek 4 - Muzeum Kimbell Art, Texas¹⁸



A. Wagemakers, R. Capeans, A. Daza

Obrázek 5 - Most Toledo, Madrid¹⁹

¹⁸ Zdroj: <http://en.wikipedia.org/wiki/Cycloid>

¹⁹ Zdroj: <http://www.escet.urjc.es/~fisica/personal/alexandre/>

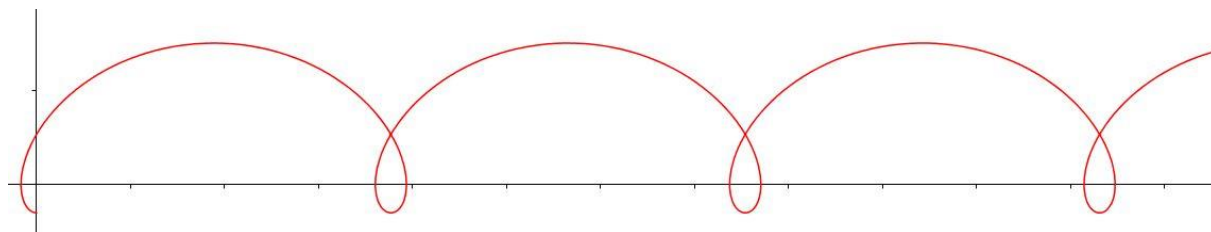
Vraťte se zpět k souboru „Cincurova_cykloida.ggb“ a pomocí posuvníků experimentujte s různým umístěním bodu vzhledem k jeho vzdálenosti od středu kružnice. Můžete nastavit celkový počet otáček, poloměr kružnice a také vzdálenost pozorovaného bodu od středu kružnice.

Jak se křivka změní, umístíme-li pozorovaný bod dovnitř kruhu?



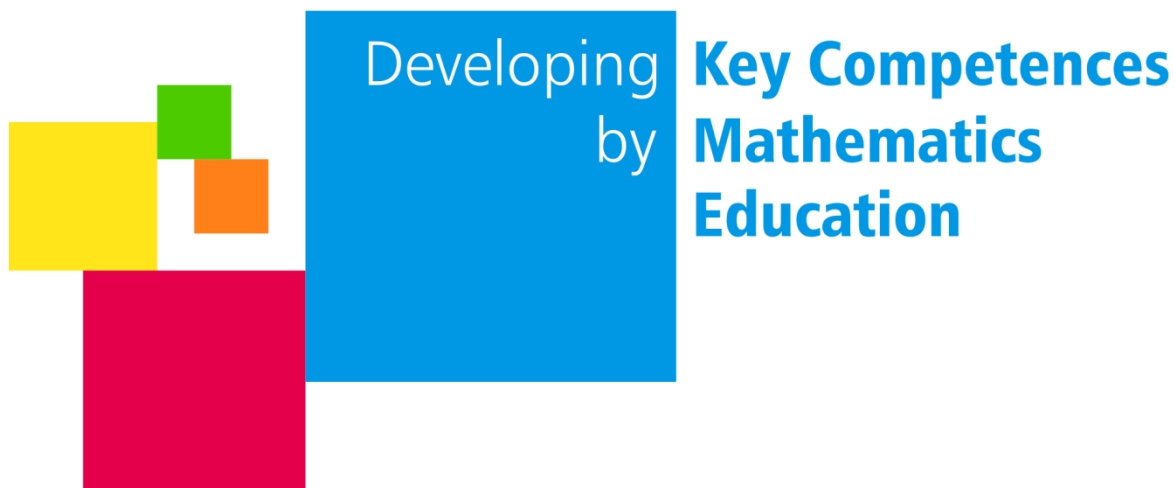
Jedná se o tzv. zkrácenou cykloidu.

Jak bude naopak vypadat pro bod ležící vně kruhu?



Jedná se o tzv. prodlouženou cykloidu.

S prodlouženou cykloidou se můžeme setkat u kol vlaku, protože jejich okraj zasahuje až pod kolejnici, po níž kola jedou. A právě body ležící na přesahujícím okraji kola vykonávají pohyb po prodloužené cykloidě, pro niž je typická klička pod úrovní kolejnice. V tom okamžiku, kdy jsou body ve spodní části své dráhy, se dokonce malou chvíli pohybují proti směru pohybu vlaku!



Detail povrchu Slunce

Jiří Kopecký

Cíl aktivity: procvičení pojmu měřítko a jeho pochopení jako poměru, přiblížení aplikace matematických metod ve výzkumu, měření délky, porovnávání velikostí, výpočet, zaokrouhlování

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti poměrů

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – operuje s termíny, znaky a symboly
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, pravítko, kalkulačka

Metodický a didaktický komentář:

Jako přípravu pro práci s měřítkem na obrázcích lze využít pracovní list Asteroid Eros či další úlohy z knihy Image Scale Math²⁰.

Pokud jsou žáci zvyklí pracovat s GeoGebrou a máme přístup do učebny s počítačem pro každého žáka, můžeme je nechat úlohu řešit na PC.

Poznámky:

Úloha je vyňata, přeložena a upravena z knihy Image Scale Math²⁰, která vznikla v rámci projektu Space Math @ NASA²¹.

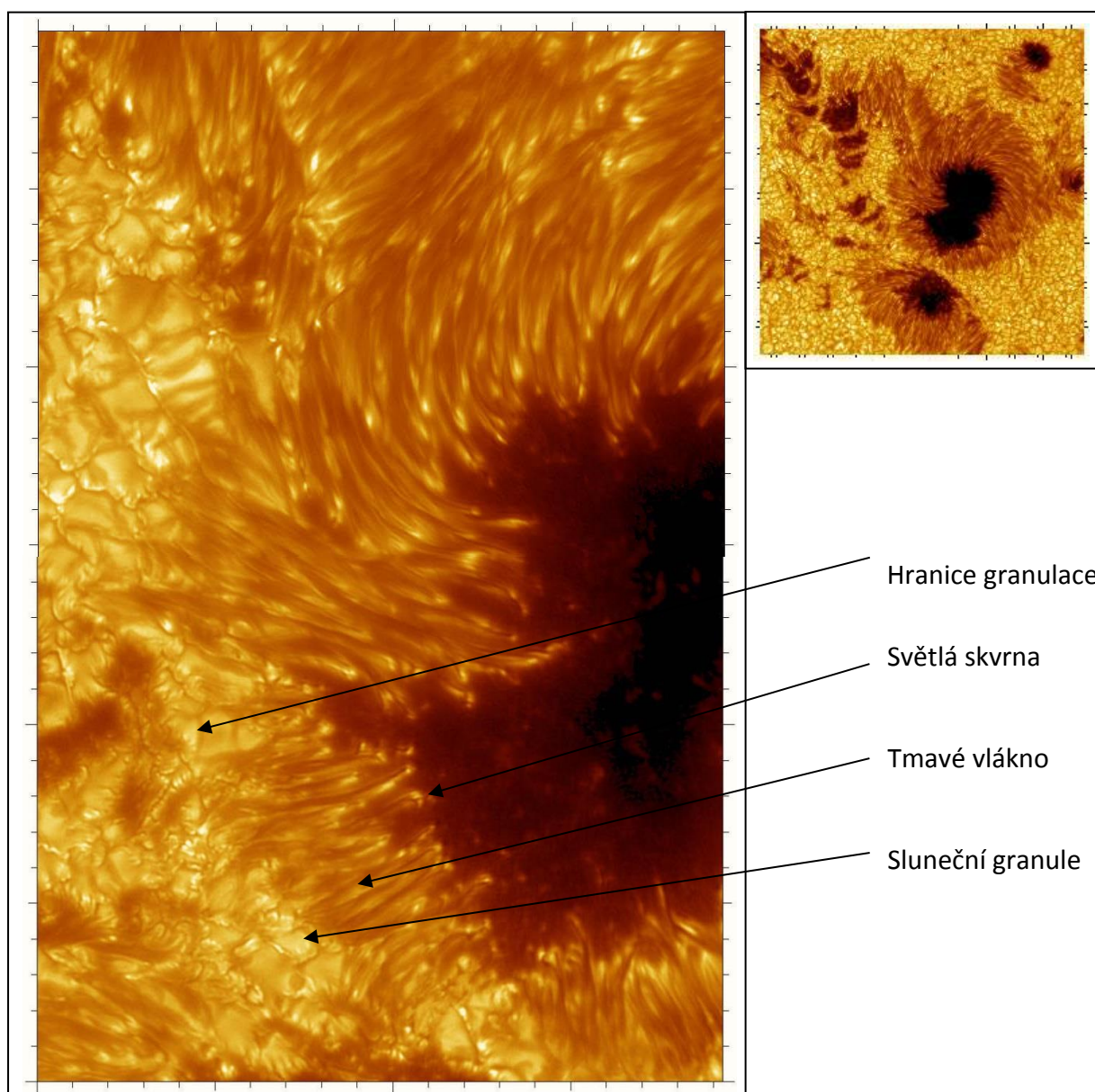
²⁰ Zdroj: http://www.nasa.gov/audience/foreducators/topnav/materials/listbytype/Image_Scale_Math.html

²¹ Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov>

PRACOVNÍ LIST

Detail povrchu Slunce

Slunce je naše nejbližší hvězda. Ze Země můžeme vidět jeho povrch velmi podrobně. Níže uvedené snímky byly pořízeny Švédským teleskopem (SST) na ostrově La Palma astronomy Královské švédské akademie věd. Obrázek vpravo je pohled na sluneční skvrny 15. července 2002. Zvětšený pohled vlevo ukazuje do té doby neviděné detaily okraje největší skvrny a jeho okolí. Použijte milimetrové pravítko k určení měřítka fotografie a odpovězte na otázky, víte-li, že rozměry levého obrázku jsou $19\,300 \times 29\,500$ km. Šipky ukazují na různé solární objekty uvedené v otázkách.



1. ÚKOL:

Jaké je měřítko obrázku v km/mm?

.....

2. ÚKOL:

Jaké nejmenší prvky dokážete na obrázku rozeznat?

.....

3. ÚKOL:

Jaká je průměrná velikost oblasti sluneční granule?

.....

4. ÚKOL:

Jak dlouhá a široká jsou tmavá vlákna?

.....

5. ÚKOL:

Jak velké jsou světlé skvrny?

.....

6. ÚKOL:

Nakreslete kružnici velikosti Země (6 378 km) doprostřed obrázku. Jak velké jsou měřené objekty ve srovnání se Zemí?

.....

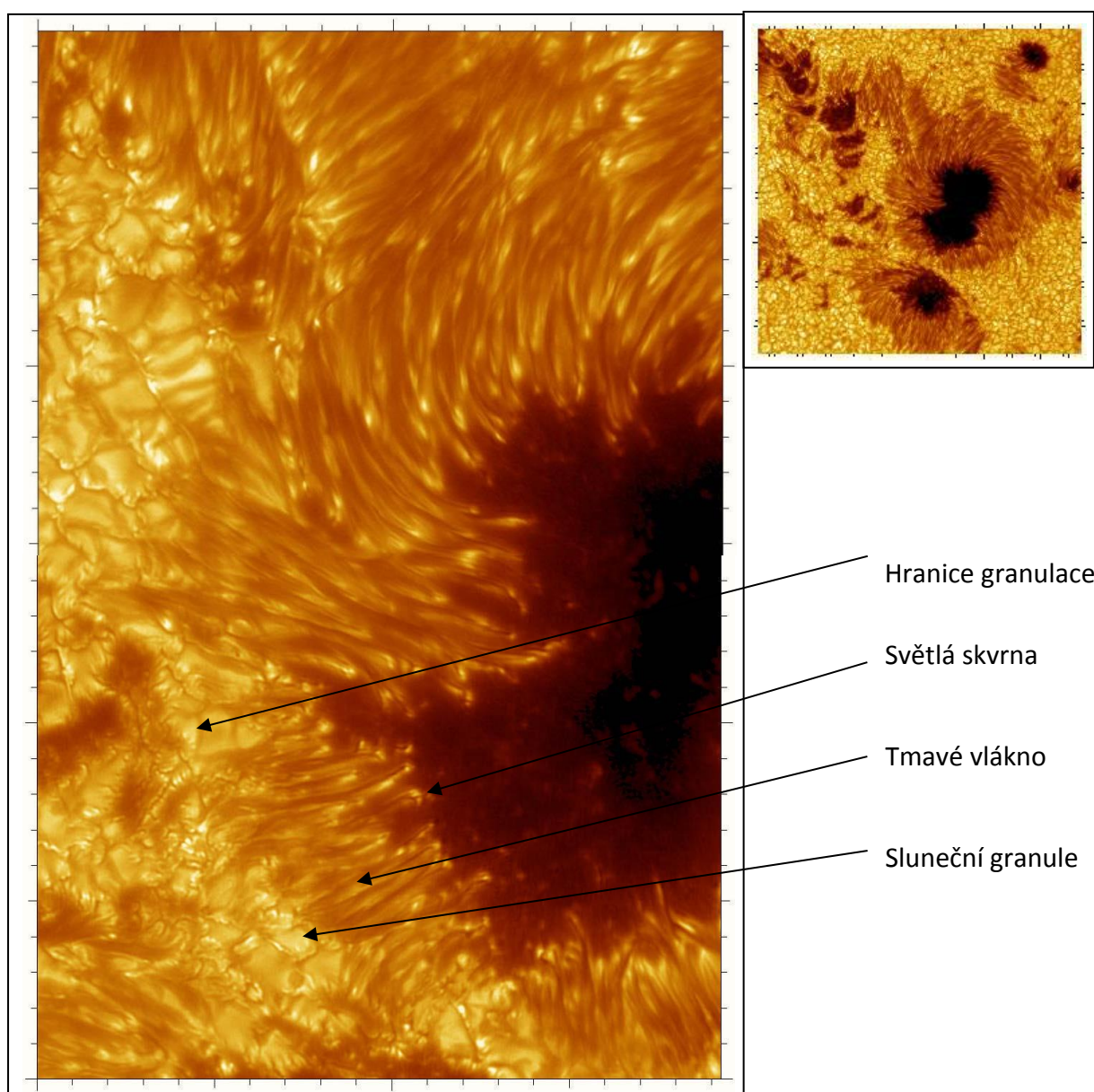
.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Detail povrchu Slunce

