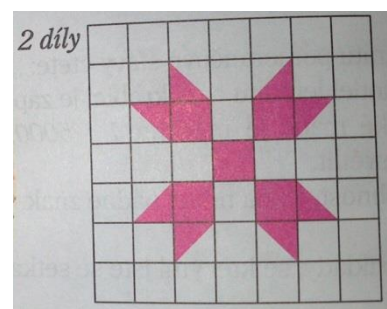
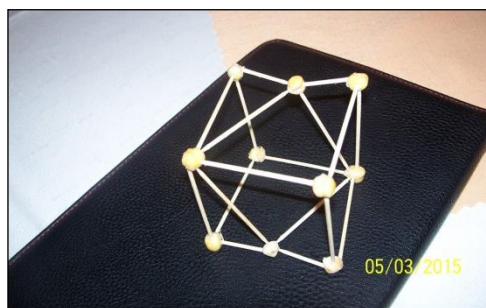
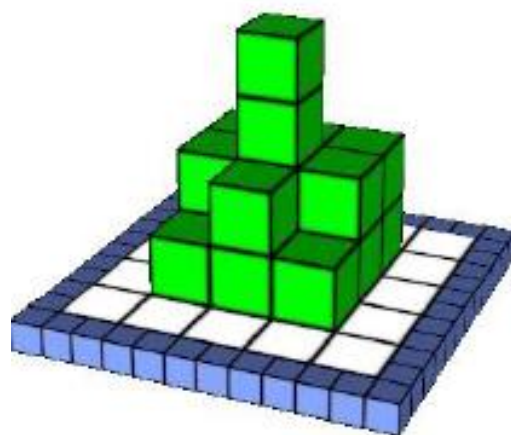
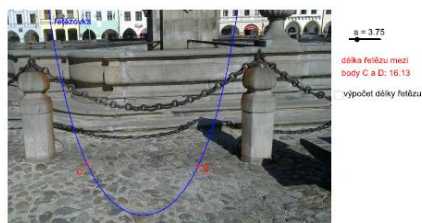
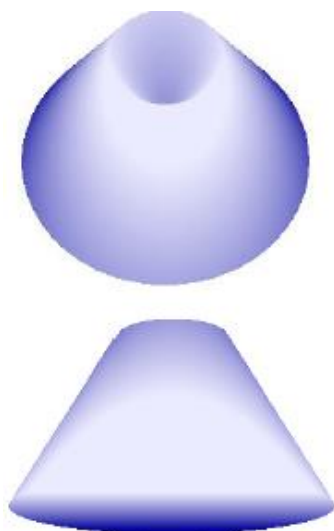
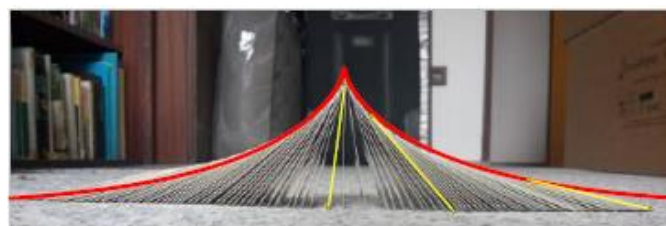
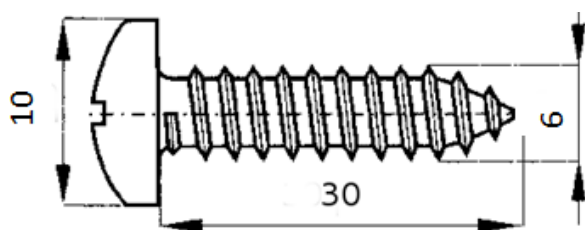


Sbírka pracovních listů z matematiky pro rozvoj klíčových kompetencí



Sbírka pracovních listů z matematiky pro rozvoj klíčových kompetencí

Helena Binterová, Roman Hašek, Pavel Pech, Vladimíra Petrášková

2. díl

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

2015

Autorský kolektiv:

doc. RNDr. Helena Binterová, Ph.D.

Mgr. Roman Hašek, PhD.

prof. RNDr. Pavel Pech, CSc.

RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

Autoři pracovních listů:

Bc. Roman Bumbálek

Bc. Pavel Cukr

Bc. Michaela Jelínková

Mgr. Jana Kaňková

Bc. Renata Macourková

Mgr. Hana Mahnelová, Ph.D.

Bc. Jakub Maršán

Bc. Alena Maříková

Bc. Michaela Opavová

Bc. Veronika Strapcová

Bc. Veronika Šulová

Bc. Veronika Švejdová

Bc. Vladimíra Vomáčková

Bc. Roman Vraspír

Mgr. Tomáš Zoubek

ISBN: 978-80-7394-568-8

Předmluva

Předložená publikace Sbírka pracovních listů z matematiky pro rozvoj klíčových kompetencí vznikla v rámci grantového projektu KeyCoMath pod vedením autorského kolektivu – členů řešitelského týmu. Sbírka je zaměřena na klíčové kompetence ve výuce matematiky. Příklady jsou tematicky vázány na následující okruhy z matematiky: Číslo a algebra, Finanční gramotnost, Geometrie v rovině a v prostoru, Matematická analýza, Teorie grafů.

Zpracované pracovní listy zahrnují kromě plánovaného kurikula též vymezení cílů, očekávaných výstupů a způsob pěstování klíčových kompetencí. Také představují příklady dobré praxe v režimu integrované výuky z hlediska identifikace mezipředmětových vztahů. Listy jsou rozpracovány i směrem k metodickým či didaktickým komentářům a souvislostem.

Sbírka pracovních listů z matematiky zahrnuje jednak práce učitelů ze základních škol jihočeského regionu a studentů doktorského studia Teorie vzdělávání v matematice – 1. díl publikace, jednak práce studentů navazujícího magisterského učitelského studia matematiky na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity – 2. díl publikace.

Pracovní listy z matematiky mohou sloužit jako pomůcka učitelům matematiky na základních a středních školách. Své uplatnění jistě najdou i v přípravě učitelů matematiky na Pedagogické fakultě, zejména v hodinách didaktiky.

V Českých Budějovicích 20. 11. 2015

Autorský kolektiv: H. Binterová, R. Hašek, P. Pech, V. Petrášková

Číslo a proměnná

Kouzelnické triky s Fibonacciho posloupností	6
Poměr	10
Zlomky	22
Zlomky	42

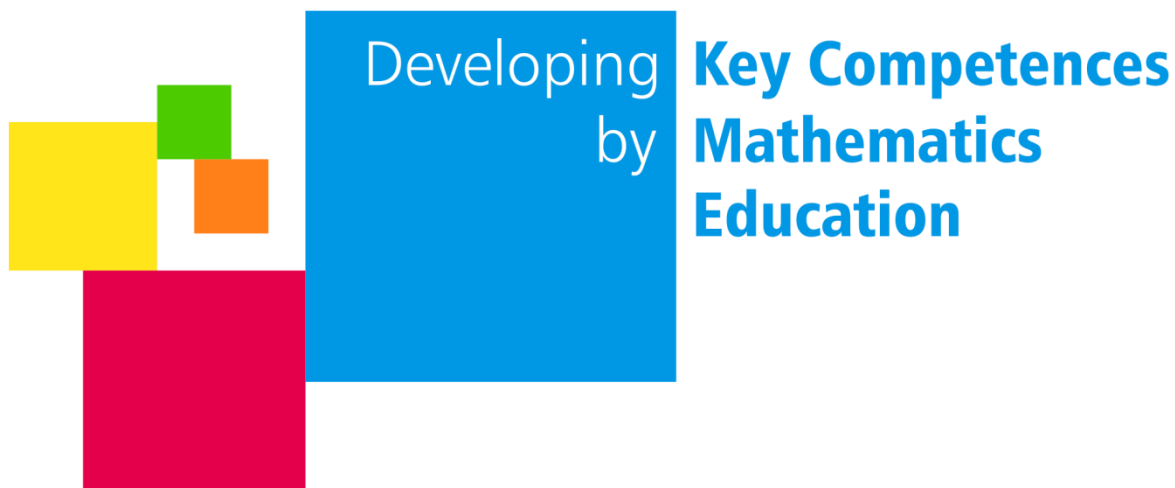
Finanční gramotnost

Finanční produkty a RPSN	55
Hypoteční úvěry	66
Hypoteční úvěry 2	77
Pojištění	91
Pojištění 2	102
Práva spotřebitele	113
Práva spotřebitele, reklama	122
Splátkový prodej	132
Splátkový prodej 2	143
Spotřebitelské úvěry	154
Spotřebitelské úvěry, RPSN	163