Slunce je naše nejbližší hvězda. Ze Země můžeme vidět jeho povrch velmi podrobně. Níže uvedené snímky byly pořízeny Švédským teleskopem (SST) na ostrově La Palma astronomy Královské švédské akademie věd. Obrázek vpravo je pohled na sluneční skvrny 15. července 2002. Zvětšený pohled vlevo ukazuje do té doby neviděné detaily okraje největší skvrny a jeho okolí. Použijte milimetrové pravítko k určení měřítka fotografie a odpovězte na otázky, víte-li, že rozměry levého obrázku jsou $19\,300 \times 29\,500$ km. Šipky ukazují na různé solární objekty uvedené v otázkách.



1. ÚKOL:

Jaké je měřítko obrázku v km/mm?

Obrázek měří asi 108×164 mm, takže měřítko ji $19\,300 / 108 = 179$ km/mm.

2. ÚKOL:

Jaké nejmenší prvky dokážete na obrázku rozeznat?

Žáci by měli nacházet prvky jako hranice granulace široké pouhé 0,5 mm, tedy $0,5 \cdot 179 = 89,5$ km.

3. ÚKOL:

Jaká je průměrná velikost oblasti sluneční granule?

Žáci by měli změřit několik granulí. Snadněji jdou vidět, když držíte obrázek na vzdálenost paže. Typická velikost je někde mezi 5 mm, takže $5 \cdot 179$ dává přibližně 900 km.

4. ÚKOL:

Jak dlouhá a široká jsou tmavá vlákna?

Žáci by měli provést několik různých měření a vypočítat průměr. Typické velikosti jsou okolo 20×2 mm neboli 3 600 km dlouhé a 360 km široké.

5. ÚKOL:

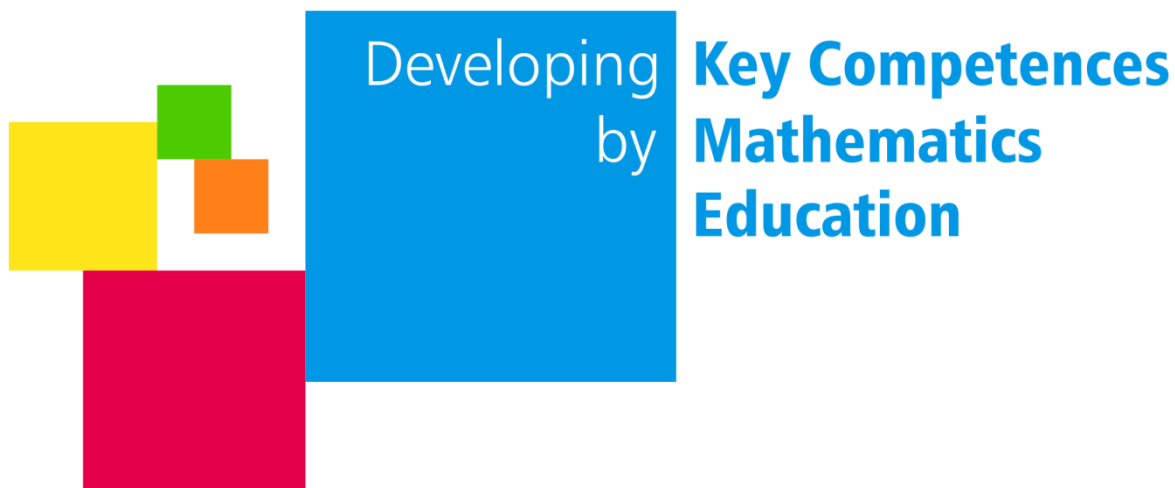
Jak velké jsou světlé skvrny?

Po provedení několika různých měření by měl vycházet průměr blízký 1 mm, tedy šířka skvrn okolo 180 km.

6. ÚKOL:

Nakreslete kružnici velikosti Země (6 378 km) doprostřed obrázku. Jak velké jsou měřené objekty ve srovnání se Zemí?

Kružnice by měla mít průměr 7,1 cm. Rozměr granule odpovídá zhruba vzdálenosti z Prahy do Paříže. Tmavá vlákna by se táhla přes celou Evropu. Světlá skvrna měří asi jako Česká republika.



Krása a osová souměrnost

Tereza Suchopárová

Cíl aktivity: seznámení s osovou souměrností, jejími vlastnostmi a využití

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní představy o osově souměrnosti, zvládnutí práce s programem GeoGebra

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) ověřuje prakticky správnost řešení problémů a osvědčené postupy aplikuje při řešení obdobných nebo nových problémových situací, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problémů. Kriticky myslí, činí uvážlivá rozhodnutí, je schopen je obhájit, uvědomuje si zodpovědnost za svá rozhodnutí a výsledky svých činů zhodnotí
- **Kompetence k učení** – vybírá a využívá pro efektivní učení vhodné způsoby, metody a strategie, plánuje, organizuje a řídí vlastní učení, projevuje ochotu věnovat se dalšímu studiu a celoživotnímu učení. Vyhledává a třídí informace a na základě jejich pochopení, propojení a systematizace je efektivně využívá v procesu učení, tvůrčích činnostech a praktickém životě. Operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, uvádí věci do souvislostí, propojuje do širších celků poznatky z různých vzdělávacích oblastí a na základě toho si vytváří komplexnější pohled na matematické, přírodní, společenské a kulturní jevy. Samostatně pozoruje a experimentuje, získané výsledky porovnává, kriticky posuzuje a vyvozuje z nich závěry pro využití v budoucnosti

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, tužka, pravítko, GeoGebra

Metodický a didaktický komentář:

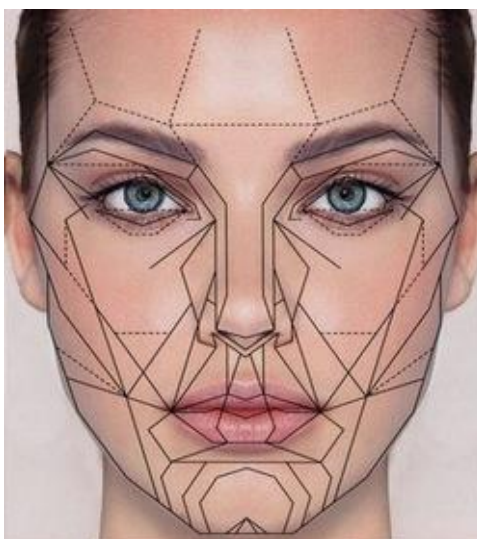
Žáci se v pracovním listě seznámí s vlastnostmi a užitím osově souměrnosti.

V druhé části je jejich úkolem převést vlastnosti na obrázku do počítačového modelu, což je úkol, který je v budoucím životě jistě čeká.

PRACOVNÍ LIST

Krása a osová souměrnost

Možná si již slyšel, že lidské tělo není úplně souměrné. Každý z nás má jednu ruku či nohu o maličký kousek delší, každé ucho trochu jinak zakroucené a stejně tak každá polovina obličeje je trochu jiná. V programu GeoGebra si můžeš pomoci nástroje osová souměrnost vyzkoušet, jak by vypadal tvůj obličej, kdyby byl dokonale symetrický. Stačí, když v nějakém editoru (MS Word, Malování) rozpůlíš svou fotografii a poté ji v programu GeoGebra zobrazíš v osově souměrnosti.



Obrázek 17 - Poměr zlatého řezu v obličeji²²

Líbí se ti více skutečný vzhled nebo některý ze symetrických výsledků?

.....

.....

Platí podle tebe, že dokonalá symetrie je krásná?

.....

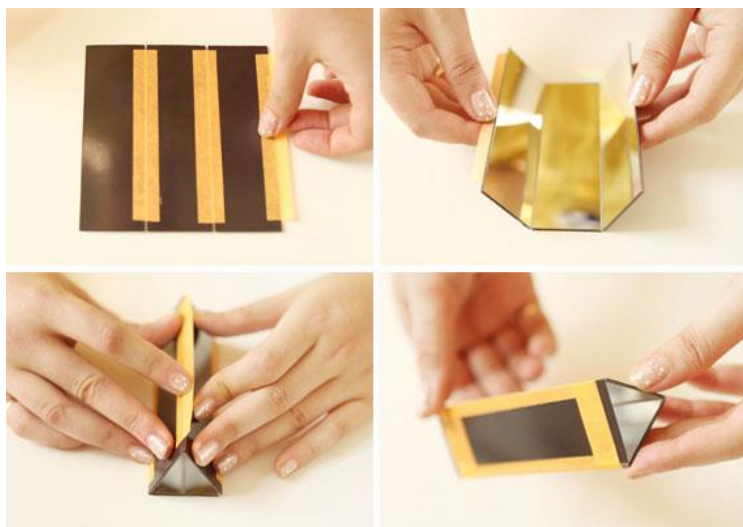
.....

²² Zdroj: www.world-of-lucid-dreaming.com/image-files/golden-ratio-human-face.jpg

Kaleidoskop

Zařízení, které využívá krásu souměrnosti, je například krasohled – dětská hračka, ve které soustava zrcadel a pár barevných kamínku vytváří nádherné obrazce. Někdy se mu říká tak kaleidoskop.

Kaleidoskop je dlouhý válec, který má z jedné strany otevřenou díрку, kterou se do válce hledí. Ve válci jsou podélně vložena tři zrcadla. Prostor mezi nimi má tvar rovnostranného trojúhelníka. Na druhé straně se nachází malý prostor, ve kterém jsou umístěna barevná tělíška. Díky soustavě zrcadel dochází k pravidelnému vícenásobnému odrazu, což vytváří požadované optické jevy. Kaleidoskopem je možné otáčet, čímž se drobná barevná tělesa přeskupují. To se projevuje změnou tvarů pro pozorovatele.²³



Obrázek 18 - Soustava zrcadel uvnitř kaleidoskopu²⁴



Obrázek 19 - Hotový kaleidoskop²⁵

²³ Zdroj: <http://www.chytrehry.cz/Kaleidoskop-papirovy-d75.htm?tab=description>

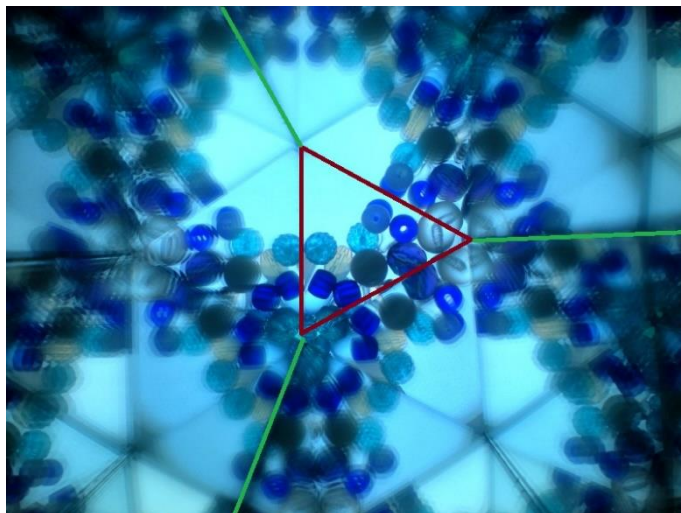
²⁴ Zdroj: <https://blog.etsy.com/en/files/2013/07/etsy-diy-kaleidoscope-how-tuesday-clare-mcgibbon-5-8.jpg>

²⁵ Zdroj: https://blog.etsy.com/en/files/2013/07/etsy-diy-kaleidoscope-how-tuesday-clare-mcgibbon-20_23.jpg

Na obrázku je vyfocený odraz v kaleidoskopu. Červeně ohraničený je skutečný obraz korálků. Zelené čáry vyznačují hranice zrcadel.

1. ÚKOL:

Vyznač v obrázku osy souměrnosti, přes které se původní obraz zobrazuje v zrcadlech.



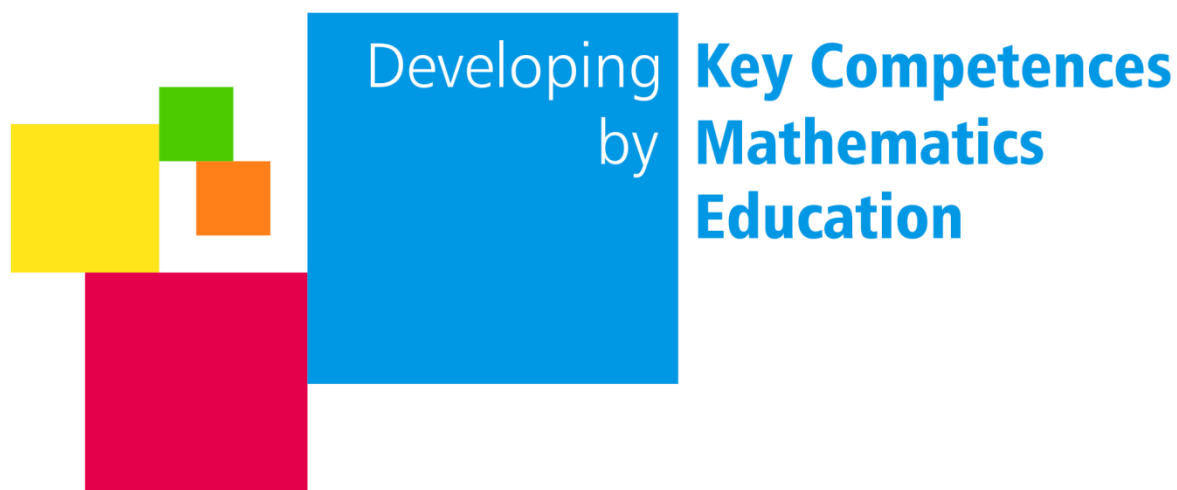
Obrázek 20 – Odraz v kaleidoskopu²⁶

2. ÚKOL:

Na závěr se můžeš pokusit vytvořit model kaleidoskopu v programu GeoGebra. Stačí sestavit soustavu os souměrnosti tak, jak sis je vyznačil v obrázku.

V tomto souboru si pak můžeš také zobrazit svou fotografii, tak jak to dělají některé mobilní aplikace.

²⁶ Zdroj: http://nd03.jxs.cz/338/779/6a46b596d0_65845409_o2.jpg



Obsah plochy sněhové vločky

Jiří Kopecký

Cíl aktivity: analýza schématu, výpočet obsahu složeného obrazce, poměr obsahu obrazce vzhledem k jeho rozměrům

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

geometrie v rovině – obsah čtverce, trojúhelníku, poměr

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – pracuje s termíny, znaky a symboly
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Žáci postupují samostatně podle pracovního listu. Před použitím pracovního listu je vhodné nejprve uvést žáky do tématu pracovním listem Znázornění sněhové vločky užitím symetrie.

Poznámky:

Úloha je vyňata, přeložena a upravena z volně použitelné knihy Space Math X²⁷, která vznikla v rámci projektu Space Math @ NASA²⁸.

²⁷ Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov/SMBooks/SMBook10.pdf>

²⁸ Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov>

PRACOVNÍ LIST

Obsah plochy sněhové vločky

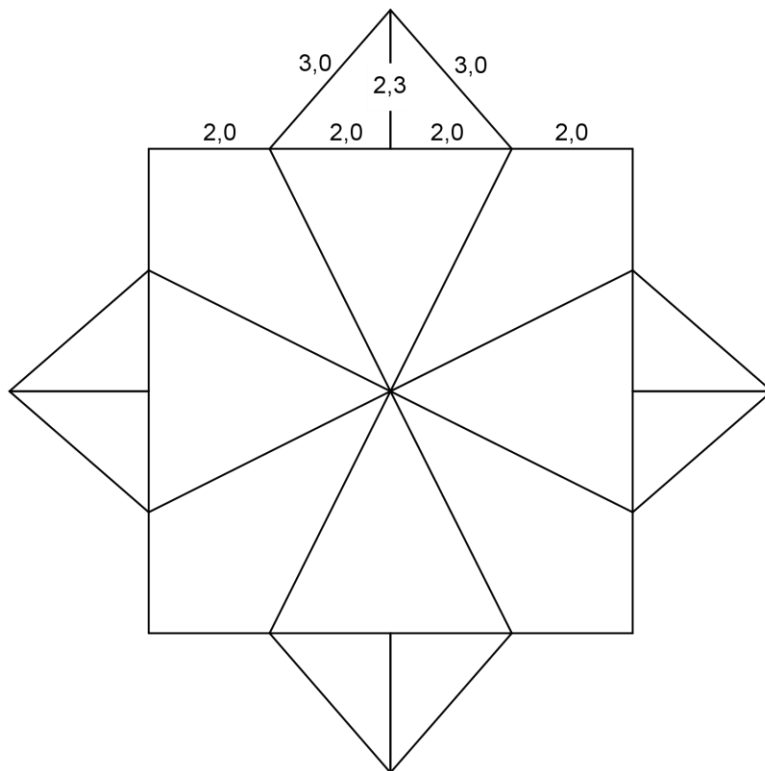


Schéma nahoře znázorňuje základní půdorys jednoho z obvyklých typů sněhových vloček. Detailní vzor uvnitř mnohoúhelníků byl odstraněn, aby vynikly pravidelné plochy. Čísla nad úsečkami udávají jejich naměřenou velikost v milimetrech.

1. ÚKOL:

Pomocí údajů v diagramu spočítejte celkový obsah plochy v mm² zaokrouhlený na celé číslo.

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Jak se změní celkový obsah plochy, když se všechny naměřené vzdálenosti zdvojnásobí?
Výsledek uveďte v mm² a zaokrouhlete na celé číslo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

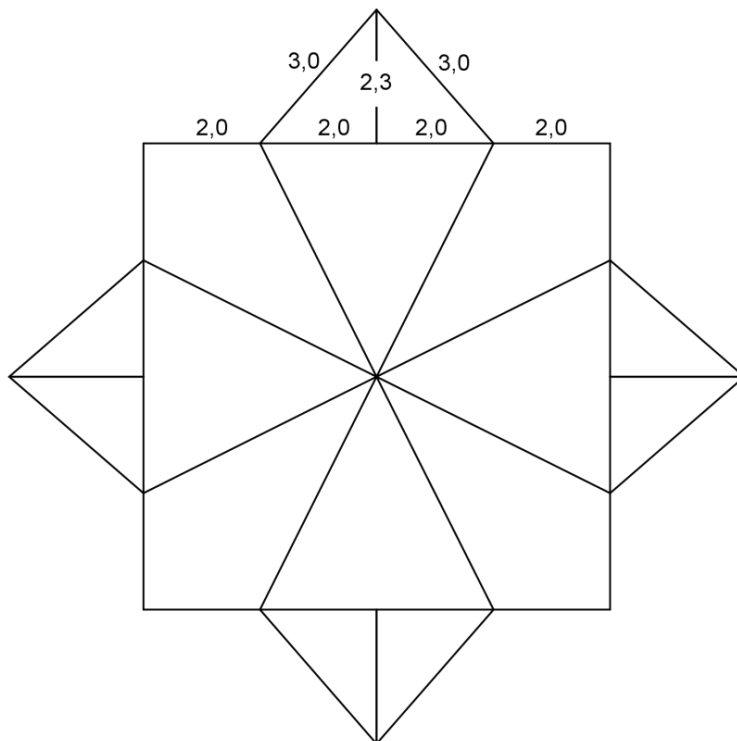
.....

.....



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Obsah plochy sněhové vločky



1. ÚKOL:

Pomocí údajů v diagramu spočítejte celkový obsah plochy v mm² zaokrouhlený na celé číslo.

Útvar se skládá z hlavního čtverce o délce strany $2\text{ mm} + 2\text{ mm} + 2\text{ mm} + 2\text{ mm} = 8\text{ mm}$ a obsahu $(8\text{ mm})^2 = 64\text{ mm}^2$.

A ze čtyř trojúhelníků, z nichž každý má obsah $\frac{1}{2} \cdot (4\text{ mm}) \cdot (2,3\text{ mm}) = 4,6\text{ mm}^2$.

Celkový obsah tedy tvoří $64\text{ mm}^2 + 4 \cdot (4,6\text{ mm}^2) = 82,4\text{ mm}^2$, po zaokrouhlení 82 mm^2

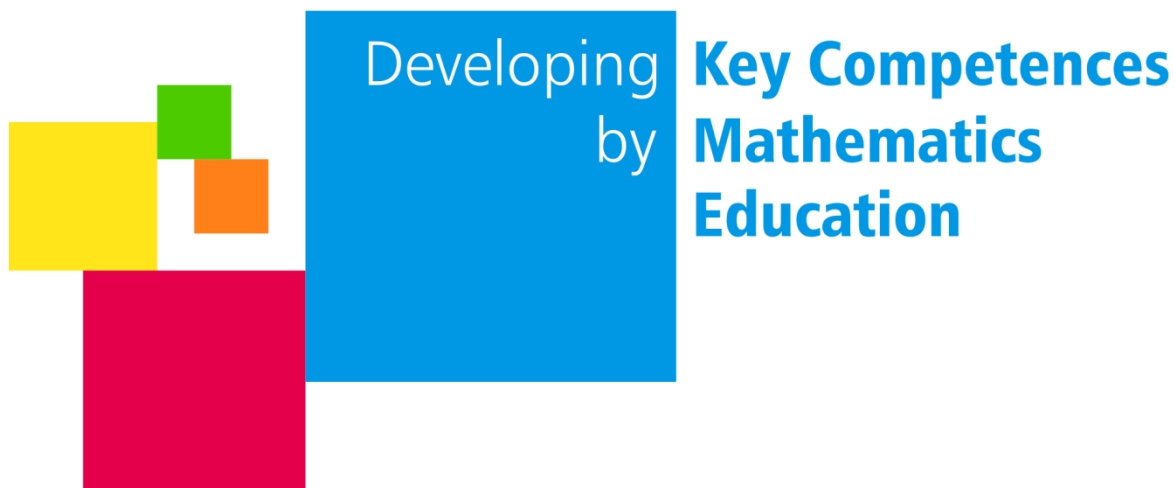
2. ÚKOL:

Jak se změní celkový obsah plochy, když se všechny naměřené vzdálenosti zdvojnásobí? Výsledek uveďte v mm² a zaokrouhlete na celé číslo.

Zdvojnásobení rozměrů znamená, že se obsah násobí činitelem $2 \cdot 2 = 4$. Takže nyní vychází $82,4\text{ mm}^2 \cdot 4 = 329,6\text{ mm}^2$, což dává po zaokrouhlení 330 mm^2 .

Strana čtverce je $2 \cdot 8\text{ mm} = 16\text{ mm}$, jeho obsah $(16\text{ mm})^2 = 256\text{ mm}^2$. Každý ze čtyř trojúhelníků má obsah $\frac{1}{2} \cdot (8\text{ mm}) \cdot (4,6\text{ mm}) = 18,4\text{ mm}^2$.

Celkový obsah tedy tvoří $256\text{ mm}^2 + 4 \cdot (18,4\text{ mm}^2) = 329,6\text{ mm}^2$, po zaokrouhlení 330 mm^2 .