Geometrie v rovině a v prostoru

Bottle Design	174
Cubix	182
Cubix Editor	194
Cubix Shadow	212
Geometrický paradox $64=65?$	223
Geometrie kolem nás	228
Kružnice a kruh	255
Math Wheel	265
Množiny všech bodů dané vlastnosti	282
Obvod a obsah trojúhelníku	290
Origami Nets	302
Pattern Constructor	312
Potter's Wheel	319

Povrch a objem jehlanu	326
Povrch a objem kužele	334
Pythagorova věta.....	343
Scissors	350
Sítě – hranoly, ostatní tělesa	362
Slider	374
Stereometrie	386
Stuffed Toys	390
Tangram	398



Kouzelnické triky s Fibonacciho posloupností

Jana Kaňková

Cíl aktivity: zájmová hodina matematiky, ukázka využití Zlatého řezu a Fibonacciho posloupnosti zábavnou formou

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

znalost hodnoty Zlatého řezu a pojmu Fibonacciho posloupnost

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulačka

Metodický a didaktický komentář:

Žákům osvětlíme problematiku Fibonacciho posloupnosti, následně je můžeme motivovat následujícími příklady

PRACOVNÍ LIST

1. TRIK:

Vyberte si libovolná dvě čísla (s libovolným počtem cifer). Nyní s použitím kalkulačky nebo vlastní hlavy vytvoříme Fibonacciho posloupnost, jejíž dva první členy jsme si zvolili. Tedy sečteme první dva členy a vytvoříme tak členy třetí. Čtvrté číslo vytvoříme sečtením druhého a třetího členu. Pátý člen součtem čtvrtého a třetího, a tak dále, dokud nevytvoříme řadu dvaceti čísel.

Ukázka řešení: Jestliže bychom jako první dvě čísla zvolili 5 a 7, dostaneme řadu 5, 7, 12, 19, 31, 50, 81, 131, 212 ...

A nyní s pomocí kalkulačky vydělíme naše dvacáté číslo devatenáctým. Co vám výsledné číslo připomíná? Samozřejmě je to π .

2. TRIK:

Zopakujte si dělitelnost číslem 11.

Sečtěte kterýchkoliv deset po sobě jdoucích čísel Fibonacciho posloupnosti. Získaný součet je vždy dělitelný beze zbytku 11.

Ukázka řešení: Zvolme prvních deset následujících čísel Fibonacciho posloupnosti.

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55 = 143$$

Takto získaný součet je dělitelný 11. ($143 \div 11 = 13$).

Součet kterýchkoli desíti následných Fibonacciho čísel se vždy rovná 11-ti násobku sedmého čísla v pořadí. Můžeme tak snadno a rychle sčítat následných Fibonacciho čísel.

3. TRIK: (Trik bleskového sčítání)

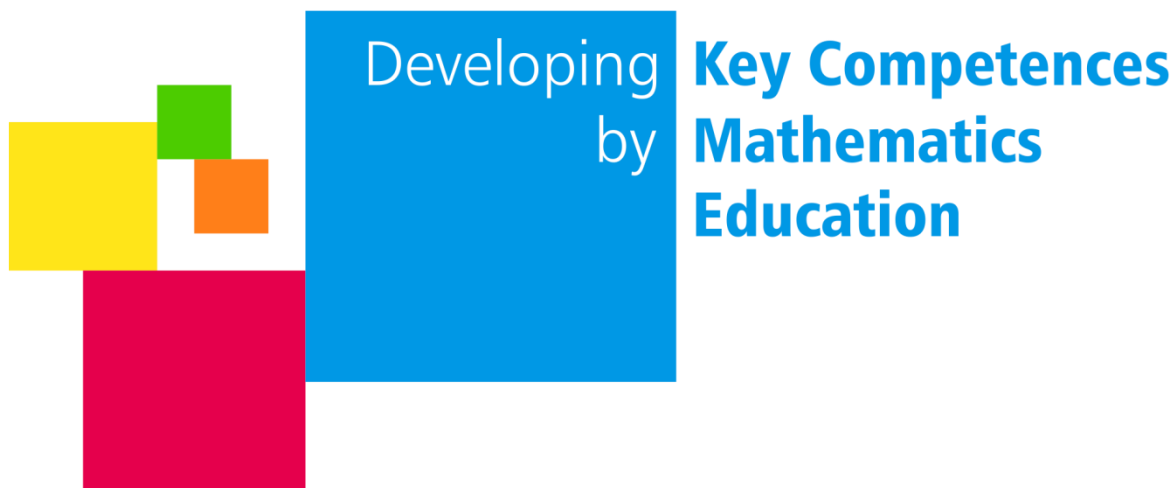
Tímto trikem bez většího úsilí můžeme velmi rychle sečíst n -tici Fibonacciho čísel a ohromit publikum. Součet Fibonacciho čísel od prvního po n -té se rovná $(n + 2)$ – *tému* číslu mínus 1.

Ukázka řešení: Zvolíme pro ukázkou opět prvních deset členů

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55 = 143$$

Na číslo 143 můžeme přijít i rychleji, než jednotlivé členy sčítat. Součet se rovná dvanáctému číslu v pořadí Fibonacciho posloupnosti zde 144 minus 1.

Součet prvních 56 čísel je roven 58. číslu minus 1. Požádejte spolužáka či rodiče, aby vám napsali dlouhý sloupec Fibonacciho čísel, začínající 1, 1 a každé nové číslo bude součtem dvou předchozích. Spolužák, pak může určit libovolnou hranici mezi dvěma čísly sepsaného sloupce. Vy pak můžete jednoduše určit součet všech čísel před tímto mezníkem. Výsledek se bude rovnat druhému členu za předělem minus jedna.



Poměr

Veronika Strapcová

Cíl aktivity: vyjádření části z celku pomocí poměru, užití poměru a postupného poměru k řešení aplikačních úloh, užití měřítka při čtení map a při konstrukci jednoduchých plánek

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

zlomky

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

V první části se žák seznámí s pojmem poměr. Žák věnuje pozornost slovnímu vyjádření poměru. V prvním příkladu se žák seznámí s poměrem, aniž by si to uvědomil. Ve druhém příkladu žák zjistí, že pořadí členů je důležité. Také si zde vyzkouší dělení celku v daném poměru. Žák použije postup ve třech krocích: a)určení celkového počtu dílů, b)určení množství, které připadá na jeden díl, c)určení výsledku. Třetí příklad spojuje poměr se zlomky.

V druhé části se žák seznámí s pojmem převrácený poměr a souvisejícími pojmy jako jsou zvětšování a zmenšování v poměru. A poměr v základním tvaru. Ve čtvrtém příkladu se žák seznámí s pojmy zvětšování a zmenšování. V pátém příkladu žák věnuje pozornost převrácenému poměru a také zjistí, že členy poměru nemusí být pouze přirozená čísla. V šestém příkladu žák zjistí, jak vypadá poměr v základním tvaru a jak s ním pracovat, jak rozšiřovat a jak krátit.