Papírová nádoba na popcorn

Jiří Kopecký

Cíl aktivity: na základě práce se sítěmi těles budovat pojem povrch a objem tělesa

Ročník: 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

obvod a obsah kruhu, objem válce, úprava lineárních rovnic, vyjádření neznáme ze vzorce

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) je schopen analyzovat vlastnosti válce, uvědomuje si závislost obvodu a objemu válce na jeho poloměru.
- **Kompetence k učení** – rozvíjí zkušenosti s matematickým modelováním (matematizací reálných situací), k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití. Využívá matematických poznatků a dovedností při odhadu a porovnávání velikostí a vzdáleností. Rozvíjí paměť prostřednictvím numerických výpočtů a osvojováním si nezbytných matematických vzorců a algoritmů. Provádí rozbor problému a plán řešení, odhaduje výsledky, volí správný postup k vyřešení problému a vyhodnocuje správnost výsledku
- **Kompetence komunikativní** – přesně a stručně se vyjadřuje užíváním matematického jazyka včetně symboliky

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Pokud může učitel využít plátno, stáhne si na něj před hodinou obě videa²⁹ (act one, act three), případně si připraví modely obou válců nebo jen papír A4.

Rozmyslí si, jak podá informaci o rozměrech normovaného papíru.

Zajistí kopii pracovních listů pro všechny žáky.

Problém umožňuje několik variant přístupu k výuce, každý učitel si jej může překomponovat dle vlastních možností a stanovených cílů. Může také žákům zadat problém jako experiment na doma a pracovní list využít k ověření výsledku.

Na začátku vyučování je žák seznámen s tématem a naplní vyučovací hodiny.

Každý žák dostane kopii pracovního listu.

Učitel pustí na plátno motivační video (20 sek). Video můžeme pustit vícekrát, abychom objasnili problém. Žáci mohou pokládat otázky.

Na rozdané pracovní listy necháme žáky napsat jejich odhad. Upozorníme je, ať ho neříkají nahlas. Poté sečteme všechny hlasy ve třídě pro první a druhý válec, napíšeme je stranou na tabuli a necháme je tam až do vyřešení úkolu.

²⁹ Zdroj: <http://threeacts.mrmeyer.com/popcornpicker>

Necháme žáky udělat náčrt a diskutovat o řešení problému. Diskuzi řídíme směrem k rozměrům papíru A4 (210 x 297 mm) a vzorci pro objem válce. Žáci by měli sami přijít na způsob, jak vypočítat poloměr válce.

Učitel pustí video s výsledkem experimentu³⁰.

Pro rychlejší žáky jsou připraveny další úkoly. Ti pomalejší nemusí mít všechny odpovědi, mohou dopočítat druhý válec.

Porovnáme původní odhady na tabuli se správným výsledkem.

V závěru žáci odpovídají na otázky 4, 5 a 6. Učitel řídí související diskusi.

³⁰ Zdroj: <http://threeacts.mrmeyer.com/popcornpicker/act3/act3.mov>

PRACOVNÍ LIST

Ze dvou listů papíru formátu A4 vytvoříme dva válce. Jeden stočením papíru na výšku (vysoký, úzký) a druhý na šířku (širší, nižší). Přilehlé hrany papíru slepíme lepenkou, aby válce držely tvar. Když je postavíme na stůl, do kterého válce se vejde více popcornu?

1. ÚKOL:

Napiš svůj odhad.

.....

2. ÚKOL:

Udělej náčrty obou válců. Řešení se dá ověřit výpočtem. Jaké informace potřebuješ vědět? Prodiskutuj se spolužáky, jaký postup zvolit.

3. ÚKOL:

Výpočtem zjisti přesný objem obou válců, urči jejich poměr a napiš odpověď.

.....



Zkus odpovědět na otázky:

Vejde se do obdélníkového papíru vždy stejné množství popcornu nezávisle na tom, jak válec uděláme?

.....

.....

.....

.....

.....

Kolika způsoby dokážete navrhnout válec, aby obsáhl dvojnásobek popcornu? Které z nich vyžadují další papír?

.....

.....

.....

.....

.....

Lze při použití stejného množství papíru získat více prostoru? Jak byste dostali nejvíc popcornu do stejného množství papíru? Jaká jsou omezení?

.....

.....

.....

.....

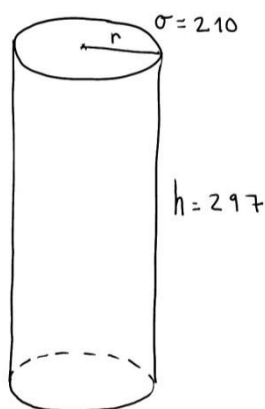
.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

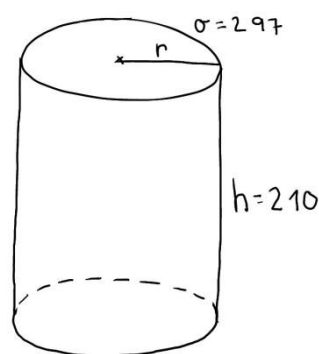
3. ÚKOL:

Výpočtem zjisti přesný objem obou válců, urči jejich poměr a napiš odpověď

vysoký, úzký



nízký, široký



$$\sigma = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$210 = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$r = \frac{210}{2 \cdot \pi} = 33,42$$

$$297 = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$r = \frac{297}{2 \cdot \pi} = 47,27$$

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = 297 \cdot \pi \cdot 33,42^2$$

$$V = 1\,042\,281,85 \text{ mm}^3$$

$$V = 1,042 \text{ l}$$

$$V = 210 \cdot \pi \cdot 47,27^2$$

$$V = 1\,475\,580,06 \text{ mm}^3$$

$$V = 1,476 \text{ l}$$

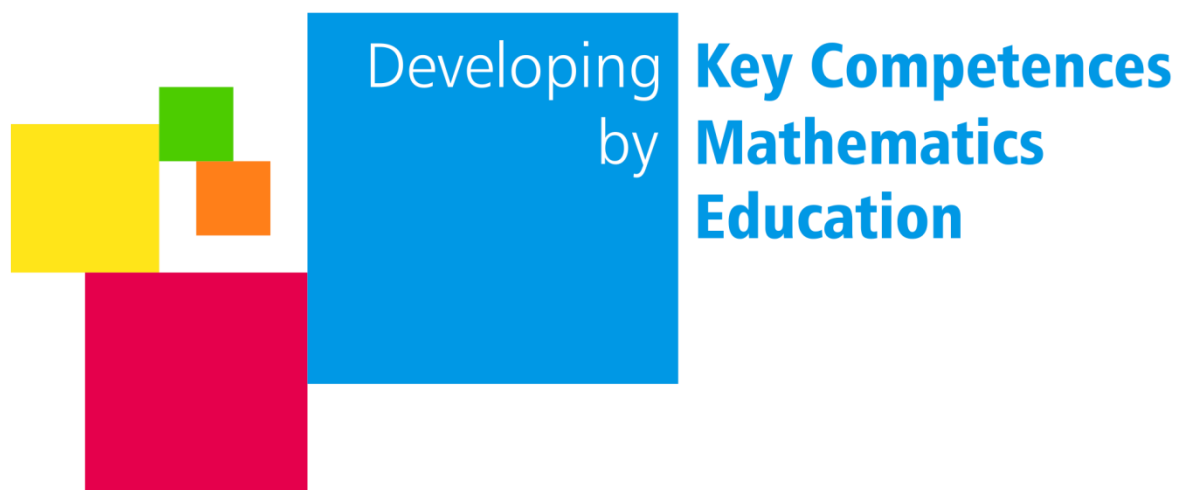
$$\frac{V_s}{V_v} = 1,42$$

Do širšího válce se vejde téměř o polovinu více popcornu.

Poznámka:

Tento materiál je vytvořen podle díla Dana Meyerse, zveřejněného pod licencí CC BY-NC 3.0³¹ na adrese <http://threeacts.mrmeyer.com/popcornpicker>.

³¹ Zdroj: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/cz/>



Souměrnost dopravních značek

Mgr. Radka Dvořáková

Cíl aktivity: rozvoj geometrické představivosti, upevnění osově a středové souměrnosti, uvědomění si souvislosti matematiky a běžných věcí každodenního života

Ročník: 6. a 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti osově a středové souměrnosti

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) promyslí a realizuje způsob řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní listy (pokud možno barevné kopie), tužky, pastelky

Anotace:

Pracovní listy se nakopírují, žáci vyznačují osy a středy souměrnosti do obrázků, výsledky zaznamenávají do připravené tabulky.

Žáci mohou pracovat jednotlivě nebo ve dvojicích.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

U jednotlivých dopravních značek vyznačte jejich osy souměrnosti (všechny) a středy souměrnosti. (pro lepší přehlednost osy dělejte jinou barvou než středy)

a)



obr. A/1

obr. A/2

obr. A/3

obr. A/4

obr. A/5

b)



obr. B/ 1

obr. B/ 1

obr. B/3

obr. B/4

obr. B/5



obr. B/6

obr. B/7

obr. B/8

obr. B/9

obr. B/10

c)



obr. C/1

obr. C/2

obr. C/3

obr. C/4

obr. C/5

d)



obr. D/1



obr. D/2



obr. D/3



obr. D/4



obr. D/5

e)



obr. E/1



obr. E/2



obr. E/3



obr. E/4



obr. E/5

2. ÚKOL:

Pokuste se formulovat souvislost mezi počtem os souměrností a středovou souměrností.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Napište význam jednotlivých dopravních značek.

Číslo obrázku	Název značky	Číslo obrázku	Název značky
A/1		C/1	
A/2		C/2	
A/3		C/3	
A/4		C/4	
A/5		C/5	
B/1		D/1	
B/2		D/2	
B/3		D/3	
B/4		D/4	
B/5		D/5	
B/6		E/1	
B/7		E/2	
B/8		E/3	
B/9		E/4	
B/10		E/5	

4. ÚKOL:

Víte, o jaký druh dopravního značení se jedná? Přiřaďte správně typ dopravních značek k jednotlivým skupinám.

.....

.....

skupina A	informativní dopravní značky
skupina B	zákazové dopravní značky
skupina C	příkazové dopravní značky
skupina D	značky upravující přednost
skupina E	výstražné dopravní značky

Pozorně si prohlédněte značky v jednotlivých skupinách a formulujte shodné znaky (tvar, barva).

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

2. ÚKOL:

Má-li značka počet os souměrnosti lichý, pak není středově souměrná.

Má-li značka počet os souměrnosti sudý, pak je středově souměrná.

3. ÚKOL:

Číslo obrázku	Název značky	Číslo obrázku	Název značky
A/1	Pozor, kruhový objezd	C/1	Příkazaný směr jízdy přímo a vpravo
A/2	Zúžená vozovka (z obou stran)	C/2	Příkazaný směr objíždění vlevo
A/3	Pozor děti	C/3	Zimní výbava
A/4	Jiné nebezpečí	C/4	Nejnižší dovolená rychlost
A/5	Práce na silnici	C/5	Stezka pro cyklisty
B/1	Zákaz vjezdu všech vozidel (v obou směrech)	D/1	Jednosměrný provoz
B/2	Zákaz vjezdu vozidel	D/2	Přechod pro chodce
B/3	Zákaz vjezdu všech motorových vozidel s výjimkou motocyklů bez postranního vozíku	D/3	Slepá ulice
B/4	Zákaz předjíždění pro nákladní automobily	D/4	Zpomalovací práh
B/5	Konec zákazu předjíždění pro nákladní automobily	D/5	Parkoviště s parkovacím automatem
B/6	Zákaz zastavení	E/1	Stůj, dej přednost v jízdě
B/7	Zákaz stání	E/2	Hlavní pozemní komunikace
B/8	Nejvyšší dovolená rychlost	E/3	Dej přednost v jízdě
B/9	Zákaz vjezdu vozidel, jejichž okamžitá hmotnost převyšuje vyznačenou mez	E/4	Křižovatka s vedlejší pozemní komunikací
B/10	Zákaz odbočování vlevo	E/5	Přednost protijedoucích vozidel

4. ÚKOL:

Jedná se o svislé dopravní značení.

Výstražné dopravní značky

Zákazové dopravní značky

Příkazové dopravní značky

Informativní dopravní značky

Značky upravující přednost

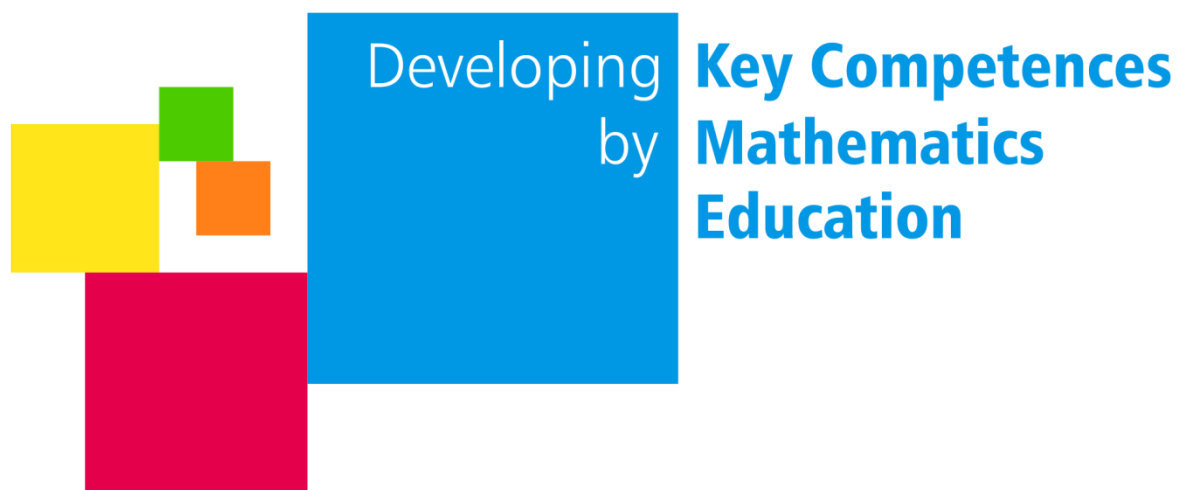
– A (trojúhelníkový tvar, červený okraj)

– B (kruhový tvar, červený okraj, podklad)

– C (kruhový tvar, modrý podklad)

– D (hranaté, modrý podklad)

– E (různé)



Trisekce úhlu aneb rozděl úhel na třetiny

Tereza Suchopárová

Cíl aktivity: seznámit žáky s dokazováním jako součástí matematiky, řešení nestandardní úlohy

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

vlastnosti úhlů v trojúhelníku, dvojice úhlů

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k učení** – (žák) realizuje vlastní nápady, přemýšlí samostatně, tvořivě, aplikuje nabyté znalosti v nestandardních úlohách
- **Kompetence k řešení problému** – využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování variant řešení, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, účinně se zapojuje do diskuse, vhodně reaguje na názory druhých, vhodným způsobem argumentuje a obhajuje svůj názor
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, psací a rýsovací potřeby, proužek papíru

Metodický a didaktický komentář:

V předložených pracovních listech je úkolem žáků dojít pomocí návodných otázek k důkazu předloženého tvrzení.

Pro usnadnění jsou součástí úloh také obrázky, z nichž lze potřebné vlastnosti snadno vypožorovat.

Závěrečný úkol ověří, zda jsou žáci schopni objevenou a dokázanou vlastnost využít pro řešení podobného problému.

PRACOVNÍ LIST

Trisekce úhlu aneb rozděl úhel na třetiny

1. ÚKOL:

Narýsuj libovolný úhel α a rozděl ho na dvě stejné části.

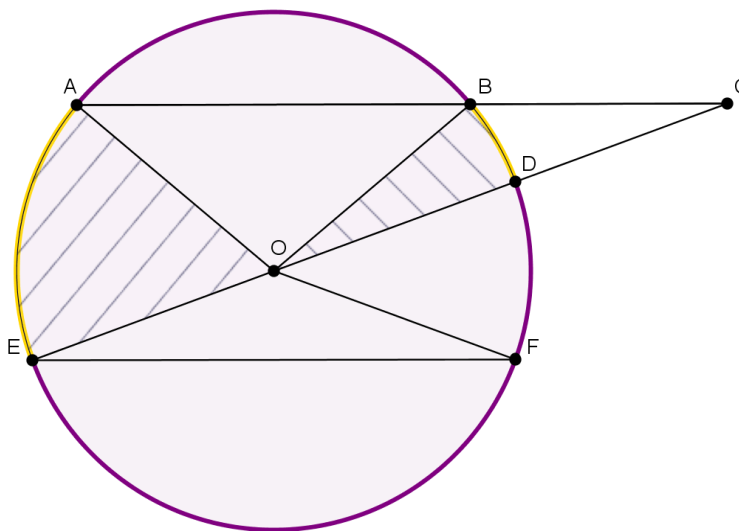
2. ÚKOL:

Narýsuj libovolný úhel β a rozděl ho na tři stejné části.

Rozdělit libovolný úhel na tři stejné části jen za pomoci pravítka a kružítka nelze. Přesto lidé i dnes hledají různé jiné způsoby, jak trisekci provést. Archimédes například objevil metodu pro trisekci úhlu, ke které potřebuje kromě kružítka a pravítka jen proužek papíru. Jeho metoda je založena na principu následující úlohy.

Tvrzení:

Mějme libovolnou sečnu AB kružnice se středem v bodě O . Sečnu prodloužíme k bodu C tak, že BC je rovna poloměru kružnice. Sestrojíme polopřímku CO , která protne kružnici v bodech D a E . Z bodu E sestrojíme rovnoběžku EF , která protne kružnici v bodě F . Oblouk AE má trojnásobně větší délku než oblouk BD .



1. ÚKOL:

Pokud má být oblouk AE trojnásobkem BD a oba oblouky leží na stejné kružnici, co platí pro velikosti úhlů $\angle AOE$ a $\angle BOD$?

.....

.....

2. ÚKOL:

Vyznač v obrázku červeně všechny úsečky, jejichž délka je rovna poloměru kružnice.

3. ÚKOL:

Úhel $\angle BOD$ označ zeleně a pojmenuj α . Které další úhly mají stejnou velikost? Označ je také α .

4. ÚKOL:

Vyjádři velikost úhlu $\angle EOF$ pomocí úhlu α

$\angle EOF = \dots\dots\dots$

5. ÚKOL:

Body E, O, D leží na přímce a velikost $\angle EOF$ již známe. Jaká je velikost $\angle FOD$?

$\angle FOD = \dots\dots\dots$

6. ÚKOL:

Úhel $\angle AOE$ je shodný s $\angle BOF$. Jaká je velikost $\angle AOE$?

$\angle AOE = \dots\dots\dots$

7. ÚKOL:

Zapiš znovu velikosti úhlů $\angle AOE$ a $\angle BOD$. Co pro ně platí? Co vyplývá pro oblouky AE a BD ?

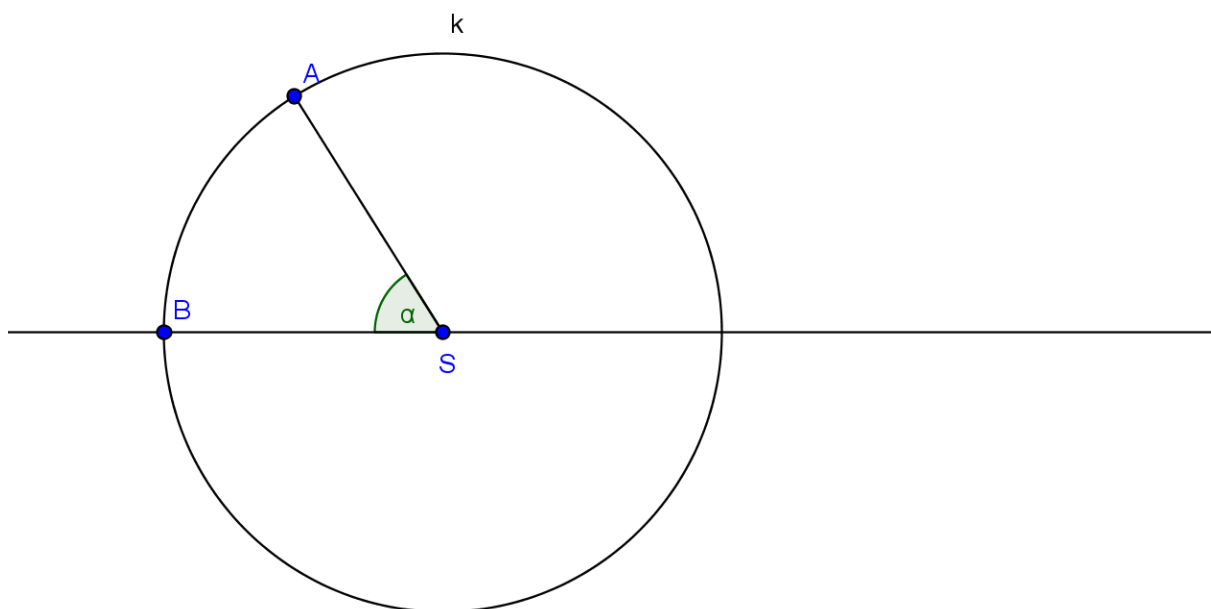
$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

8. ÚKOL:

Nyní se pokus sestrojít úhel třikrát menší než úhel α jen pomocí pravítka a proužku papíru, na který si naneseš poloměr kružnice k .

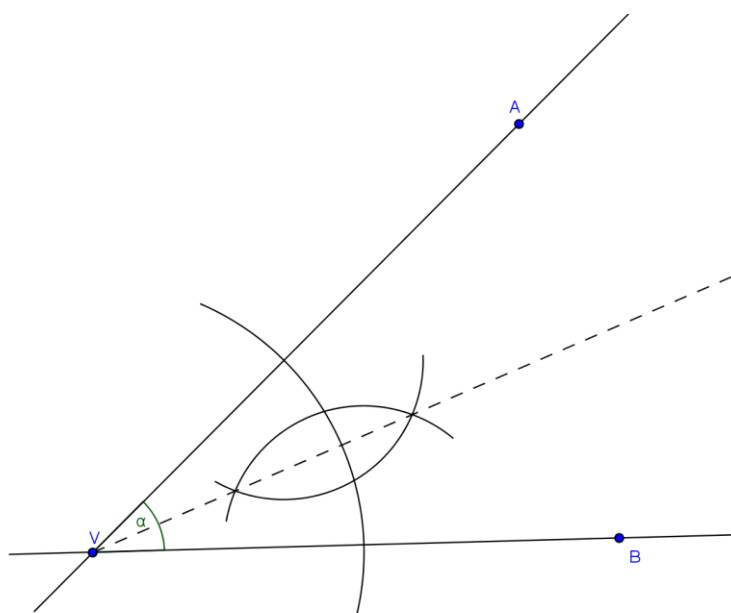


PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Trisekce úhlu aneb rozděl úhel na třetiny

1. ÚKOL:

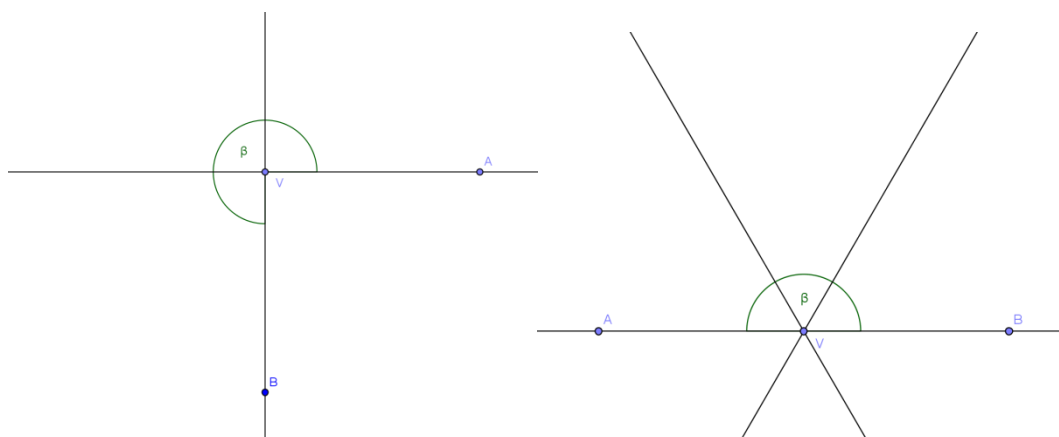
Narýsuj libovolný úhel α a rozděl ho na dvě stejné části.



2. ÚKOL:

Narýsuj libovolný úhel β a rozděl ho na tři stejné části.

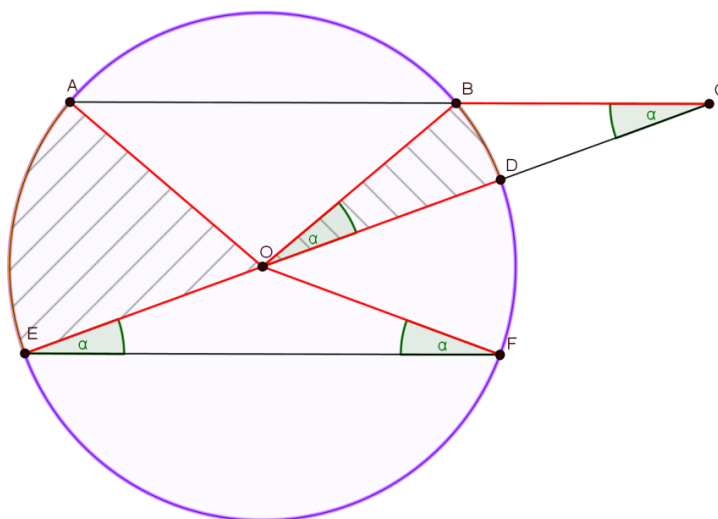
Řešitelné jen pro některé konkrétní velikosti, například 270° , 180° .