Ve třetí části žák zjistí, že postupný poměr nepřináší nic zásadně nového, pouze se zde opakují předcházející úvahy a postupy pro větší počet členů. Je to vhodný materiál pro aktivitu žáků, po stručném úvodu mohou řešit úlohy z praxe takřka samostatně. V úvodu se seznámí s pojmem převrácený poměr a souvisejícími pojmy jako jsou zvětšování a zmenšování v poměru a poměr v základním tvaru. V sedmém příkladu se žák seznámí s tím, jak vypadá postupný poměr. V osmém příkladu žák řeší jednoduchou slovní úlohu na postupný poměr.

Závěrečná část se věnuje měřítku plánů a map a propojuje téma Poměr s geometrickou interpretací reálných objektů na plánech a mapách. Žáci se učí číst v mapách a zhotovovat

jednoduché plánky v daném měřítku. Pro žáky je atraktivní práce s podrobnou místní mapou či plánem okolí školy. Zhotovování plánek je možné využít k připomenutí zásad správného rýsování a technického popisu. Před rýsováním je nejlepší udělat náčrtek situace a zvolit vhodné měřítko. Jako kóty se do plánu přepisují skutečné rozměry zobrazovaného objektu. V devátém příkladu žák počítá vzdálenosti na mapě, vzpomíná ze zeměpisu, co o měřítku ví a procvičuje převody jednotek délky. V posledním desátém příkladu žák pracuje s plánkem půdorysu.

PRACOVNÍ LIST

Obvod trojúhelníku

1. ÚKOL:

Lenka a Tomáš dostali od babičky za práci na zahradě čokoládu. A protože Lenka pracovala více než Tomáš má si vzít tři krát více než Tomáš.

- Tomáš si vzal 1 dílek. Kolik dílků si vzala Lenka?
- Jak je možné čokoládu rozdělit tak, aby nezbyl žádný kousek a aby dělení bylo podle příkazu babičky?



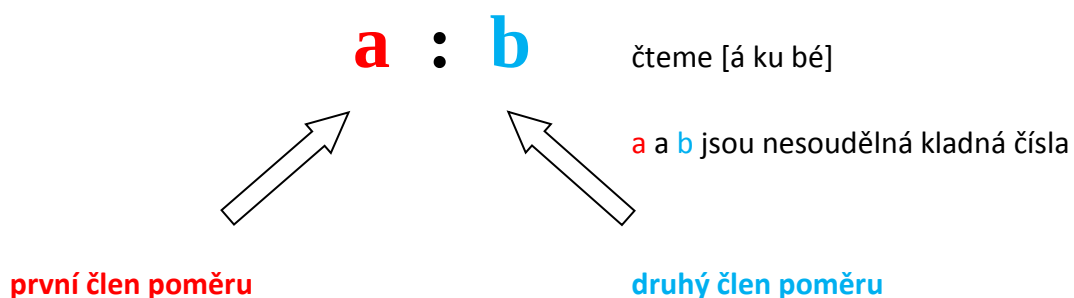
.....

.....

.....

.....

Zavedení pojmu poměr



2. ÚKOL:

- c) Ve třídě je počet žáků a žákyň v poměru 2 : 3. Do třídy chodí 20 dětí. Kolik je chlapců a kolik děvčat?

v poměru je 5 dílků

20 : 5 je 4 ... jeden dílek jsou čtyři děti

4 · 2 = 8 ... počet chlapců

4 · 3 = 12 ... počet dívek

Zkouška: 8 chlapců + 12 dívek = 20 dětí ve třídě

- d) Ve třídě je počet žáků a žákyň v poměru 3 : 2. Do třídy chodí 20 dětí. Kolik je chlapců a kolik děvčat?

.....

.....

.....

.....

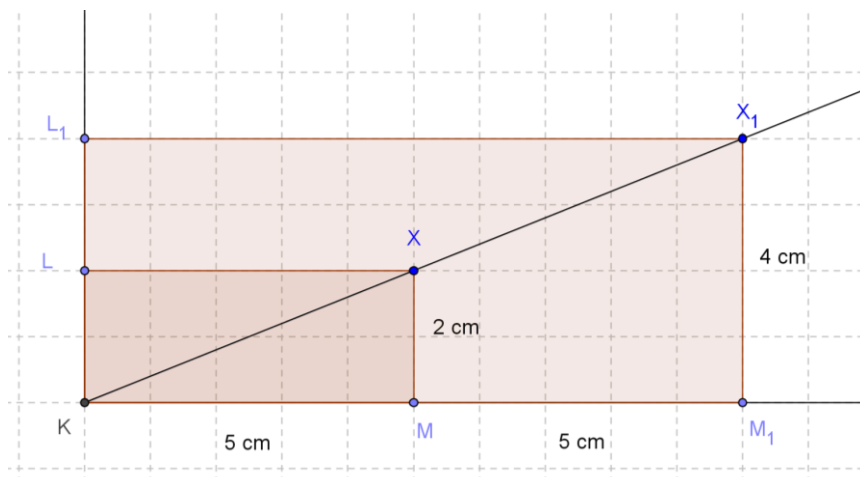
.....

.....

3. ÚKOL:

Podle obrázku napište, kolik je $\frac{|KM|}{|MX|}$, $\frac{|KM_1|}{|M_1X_1|}$ a hodnoty porovnejte.

Napište, kolik je $\frac{|MX|}{|KM|}$, $\frac{|M_1X_1|}{|KM_1|}$ a hodnoty porovnejte.

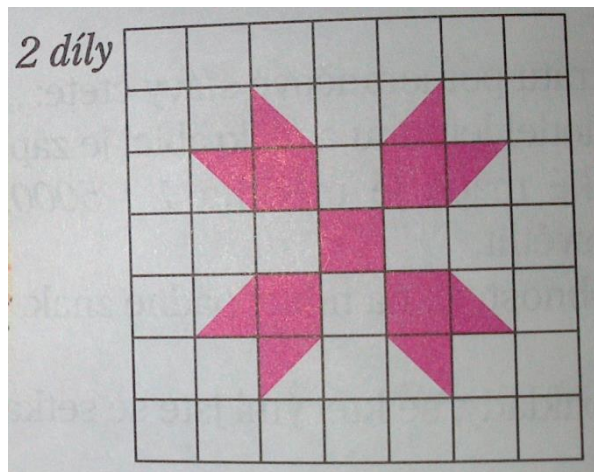
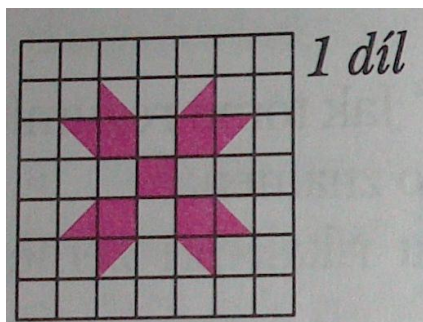


Převrácený poměr

4. ÚKOL:

a) Rozhodněte podle obrázku, zda se jedná o zvětšení nebo o zmenšení.

Poměr 2 : 1



Poměr je možné psát ve zlomku, například poměr 2 : 1 lze přepsat na zlomek $\frac{2}{1}$

Pokud je zlomek větší než 1 jedná se o zvětšení

Pokud je zlomek menší než 1 jedná se o zmenšení

b) Rozhodněte, zda se v poměrech jedná o zvětšení nebo o zmenšení:

3 : 2 8 : 5 1 : 3

1 : 4 2 : 5 6 : 5

K poměrům $a : b$ existuje poměr $b : c$, kterému se říká převrácený.

5. ÚKOL:

Ke každému poměru určete poměr převrácený:

$$2 : 5 \dots\dots\dots \frac{1}{3} : \frac{2}{5} \dots\dots\dots 6 : 5 \dots\dots\dots$$

$$1,5 : 2,3 \dots\dots\dots 8 : 5 \dots\dots\dots$$

Poměr v základním tvaru je takový poměr, kde členy **a a **b** jsou nesoudělná kladná přirozená čísla. Pokud je člen poměru uveden jako zlomek, pracuje se s ním jako s klasickým zlomkem. Pokud je člen poměru uveden jako desetinné číslo, pracuje se s ním jako s desetinným číslem.**

6. ÚKOL:

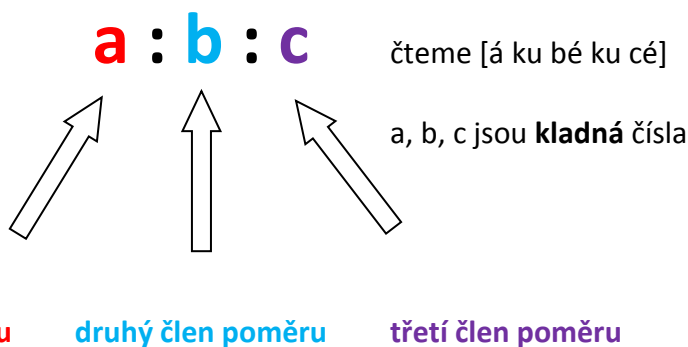
Převeďte poměry na základní tvar:

$$12 : 6 \dots\dots\dots 33 : 99 \dots\dots\dots 54 : 27 \dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{6} \dots\dots\dots 1,5 : 1,8 \dots\dots\dots$$

Postupný poměr

Postupným poměrem porovnáváme tři a více údajů, např. výhry, hmotnosti, délky, objemy,...



Postupný poměr krátíme a rozšiřujeme jako poměr z předchozích příkladů.

Postupný poměr v základním tvaru, je takový poměr, kde jsou všechny členy poměru nesoudělná přirozená čísla.

7. ÚKOL:

Převeď postupné poměry na základní tvar:

30 : 66 : 48 2500 : 250 : 25 : 2,5

8. ÚKOL:

a) Máte dva trojúhelníky KLM , XYZ , запиšte, v jakém poměru jsou jeho strany:

ΔXYZ

$x = 6 \text{ cm}$

$y = 8 \text{ cm}$

$z = 10 \text{ cm}$

poměr ... $x : y$

Řešení: $6 : 8 = 3 : 4$

ΔKLM

$k = 4 \text{ cm}$

$l = 5 \text{ cm}$

$m = 9 \text{ cm}$

poměr ... $m : k$

- b)** Statkář má na statku 104 zvířat. Z toho je 56 krav, 40 ovcí a 8 koní. V jakém poměru jsou zvířata na statku? (pokud bude možné, převedte na základní tvar)

zvířata jsou v poměru 56 : 40 : 8

po zkrácení vyjde poměr 7 : 5 : 1

celkem 13 dílů

Zkouška: $104 : 13 = 8$... jeden dílek má 8 zvířat

$$8 \cdot 7 = 56 \text{ ... krav}$$

$$8 \cdot 5 = 40 \text{ ... ovcí}$$

$$8 \cdot 1 = 8 \text{ ... koní}$$

$$56 + 40 + 8 = 104 \text{ zvířat}$$

Soused toho statkáře má 71 zvířat. Z toho je 30 králíků, 27 ovcí a 8 koz. V jakém poměru jsou zvířata na statku? (pokud bude možné, převedte na základní tvar)

Měřítko plánů a map

9. ÚKOL:

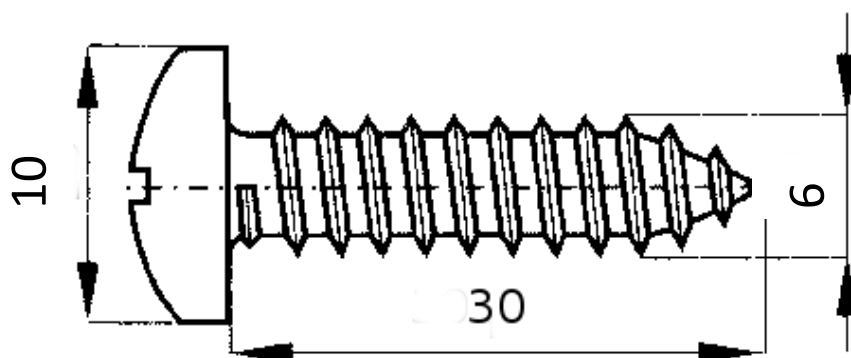
a) Na turistické mapě je měřítko 1 : 5 000. Co to znamená?

1 cm na mapě je 5000 cm ve skutečnosti.

b) V autoatlasu je uvedeno měřítko 1 : 50 000. Jak velká je skutečná vzdálenost, když na mapě je mezi dvěma místy 5 cm? (vzdálenost uveďte v km)

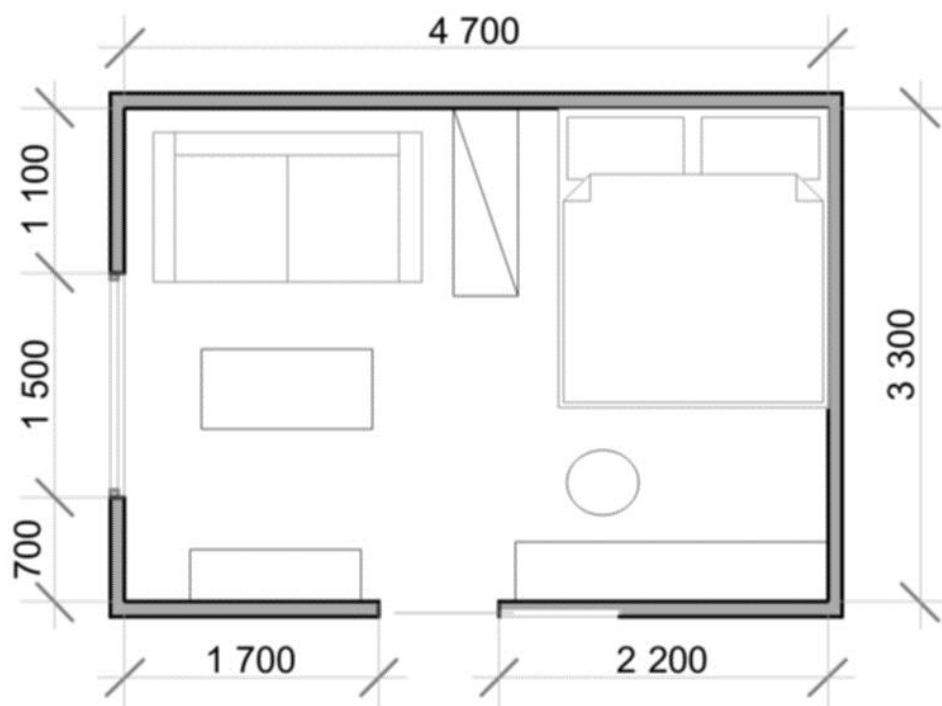
10. ÚKOL:

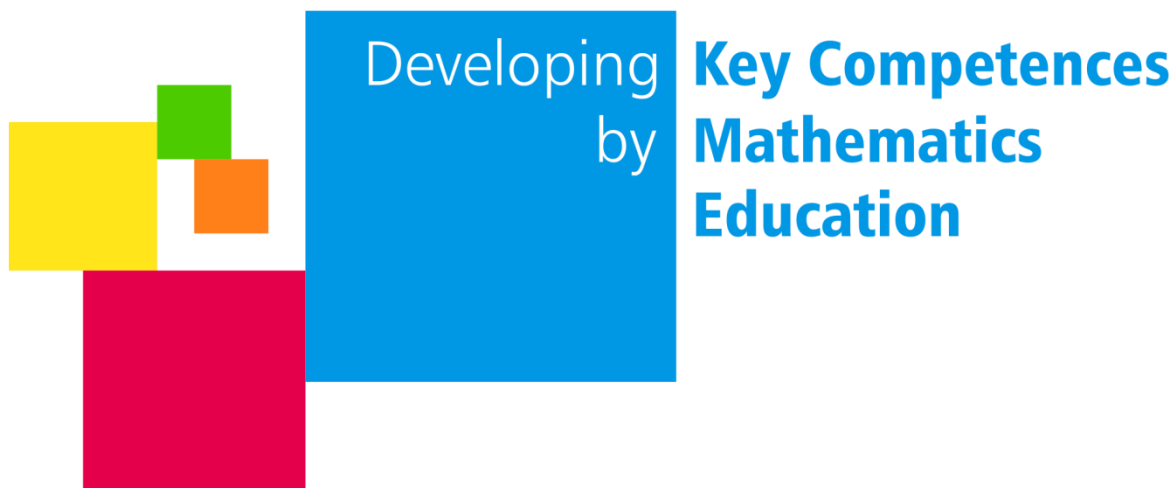
a) Na výkresu šroubu je měřítko 2 : 1. Co to znamená, jaký je reálný rozměr šroubu?