Rozdělit libovolný úhel na tři stejné části jen za pomoci pravítka a kružítka nelze. Přesto lidé i dnes hledají různé jiné způsoby, jak trisekci provést. Archimédes například objevil metodu pro trisekci úhlu, ke které potřebuje kromě kružítka a pravítka jen proužek papíru. Jeho metoda je založena na principu následující úlohy.

Tvrzení:

Mějme libovolnou sečnu AB kružnice se středem v bodě O . Sečnu prodloužíme k bodu C tak, že BC je rovna poloměru kružnice. Sestrojíme polopřímku CO , která protne kružnici v bodech D a E . Z bodu E sestrojíme rovnoběžku EF , která protne kružnici v bodě F . Oblouk AE má trojnásobně větší délku než oblou BD .



1. ÚKOL:

Pokud má být oblouk AE trojnásobkem BD a oba oblouky leží na stejné kružnici, co platí pro velikosti úhlů $\angle AOE$ a $\angle BOD$?

Úhel $\angle AOE$ je trojnásobkem úhlu $\angle BOD$

2. ÚKOL:

Vyznač v obrázku červeně všechny úsečky, jejichž délka je rovna poloměru kružnice.

3. ÚKOL:

Úhel $\angle BOD$ označ zeleně a pojmenuj α . Které další úhly mají stejnou velikost? Označ je také α .

4. ÚKOL:

Vyjádři velikost úhlu $\sphericalangle EOF$ pomocí úhlu α

$$\sphericalangle EOF = 180^\circ - 2\alpha$$

5. ÚKOL:

Body E, O, D leží na přímce a velikost $\sphericalangle EOF$ již známe. Jaká je velikost $\sphericalangle FOD$?

$$\sphericalangle FOD = 2\alpha$$

6. ÚKOL:

Úhel $\sphericalangle AOE$ je shodný s $\sphericalangle BOF$. Jaká je velikost $\sphericalangle AOE$?

$$\sphericalangle AOE = 3\alpha$$

7. ÚKOL:

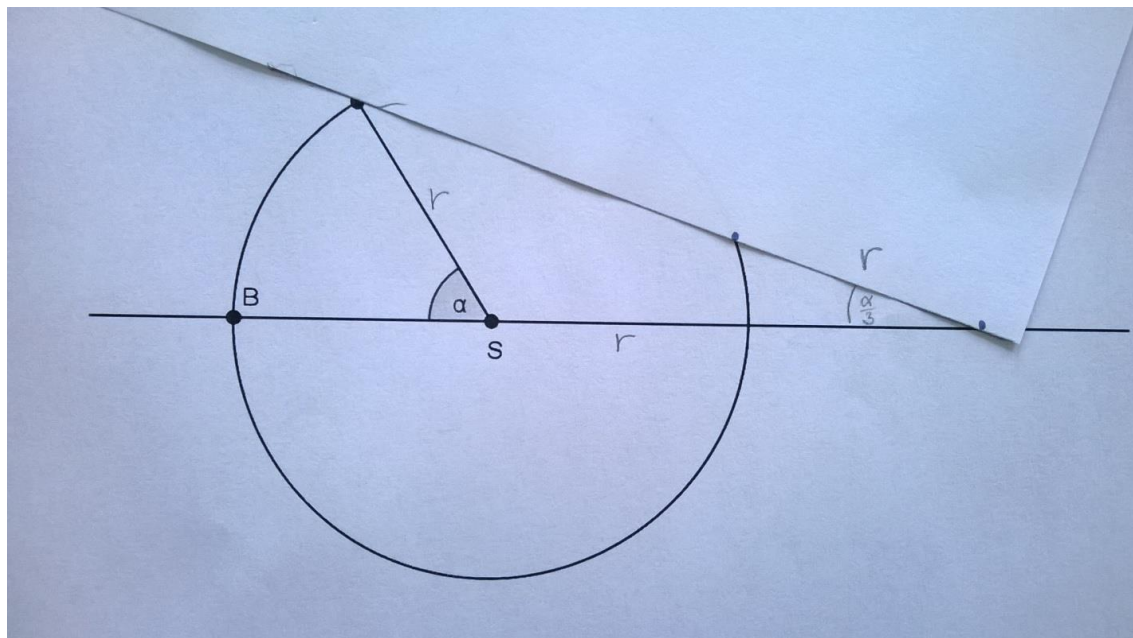
Zapiš znovu velikosti úhlů $\sphericalangle AOE$ a $\sphericalangle BOD$. Co pro ně platí? Co vyplývá pro oblouky AE a BD ?

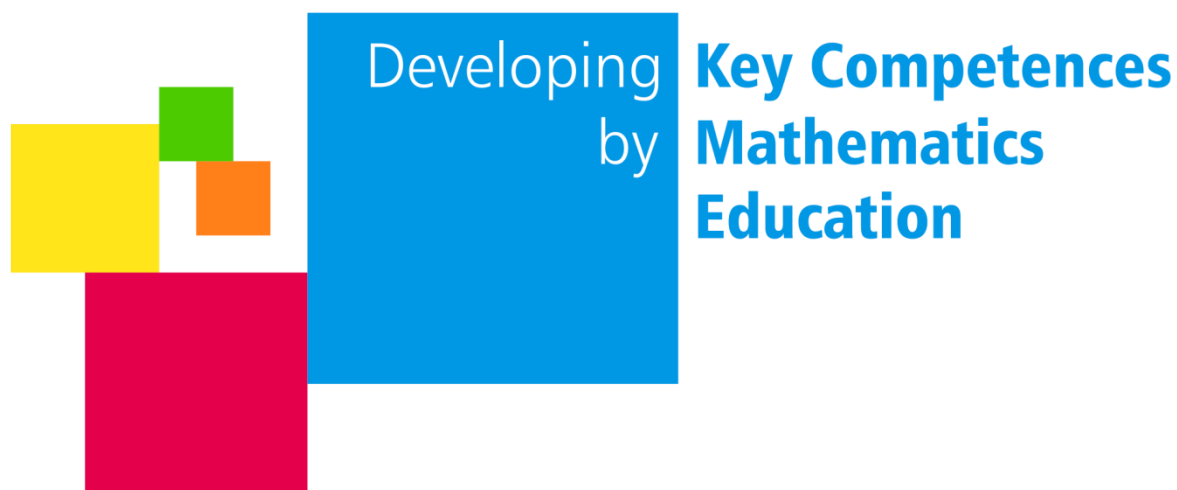
$$\sphericalangle AOE = 3 \cdot \sphericalangle BOD$$

$$AE = 3 \cdot BD$$

8. ÚKOL:

Nyní se pokus sestrojít úhel třikrát menší než úhel α jen pomocí pravítka a proužku papíru, na který si naneseš poloměr kružnice k .





Znázornění sněhové vločky užitím symetrie

Jiří Kopecký

Cíl aktivity: vynesení bodů do souřadnicového systému, použití osově souměrnosti, objevení vztahů pro souřadnice bodů v souměrnosti podle os kvadrantů, modelování objektů reálného světa pomocí matematického aparátu

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

geometrie v rovině – osová souměrnost

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – pracuje s termíny, znaky a symboly
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, zrcátko

Metodický a didaktický komentář:

Každý žák má jednu stránku s pracovním listem, podle kterého postupuje samostatně.

Pokud máme možnost, můžou žáci pracovat v GeoGebře s využitím nástroje Osová souměrnost a zaměřit se více na hledání vztahu pro souřadnice bodů.

Poznámky:

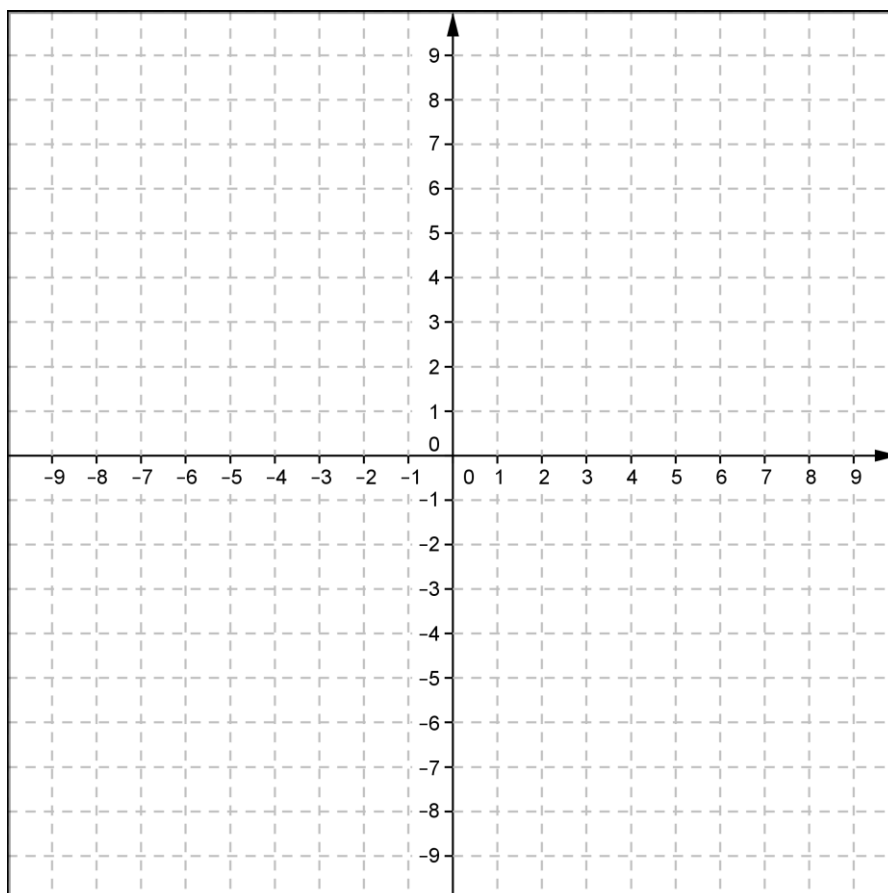
Úloha je vyňata, přeložena a upravena z volně použitelné knihy Space Math X³², která vznikla v rámci projektu Space Math @ NASA³³.

³² Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov/SMBooks/SMBook10.pdf>

³³ Zdroj: <http://spacemath.gsfc.nasa.gov>

PRACOVNÍ LIST

Znázornění sněhové vločky užitím symetrie



Sněhové vločky mají symetrický tvar. Často se dají znázornit jednoduchým vzorem, jehož kopírováním vznikne celý útvar, který vidíte.

1. ÚKOL:

Vynesení následujících bodů do grafu vytvoříte náčrt vločky v prvním kvadrantu:

$(10,0)$, $(10,2)$, $(6,2)$, $(6,0)$, $(4,2)$, $(0,0)$, $(4,3)$, $(3,5)$, $(5,4)$, $(6,7)$, $(3,9)$, $(1,6)$, $(3,5)$, $(1,4)$, $(0,0)$

2. ÚKOL:

Spojte body úsečkami v uvedeném pořadí. Vzniklé útvary můžete vybarvit.