2 mm na výkresu je ve skutečnosti 1 mm. Kóty uvedené na výkresu odpovídají reálné velikosti šroubu.

- b)** Na půdorysu pokoje je okno o skutečné velikosti 1500 mm. Urči v jakém měřítku je plánec vyhotoven. Okno má na plánu velikost 30 mm.





Zlomky

Michaela Opavová

Cíl aktivity: zavedení zlomků, včetně operací s nimi, doplněné o příklady k procvičení

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní matematické operace

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

V úvodní části si žáci uvědomí, co je zlomek. Zlomek je zápisem dělení celku na stejné části. Zlomky vyjadřují část nějakého množství nebo případy, ve kterých rozdělujeme celky na části. Žák pochopí, co vyjadřuje čitatel a co vyjadřuje jmenovatel. Bude mu vysvětlena terminologie: pravý zlomek, nepravý zlomek a zápis pomocí smíšeného čísla.

Rozšiřování a krácení je základem počítání se zlomky. Musíme dbát na dobré ovládnutí násobení a dělení čísel. Na názorných obrázcích žáci pochopí jaký je princip rozšiřování a krácení zlomků. Objasníme jim, že zlomek je naznačeným dělením a dělením nám mohou vyjít různá čísla. Mohou vyjít čísla celá, dělení bude tedy beze zbytku, nebo může vyjít desetinné číslo, které má konečný desetinný rozvoj, nebo poslední varianta je, že může vyjít desetinné číslo s periodickým desetinným rozvojem. Perioda nevzniká opakováním jedné cifry. Musíme také vysvětlit, že perioda může začínat na libovolném desetinném místě a může být libovolně dlouhá.

Porovnávání jednoduchých zlomků, které mají stejného jmenovatele, zopakujeme. Tady porovnáváme pouze čitatele a to žáci už umí. Více se zaměříme na porovnávání zlomků s různými jmenovateli.

Pro názornost zavedeme sčítání a odčítání zlomků přes grafické znázornění stejně tak, jak tomu bylo při zavádění zlomů jako takových. Nejprve se žáci budou učit sčítat zlomky se stejným jmenovatelem a poté s různými jmenovateli. Na začátek je dobré každý ze sčítanců znázornit do grafu jinou barvou, aby žáci chápali množství celku, které vybarvují. Analogicky se bude provádět i odčítání zlomků. Pokud žákům bude sčítání a odčítání v jednom grafu

dělat problémy, mohou si každý zlomek vybarvit v jednom grafu a výsledek zakreslit do výsledného grafu.

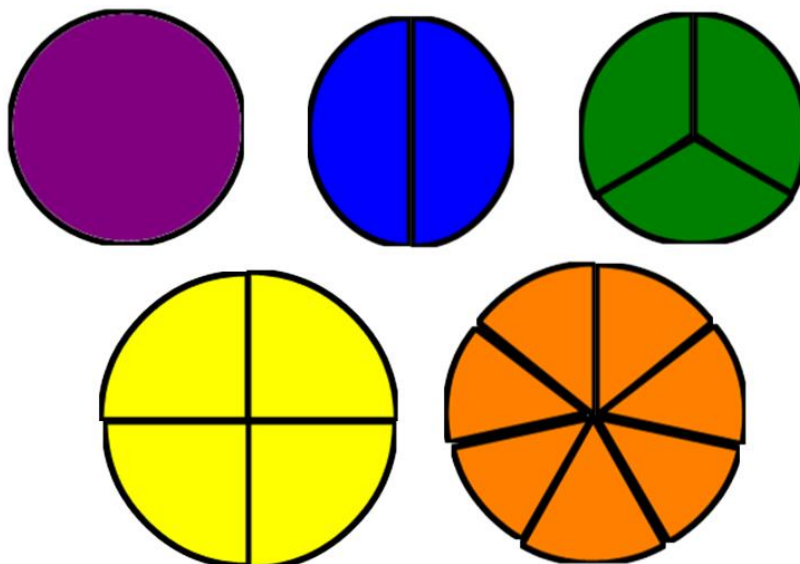
Nejprve žáci budou násobit jeden zlomek přirozeným číslem. Poté se naučí násobit zlomek zlomkem. Objasní se pojem převrácený zlomek a poté už žáci budou moci dělit zlomky.

PRACOVNÍ LIST

Zlomek a množství

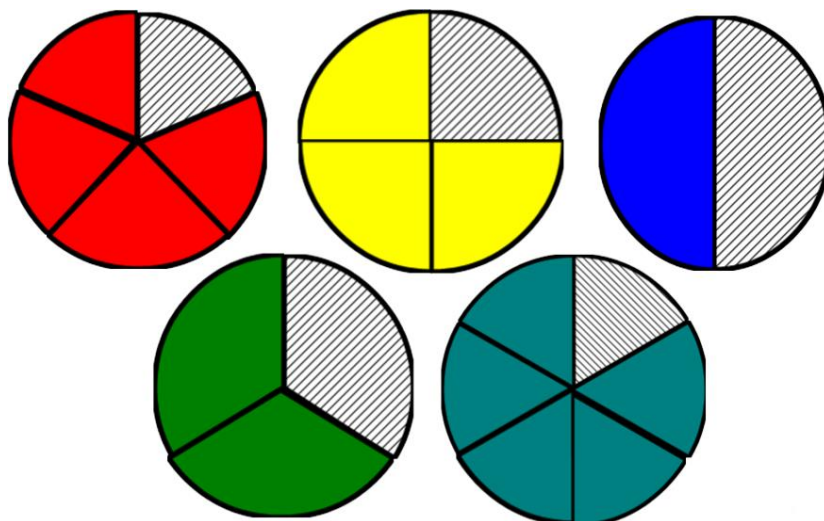
1. ÚKOL:

Napiš, na kolik částí jsou rozdělené následující kruhy?



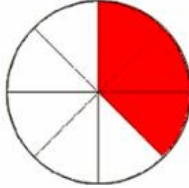
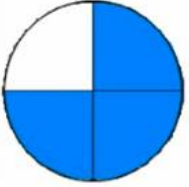
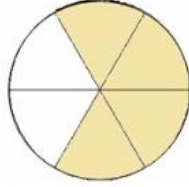
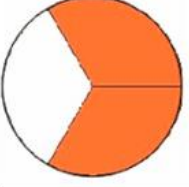
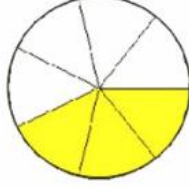
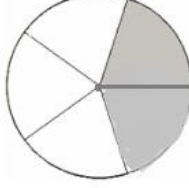
2. ÚKOL:

Napiš, kolik částí je v kruhu vyšrafováno.



3. ÚKOL:

Kolik částí v kruzích je vybarveno?

	$\frac{1}{1}$		$\frac{1}{8}$
	$\frac{3}{4}$		$\frac{5}{6}$
	$\frac{2}{3}$		$\frac{4}{7}$
	$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{5}$

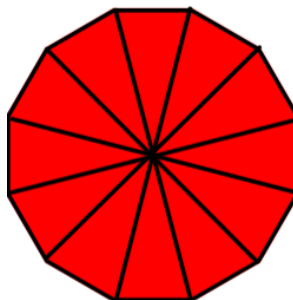


Čítatel říká, kolik částí je vybráno.

Jmenovatel říká, na kolik částí se celek dělí.

4. ÚKOL:

Napiš zlomkem, jakou část celku vyjadřují vybarvené části.



Na co jsme přišli?

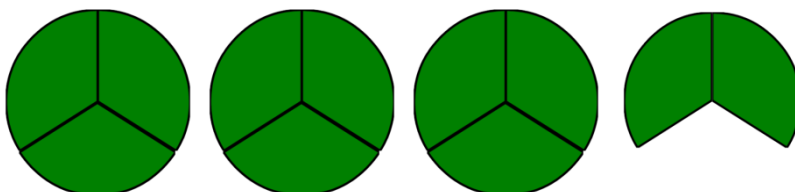
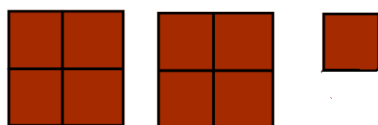
Že zlomek, který má stejného čitatele a zároveň i jmenovatele se po vykrácení rovná 1.

A zlomek $\frac{0}{0}$, se také rovná číslu 1?

Má smysl zlomek $\frac{8}{0}$?

5. ÚKOL:

Zapiš následující situace pomocí zlomků.



Na tomto příkladu jsme si ukázali, že zlomek nemusí být vždy číslo < 1 .

Zlomky, jejichž číselník je menší než jmenovatel, se nazývají **pravé**. $\frac{3}{23}$

Zlomky, jejichž číselník je větší než jmenovatel, se nazývají **nepravé**. $\frac{23}{3}$

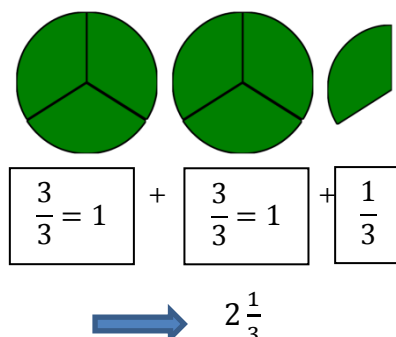
Nepravé zlomky můžeme zapsat pomocí celého čísla a pravého zlomku.

Takovým číslům říkáme **smíšená**.

6. ÚKOL:

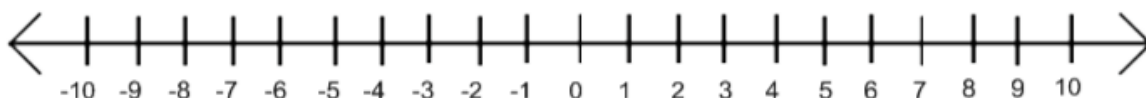
Převeďte nepravé zlomky na smíšená čísla: $\frac{7}{3}, \frac{15}{7}, \frac{36}{15}, \frac{19}{9}, \frac{28}{5}$.

Například $\frac{7}{3}$ můžeme graficky znázornit jako:



7. ÚKOL:

Znázorněte čísla na číselné ose a napište, jestli to jsou čísla smíšená nebo nepravé zlomky. $4\frac{1}{4}, 3\frac{2}{5}, \frac{13}{2}, -\frac{13}{2}$



Rozšiřování a krácení zlomků

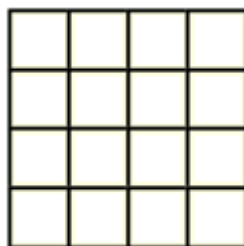
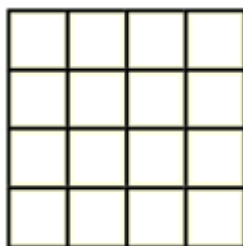
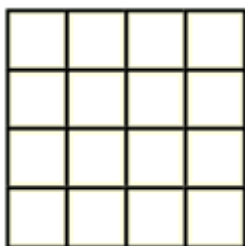
8. ÚKOL:

Vybarvi v tabulce políčka, která odpovídají zlomku

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{4}$$

$$\frac{8}{16}$$



Vynásobíme – li čitatele i jmenovatele zlomku stejným číslem (různým od nuly), říkáme, že zlomek tímto číslem **rozšiřujeme**. **Rozšiřováním se hodnota zlomku nemění.**

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{21}{35}$$

Jak to bude u krácení?

Pokud je čítec i jmenovatel zlomku dělitelný (beze zbytku) stejným číslem, můžeme vydělit čitatele i jmenovatele tímto číslem (různým od nuly). V tomto případě říkáme, že zlomek tím číslem **krátíme**.

$$\frac{21}{35} = \frac{21:7}{35:7} = \frac{3}{5}$$

9. ÚKOL:

Doplň do prázdného místa takové číslo, aby platila rovnost:

$$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{21}$$

$$\frac{\quad}{7} = \frac{36}{42}$$

$$\frac{4}{13} = \frac{\quad}{130}$$

$$\frac{9}{11} = \frac{81}{\quad}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{24}{\quad}$$

$$\frac{56}{49} = \frac{\quad}{7}$$

$$\frac{60}{35} = \frac{\quad}{7}$$

$$\frac{4}{\quad} = \frac{16}{21}$$

$$\frac{\quad}{3} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{9}{\quad} = \frac{18}{30}$$

$$\frac{56}{100} = \frac{112}{\quad}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{16}{\quad}$$

Zlomek je naznačení dělení

$$\frac{15}{5} = ? \Rightarrow \frac{3}{1} = 3$$

$$15 : 5 = 3$$

10. ÚKOL:

Zapiš výsledky dělení:

$$\frac{33}{11} =$$

$$\frac{60}{10} =$$

$$\frac{138}{23} =$$

$$\frac{5}{7} =$$

$$\frac{11}{13} =$$

$$\frac{1}{3} =$$

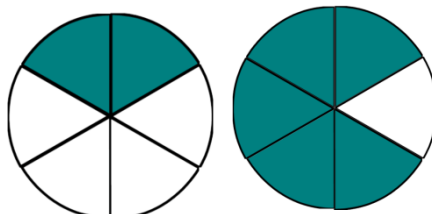
Každý zlomek lze vyjádřit jako desetinné číslo. Ovšem, ne každý zlomek lze převést na zlomek desetinný. Desetinná čísla mají buďto desetinný rozvoj konečný, nebo periodický.

Porovnávání zlomků

11.ÚKOL:

Porovnej dvojice zlomků: $\frac{2}{6}$ a $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$ a $\frac{2}{4}$, $\frac{7}{15}$ a $\frac{9}{15}$

$$\frac{2}{6} \text{ a } \frac{5}{6}$$



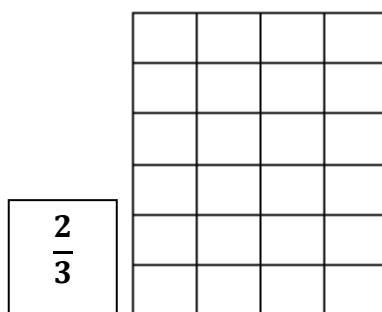
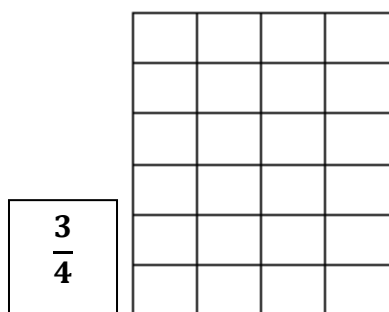
Z grafického znázornění logicky vyplývá, že zlomek $\frac{5}{6}$ je větší než $\frac{2}{6}$. Značíme $\frac{5}{6} > \frac{2}{6}$.