3. ÚKOL:

Překreslete obrázek zrcadlově do druhého kvadrantu. Pak dodělejte tvar i ve třetím a čtvrtém kvadrantu, aby vznikla celá vločka. Platí pro souřadnice nově vzniklých bodů nějaký vztah k těm původním? Zkuste ho zapsat.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

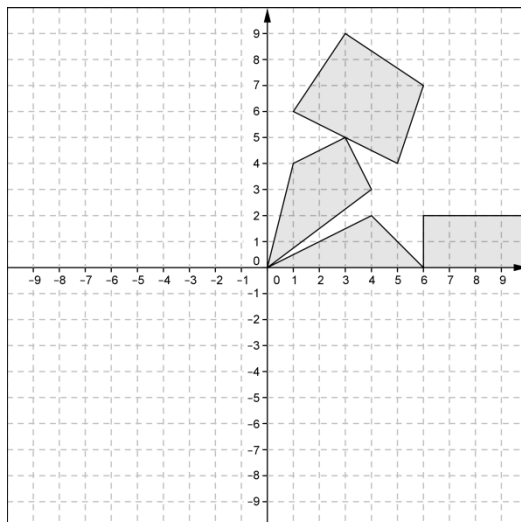
.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

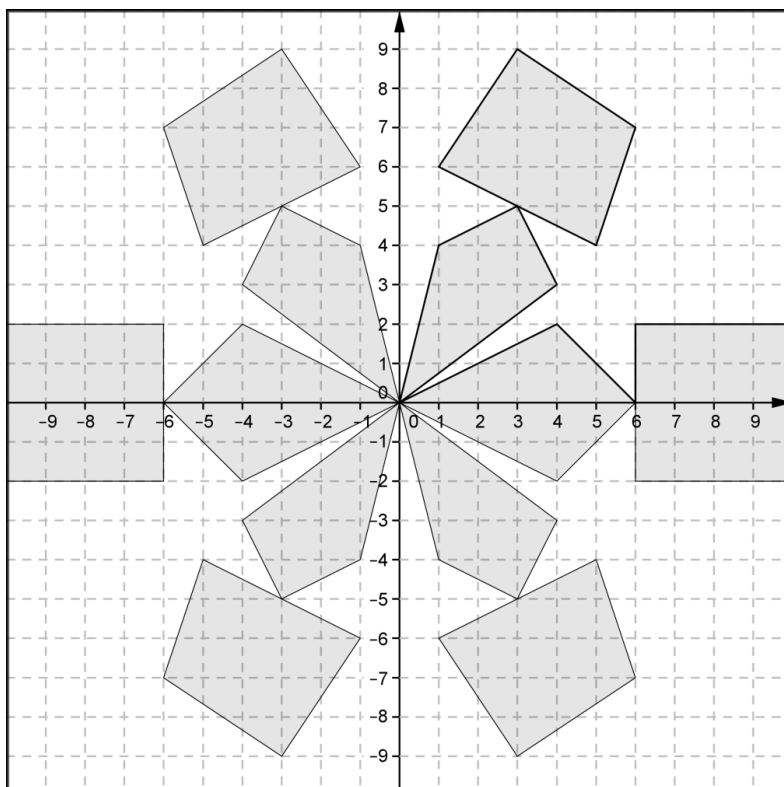
1. a 2. ÚKOL:

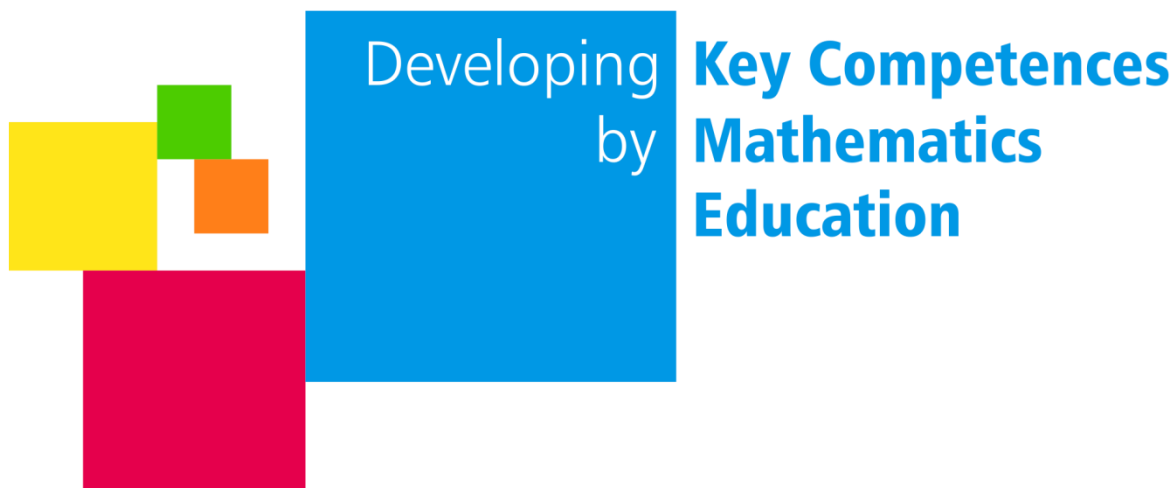


3. ÚKOL:

Žáci mohou buď postupovat tak, jako by položili podél osy x a y zrcátko a tvar z prvního kvadrantu překreslit, nebo využít myšlenku symetrie: pro zobrazení ve druhém kvadrantu, vynést body z prvního kvadrantu s opačným znaménkem u x -ové souřadnice: (x, y) přejde na $(-x, y)$. Pro třetí kvadrant použít přechod (x, y) na $(-x, -y)$ a pro čtvrtý (x, y) přejde na $(x, -y)$.

Hotový obrázek:





Lineární funkce

Jana Kaňková

Cíl aktivity: uvedení do problematiky grafu lineární funkce. Zkoumání vlivu předpisu lineární funkce na graf funkce. Znázornění spádu přímky

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní vědomosti a dovednosti z oblasti lineárních funkcí

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody a dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence sociální a personální** – pracuje samostatně, vytváří si pozitivní představu o sobě samém, která podporuje jeho sebedůvěru a samostatný rozvoj. Řídí své chování tak, aby dosáhl pocitu uspokojení a sebeúcty
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vysvětlil vliv předpisu lineární funkce na její graf. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, příložený soubor vytvořený v programu GeoGebra

Metodický a didaktický komentář:

Formou experimentu se žáci pomocí vytvořeného souboru v programu GeoGebra seznámí s vlivem předpisu lineární funkce na její graf a zjištěné poznatky popíší.

PRACOVNÍ LIST

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem

[Kankova - linearni funkce.ggb](http://Kankova-linearni-funkce.ggb)

1. ÚKOL:

Pohybuji posuvníkem a , který řídí graf funkce v programu GeoGebra a sleduji, jak se mění předpis v závislosti na poloze grafu.

Pokus se svoje zjištění formulovat ústně, popiš vlastními slovy změny grafy, pohybuješ-li posuvníkem.

2. ÚKOL:

Jaký je parametr a je-li funkce v 1. a 3. kvadrantu?

.....

Jak se změní parametr a je-li funkce ve 2. a 3. Kvadrantu?

.....

3. ÚKOL:

Pohybuji posuvníkem b , který řídí graf funkce v programu GeoGebra a sleduji, jak se mění předpis v závislosti na poloze grafu?

Jak se graf mění? Pohybuje se?

.....

4. ÚKOL:

Všimni si spádu přímky. Jakým posuvníkem musíš pohybovat, aby se měnil? Jak vysvětlíš, co je to spád přímky?

.....

5. ÚKOL:

Vyslov svoje hypotézy a konzultuj problematiku se spolužáky

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem

[Kankova - linearni funkce.ggb](http://Kankova-linearni-funkce.ggb)

3. ÚKOL:

Pohybuj posuvníkem a , který řídí graf funkce v programu GeoGebra a sleduj, jak se mění předpis v závislosti na poloze grafu.

Pokus se svoje zjištění formulovat ústně, popiš vlastními slovy změny grafy, pohybuješ-li posuvníkem.

4. ÚKOL:

Jaký je parametr a je-li funkce v 1. a 3. kvadrantu?

Kladný.

Jak se změní parametr a je-li funkce ve 2. a 3. Kvadrantu?

Záporný.

5. ÚKOL:

Pohybuj posuvníkem b , který řídí graf funkce v programu GeoGebra a sleduj, jak se mění předpis v závislosti na poloze grafu?

Jak se graf mění? Pohybuje se?

Změnou posuvníku b se graf pohybuje po ose y

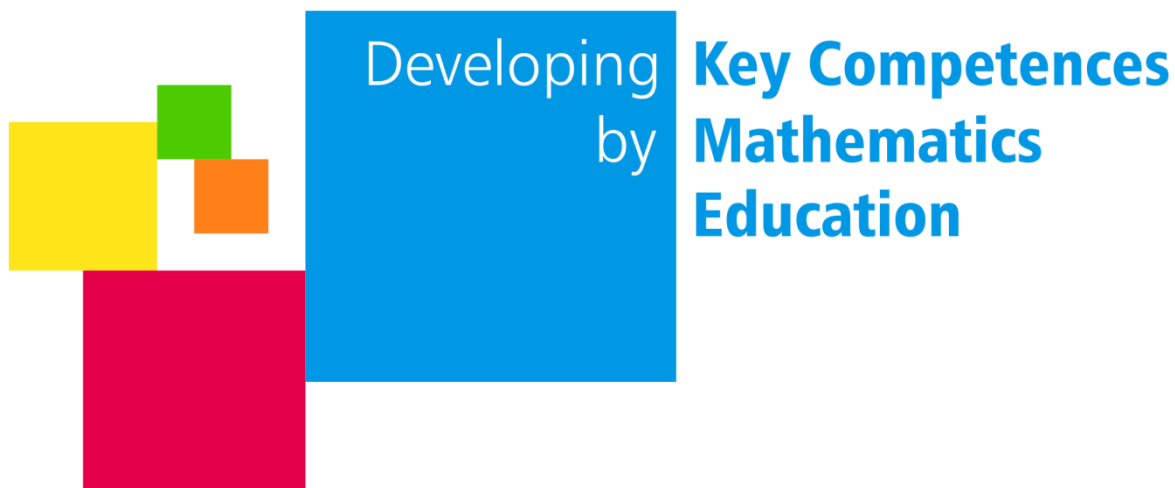
6. ÚKOL:

Všimni si spádu přímky. Jakým posuvníkem musíš pohybovat, aby se měnil? Jak vysvětlíš, co je to spád přímky?

Spád je ovlivněn posuvníkem a

7. ÚKOL:

Vyslov svoje hypotézy a konzultuj problematiku se spolužáky



Hamiltonovské grafy

Lenka Činčurová

Cíl aktivity: osvojit si základní poznatky a aplikace tzv. hamiltonovských grafů, seznámit se se třemi postačujícími podmínkami pro označení grafu za hamiltonovský. Dokázat určit stupně jednotlivých vrcholů grafu a najít strategii k nalezení všech možných cest včetně cest slepých

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní početní operace, základy MS Excel

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) pečlivě promýšlí různé možnosti vedení trasy, vytrvale hledá co nejvhodnější cestu tak, aby každým uzlem prošel právě jednou, používá empirické postupy a ověřuje správnost svých nápadů
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle, kultivovaně a matematicky správně
- **Kompetence sociální a personální** – pracuje samostatně, vytváří si pozitivní představu o sobě samém, která podporuje jeho sebedůvěru a samostatný rozvoj. Řídí své chování tak, aby dosáhl pocitu uspokojení a sebeúcty
- **Kompetence k učení** – procvičuje základní početní operace, poznává nové souvislosti a vytváří si tak komplexnější pohled na dané matematické učivo. Experimentuje s různými možnostmi hledání trasy, kriticky posuzuje své myšlenky a hledá optimální řešení. Je schopen obhájit svou volbu a diskutovat o svých závěrech

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, MS Excel

Metodický a didaktický komentář:

Formou zajímavých motivačních příkladů se žáci seznámí s novými skutečnostmi z teorie grafů.

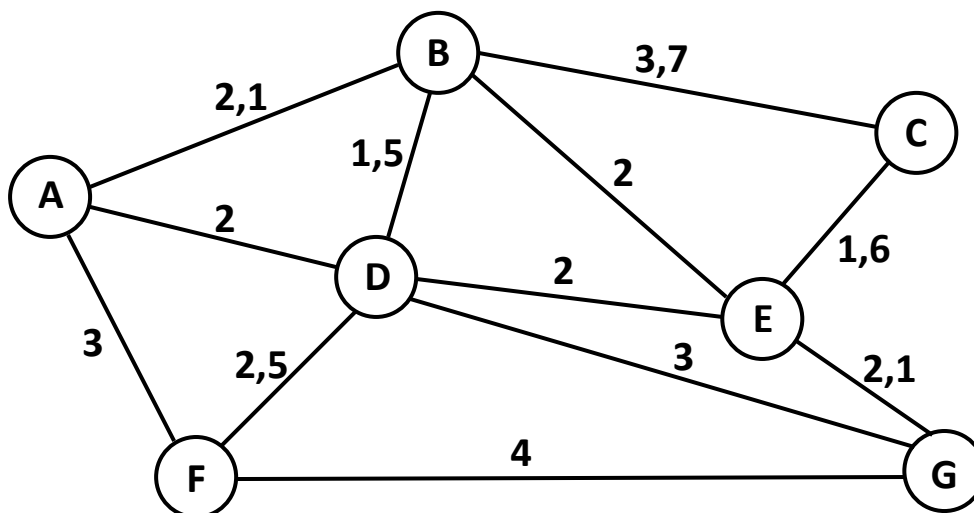
Cílem je seznámit žáky s pojmem hamiltonovský graf a ukázat jim základní strategie jeho hledání.

Úkolem žáků je především správně se zorientovat v zadaném schématu a dokázat určit stupně jednotlivých vrcholů grafu (určit počet cest, které z nich vychází).

Dále se žáci seznámí se třemi postačujícími podmínkami k tomu, aby byl graf hamiltonovský, a pokusí se podle nich ověřit, zda je alespoň některá z nich pro zadaný graf splněna.