Když porovnáváme zlomky se stejným (kladným) jmenovatelem, stačí porovnat čitatele. Větší je ten zlomek, jehož číselník je větší.

12.ÚKOL:

Která část tabulky čokolády je větší? $\frac{3}{4}$ **nebo** $\frac{2}{3}$?

Můžeme si to graficky znázornit.



Když porovnáváme zlomky s různými jmenovateli, musíme je nejprve převést na zlomky se stejným jmenovatelem. Buď zlomky vynásobíme, nebo najdeme nejmenší společný násobek obou jmenovatelů. Pak oba zlomky rozšíříme tak, aby měly ve jmenovateli tento společný násobek.

$$\frac{3}{4} \quad ? \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4} \quad \times \quad \frac{2}{3}$$

$$3 * 3 \quad ? \quad 4 * 2$$

$$9 > 8$$

Z toho vyplývá:

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

NEBO

Převédeme na společného jmenovatele, tedy na číslo 12, rozšířené zlomky budou ve tvaru:

$$\frac{9}{12} \quad ? \quad \frac{8}{12}$$

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

13.ÚKOL:

Porovnej zlomky a rozhodni, jestli jsou větší nebo menší.

$$\frac{3}{7} \quad \frac{6}{7}$$

$$\frac{78}{90} \quad \frac{6}{90}$$

$$\frac{3}{4} \quad \frac{9}{7}$$

$$\frac{2}{1} \quad \frac{7}{2}$$

$$\frac{4}{25} \quad \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{7} \quad \frac{18}{27}$$

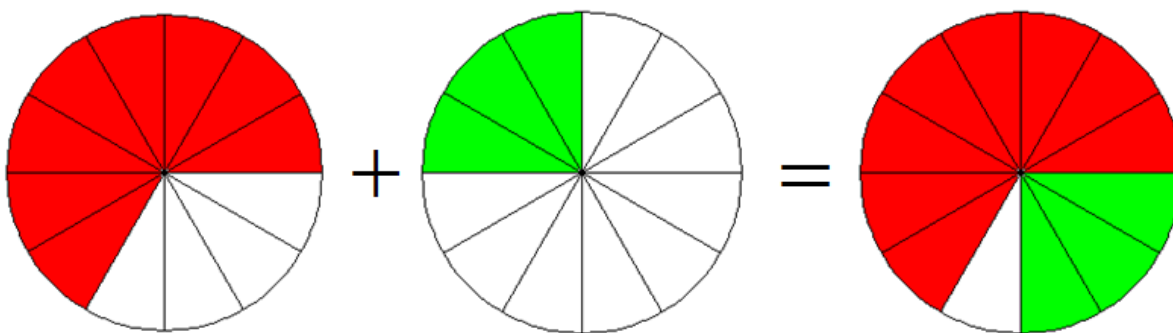
$$\frac{5}{16} \quad \frac{7}{32}$$

$$\frac{37}{37} \quad \frac{37}{1}$$

Sčítání a odčítání zlomků

14.ÚKOL:

Doplň ke kruhům zlomky vybarvených částí celku.



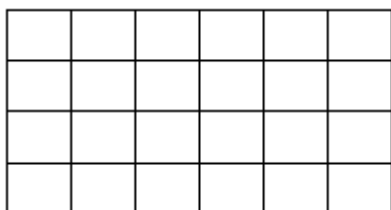
Co jsme zjistili?

Zlomky se stejným jmenovatelem se sčítají tak, že sečteme čitatele a jmenovatele necháme beze změny, jen jej opíšeme.

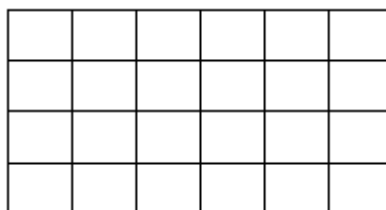
15.ÚKOL:

Znázorni graficky (barevně)

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$



16.ÚKOL:

Zuzana dostala od babičky čokoládu. První den snědla $\frac{1}{3}$ a druhý den $\frac{1}{6}$ čokolády. Jaká část čokolády jí zbyla?

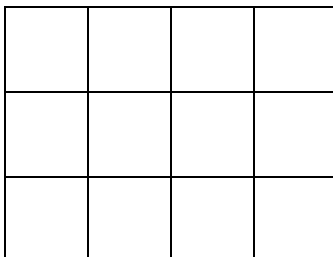


$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Sčítání zlomků provádíme tak, že zlomky nejprve převedeme na společného jmenovatele a teprve potom je sčítáme. A to tak, že jmenovatele opíšeme a čitatele sečteme.

17.ÚKOL:

Zapište a vybarvěte součet $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$.

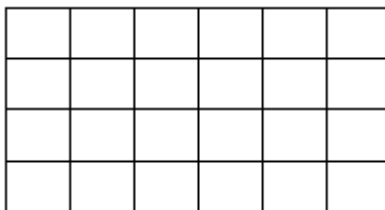


Na stejném principu jako u sčítání zlomků odečítáme zlomky se stejným i různým jmenovatelem.

18.ÚKOL:

Vybarvi

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$$

19.ÚKOL:

Barevně odliš $\frac{1}{8}$ obrázku a $\frac{1}{4}$ obrázku. Vyznač: $\frac{1}{8} + \frac{1}{4}$.

Vybarvi $\frac{1}{4}$ obrázku a $\frac{1}{5}$ obrázku. Vyznač: $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$.

20.ÚKOL:

Vypočítej a uprav na základní tvar.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

e) $\frac{3}{7} + \frac{8}{14} =$

i) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

b) $\frac{1}{5} + \frac{4}{3} =$

f) $\frac{4}{5} - \frac{3}{10} =$

j) $\frac{5}{6} + \frac{1}{4} =$

c) $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} =$

g) $\frac{4}{5} + \frac{1}{10} =$

k) $\frac{15}{4} - \frac{7}{8} =$

d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$

h) $\frac{5}{2} - \frac{2}{5} =$

l) $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} =$

21.ÚKOL:

Rodina Novákova si koupila na plese 30 lístků. Při slosování si losy rozdělili, aby se jim lépe sledovalo, zda některý z losů bude vyhrávající. Pan Novák dostal na starosti jednu třetinu, paní Nováková dostala jednu pětinu, babička hlídala jednu šestinu a dědeček se postaral o zbytek. Kolik losů měli na starosti jednotliví členové rodiny?

22.ÚKOL:

Skauti si u klubovny staví nový stožár na vlajku. Celý stožár je dlouhý $7\frac{1}{2}$ metrů, skauti ho zapustili $1\frac{3}{4}$ metru do země. Jak vysoko bude špička stožáru od země?

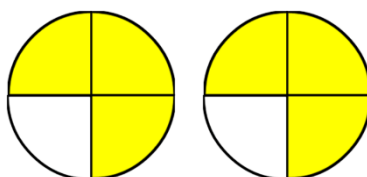
Násobení a dělení zlomků

23.ÚKOL:

Vyučovací hodina trvá $\frac{3}{4}$ hodiny. Pan učitel Šmarda se rozhodl, že v pondělí v 7. B zruší přestávku uprostřed „dvouhodinovky“ matematiky. Jak dlouho bude trvat matematika v 7. B? Kolik je $2 \cdot \frac{3}{4}$?

Nejprve si násobení vyjádříme jako sčítání.

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$



$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$

Máme dvě stejné části, proto můžeme $\frac{3}{4}$ vynásobit 2:

$$2 \cdot \frac{3}{4} = 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$

Co jsme zjistili? Jak násobíme zlomek?