PRACOVNÍ LIST

Na obrázku 1 vidíte schéma rozmístění domů ve městě společně s možnými cestami a vzdálenostmi mezi nimi.



Obrázek 1: Schéma vzdáleností domů

Vaším úkolem je navrhnout trasu pro řidiče zásilkové společnosti, který potřebuje rozvést zboží zákazníkům. Musí navštívit každého zákazníka právě jednou, na žádné místo se nesmí vracet nebo jím projet vícekrát. Zkuste navrhnout libovolnou trasu s výjezdem i návratem do bodu A a spočítejte, kolik km by přitom řidič ujel.

.....

Pracovní list v programu MS Excel je přiložen jako samostatný soubor s názvem

[Cincurova_hamiltonovsky_graf.xlsx](#)

Nyní využijte pracovního listu připraveného v programu MS Excel a do vzorových políček doplňte další možné trasy (políčka si přidáte zkopírováním prázdné trasy dle potřeby). Pamatujte, že uzel, který už byl, se v cestě nesmí znovu vyskytnout. Kolik tras jste celkem našli?

.....

Některé cesty jsou „slepé“, neboť se nelze vrátit do výchozího uzlu. Kolik slepých tras jste celkem našli?

.....

Pomocí příkazu SUMA vypočítejte délky jednotlivých tras (ne slepých) a najděte tu, která je nejkratší.

.....

Graf, který lze projít takovou cestou, že každý jeho uzel je navštíven právě jednou (s výjimkou uzlu výchozího, který je zároveň uzlem cílovým), se nazývá **hamiltonovský graf**. K tomu, aby byl graf se třemi a více uzly ($u \geq 3$) hamiltonovský, stačí splnění některé z následujících podmínek:

- Každý uzel má stupeň alespoň $\frac{1}{2}u$, tedy z každého uzlu vychází nejméně $\frac{1}{2}u$ cest. (*Diracova podmínka*)
- Každá dvojice uzlů nespojených hranou má součet stupňů alespoň u . (*Oreho podmínka*)
- Pro každé přirozené číslo $k < \frac{1}{2}u$ je počet uzlů, jejichž stupeň nepřevyšuje k , menší než k . (*Pósova podmínka*)

Není snadné rozhodnout, zda je graf hamiltonovský, dosud totiž nebyla nalezena žádná nutná a postačující podmínka k tomu, aby graf byl hamiltonovský. Pokud graf nesplňuje žádnou z těchto tří podmínek, stále může být hamiltonovský.

Zjistěte a správně zaškrtněte, které z podmínek jsou splněny pro náš graf:

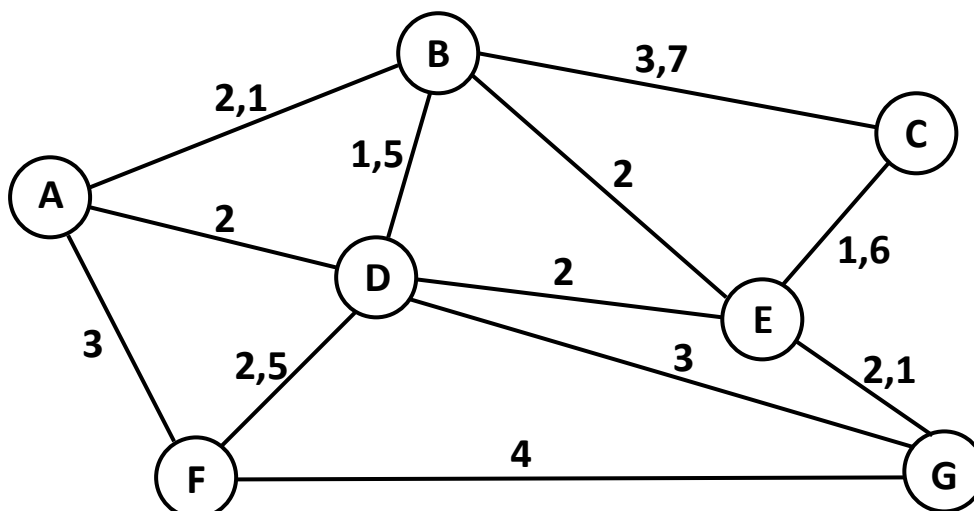
Diracova podmínka: ANO ☐ NE ☐

Oreho podmínka: ANO ☐ NE ☐

Pósova podmínka: ANO ☐ NE ☐

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Na obrázku 1 vidíte schéma rozmístění domů ve městě společně s možnými cestami a vzdálenostmi mezi nimi.



Obrázek 1: Schéma vzdáleností domů

Vaším úkolem je navrhnout trasu pro řidiče zásilkové společnosti, který potřebuje rozvést zboží zákazníkům. Musí navštívit každého zákazníka právě jednou, na žádné místo se nesmí vracet nebo jím projet vícekrát. Zkuste navrhnout libovolnou trasu s výjezdem i návratem do bodu A a spočítejte, kolik km by přitom řidič ujel.

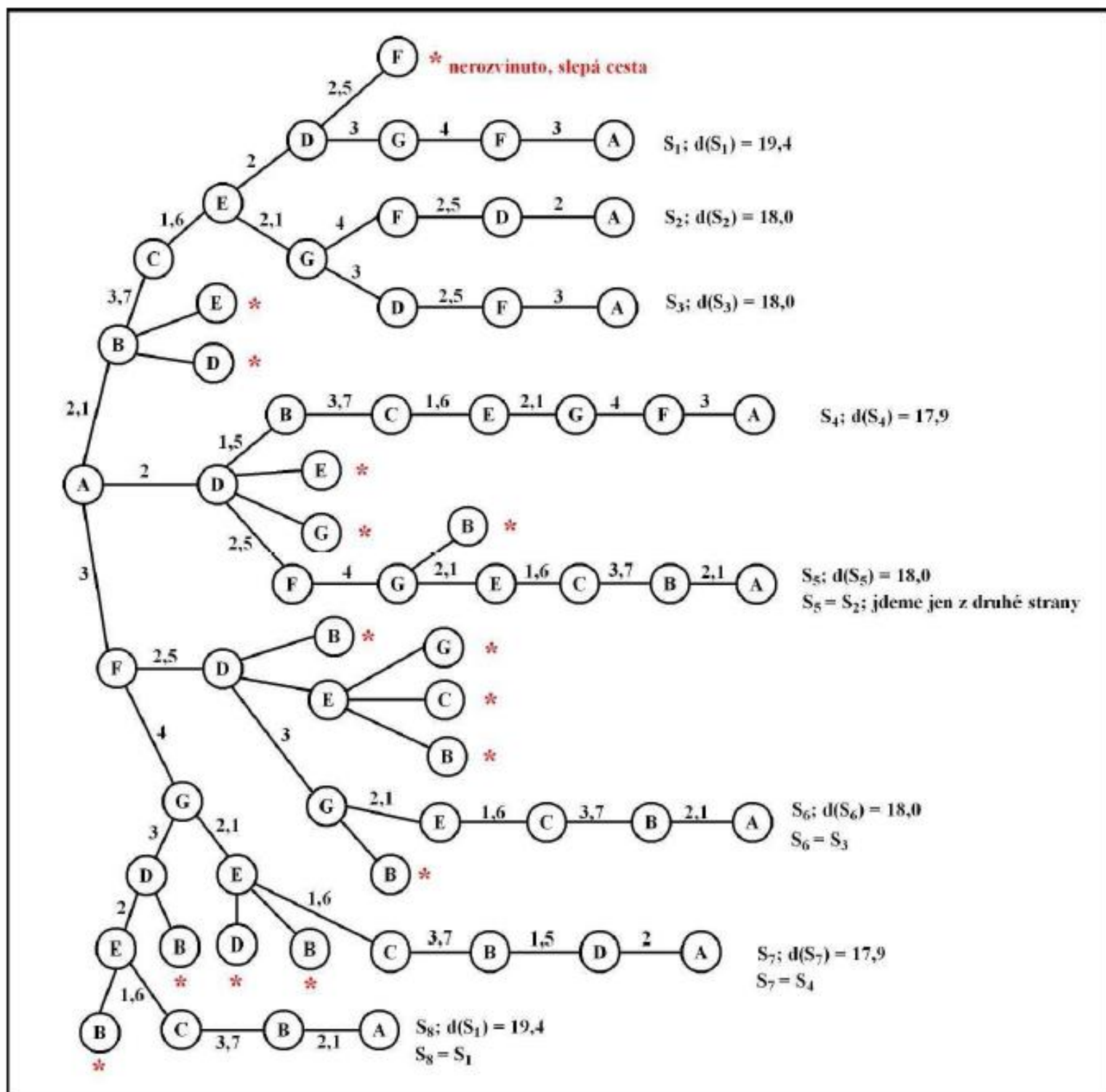
.....

Pracovní list v programu MS Excel je přiložen jako samostatný soubor s názvem

[Cincurova_hamiltonovsky_graf.xlsx](#)

Nyní využijte pracovního listu připraveného v programu MS Excel a do vzorových políček doplňte další možné trasy (políčka si přidáte zkopírováním prázdné trasy dle potřeby). Pamatujte, že uzel, který už byl, se v cestě nesmí znovu vyskytnout. Kolik tras jste celkem našli?

V grafu existuje 8 hamiltonovských cest, polovina z nich je však tvořena pouze inverzí pořadí hran (protisměrem) – viz obr. 2.



Obrázek 2: Všechny možné cesty³⁴

³⁴Zdroj: http://homen.vsb.cz/~let08/systemova_analyza/10-Hamiltonovske_cesty_v_grafech_-_Problem_obchodniho_cestujiciho.pdf

Některé cesty jsou „slepé“, neboť se nelze vrátit do výchozího uzlu. Kolik slepých tras jste celkem našli?

15

Pomocí příkazu SUMA vypočítejte délky jednotlivých tras (ne slepých) a najděte tu, která je nejkratší.

Nejkratší cesta A D B C E G F A nebo A F G E C B D A je délky 17,9 jednotek.

Graf, který lze projít takovou cestou, že každý jeho uzel je navštíven právě jednou (s výjimkou uzlu výchozího, který je zároveň uzlem cílovým), se nazývá **hamiltonovský graf**. K tomu, aby byl graf se třemi a více uzly ($u \geq 3$) hamiltonovský, stačí splnění některé z následujících podmínek:

- Každý uzel má stupeň alespoň $\frac{1}{2}u$, tedy z každého uzlu vychází nejméně $\frac{1}{2}u$ cest. (*Diracova podmínka*)
- Každá dvojice uzlů nespojených hranou má součet stupňů alespoň u . (*Oreho podmínka*)
- Pro každé přirozené číslo $k < \frac{1}{2}u$ je počet uzlů, jejichž stupeň nepřevyšuje k , menší než k . (*Pósova podmínka*)

Není snadné rozhodnout, zda je graf hamiltonovský, dosud totiž nebyla nalezena žádná nutná a postačující podmínka k tomu, aby graf byl hamiltonovský. Pokud graf nesplňuje žádnou z těchto tří podmínek, stále může být hamiltonovský.

Zjistěte a správně zaškrtněte, které z podmínek jsou splněny pro náš graf:

Diracova podmínka: ANO ☐ NE ☒

Počet uzlů $u=7$, každý uzel musí mít stupeň alespoň $7/2$, tedy 4. Uzly A, C, F a G mají nižší stupeň než 4.

Oreho podmínka: ANO ☐ NE ☒

Každá nespojená dvojice musí mít součet stupňů alespoň $u=7$. Dvojice AC, AG, CF a CG mají součet stupňů nižší než 7. Další nespojené dvojice AE, BF, BG, CD a EF mají součet přesně 7, tedy by podmínce vyhovovaly.

Pósova podmínka: ANO ☐ NE ☒

Pro každé přirozené číslo $k < 7/2$, tedy $k=1$, $k=2$ a $k=3$, je počet uzlů, jejichž stupeň nepřevyšuje k , menší než k .

Pro $k=1$: počet uzlů stupně 1 je 0, což je méně než k , splněno.

Pro $k=2$: počet uzlů stupně 1 je 0, počet uzlů stupně 2 je 1 (C), $0+1=1$, což je méně než k , splněno.

Pro $k=3$: počet uzlů stupně 1 je 0, počet uzlů stupně 2 je 1 (C), počet uzlů stupně 3 je 3 (A, F, G), $0+1+3=4$, což je více než k , nesplněno.

Počet stran: 225

Vydal: Jihočeská univerzita v Českých
Budějovicích

Autoři: Helena Binterová, Roman Hašek,
Pavel Pech, Vladimíra Petrášková

Editor: Přemysl Rosa

ISBN 978-80-7394-567-1