Zlomek vynásobíme přirozeným číslem tak, že tímto číslem vynásobíme čitatele a jmenovatele ponecháme.

$$7 \cdot \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 2}{3} = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

Poznámka:

Když počítáme $\frac{1}{4}$ z 12, hledáme $\frac{12}{4}$. Takže $\frac{1}{4}$ z 12 je stejné jako $\frac{1}{4} \cdot 12 = \frac{12}{4} = 3$.

24.ÚKOL:

Vypočítej:

$$2 \cdot \frac{3}{5} =$$

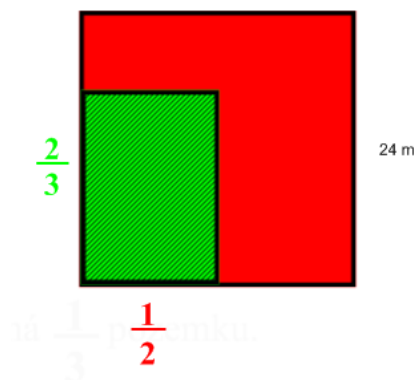
$$3 \cdot \frac{1}{5} =$$

$$6 \cdot \frac{3}{6} =$$

$$2 \cdot \frac{7}{12} =$$

25.ÚKOL:

Bydlíme na hezkém místě na nábřeží řeky Vltavy. Dům má čtvercový půdorys o rozměrech 24 m x 24 m. Náš přízemní byt má obdélníkový půdorys a zabírá jednu polovinu jižní strany a $\frac{2}{3}$ strany západní. Jakou část půdorysu domu zabírá náš byt?



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6}$$

Zlomek vynásobíme zlomkem tak, že vynásobíme čitatele čitatelem a jmenovatele jmenovatelem.

Ještě se vrátíme k 25. úkolu. Výsledek nám vyšel $\frac{2}{6}$ ten lze ještě dále upravovat. Jak? Krácením zlomků.

$$\frac{2/2}{6/2} = \frac{1}{3}$$

Nemohli bychom krátit už na začátku, než začneme počítat součin?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

Násobíme-li zlomky, je výhodné krátit je dříve, než začneme počítat součin.

26.ÚKOL:

Jak bude vypadat převrácený zlomek ke zlomku $\frac{3}{7}$?

$$\frac{3}{7} \longrightarrow \frac{7}{3}$$

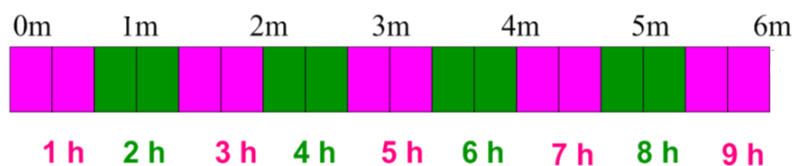
Prevrácený zlomek k danému zlomku je takový zlomek, který dostaneme, když zaměníme čitatele za jmenovatele.

S těmito znalostmi, které jsme už získali, můžeme přejít k dělení zlomků.

Dělení zlomků je podobné jako násobení. Potřebujeme najít číslo, které vznikne „převrácením“ dělitele.

27.ÚKOL:

Jak dlouho bude trvat malování 6 m zdi, kdy dělníci zvládnou udělat za hodinu dvě třetiny metru?



$$\frac{6}{1} : \frac{2}{3} = \frac{\cancel{6}^3}{1} \cdot \frac{\cancel{3}_1}{2} = \frac{9}{1} = 9$$

Malování bude trvat 9 hodin.

28.ÚKOL:

Vypočítej a výsledek uprav na základní tvar

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} =$

e) $\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{5} =$

i) $\frac{1}{6} : \frac{7}{2} =$

b) $\frac{11}{12} \cdot \frac{6}{5} =$

f) $\frac{7}{5} : \frac{14}{3} =$

j) $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{3} =$

c) $\frac{5}{4} : \frac{15}{8} =$

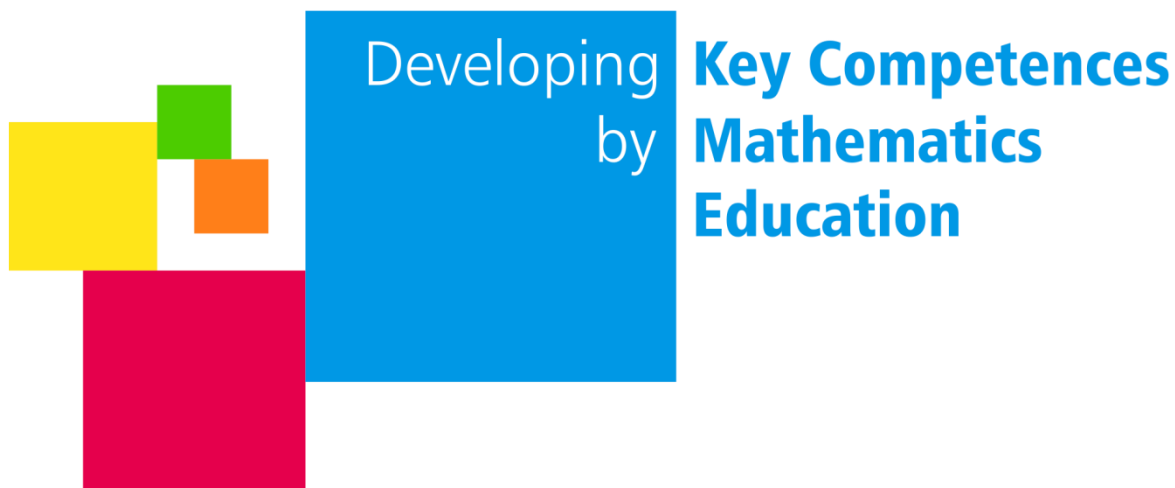
g) $\frac{8}{12} : \frac{8}{6} =$

k) $\frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} =$

d) $\frac{1}{8} : \frac{3}{6} =$

h) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{6} =$

l) $\frac{1}{10} : \frac{1}{4} =$



Zlomky

Vladimíra Vomáčková

Cíl aktivity: zavedení zlomků, včetně operací s nimi, doplněné o příklady k procvičení

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní matematické operace

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Díky úloze 1 a 2 žáci rychleji pochopí, co vyjadřuje čitatel a co jmenovatel. Snadněji pochopí rozdíl mezi těmito, pro ně, novými pojmy.

Třetí úloha je pro děti snadno pochopitelná, jelikož je znázorněná na praktickém příkladu, s kterým se mohou setkat v běžném životě. Děti by si měly namalovat oba případy rozdělení dortu do sešitu a vymalovat daný zlomek, na čemž názorně uvidí rovnost obou zlomků.

Čtvrtá úloha vede k osvojení si poznatků rozšiřování a krácení zlomků. Žáci si uvědomí, že dva odlišné zlomky mohou mít stejnou hodnotu. Nicméně pro některé žáky je tento typ příkladů velice složitý a těžko pochopitelný, proto je třeba jim ho názorně ukázat a vysvětlit.

Díky grafickému zpracování páté, šesté a sedmé úlohy, žáci jednoduše a bez váhání sečtou dva zlomky se stejným jmenovatelem, aniž by zpozorovali, že se učí něco nového.

Úloha 8 vede k osvojení sčítání zlomků hravým a tedy přirozeným způsobem.

Slovní úlohy 9 a 10 jsou pro žáky náročnější než samostatné příklady, protože se u nich musí vymyslet určitý postup a není možné použít nějakou univerzální cestu. Proto je vhodné slovní úlohy rozkreslovat graficky, aby byly správně pochopeny.

Úloha 11 procvičuje odčítání a zároveň násobení zlomků. Nejsložitější myšlenkou příkladu je uvědomit si, že při druhém odlévání se mění základ, ze kterého počítáme odlitou část vody.

Žáci sice znají pojmy podíl, součet a rozdíl, nicméně úlohy typu úlohy 12 představují pro většinu z nich nesnadný úkol. Hlavním problémem je správný zápis příkladu pomocí auditivní

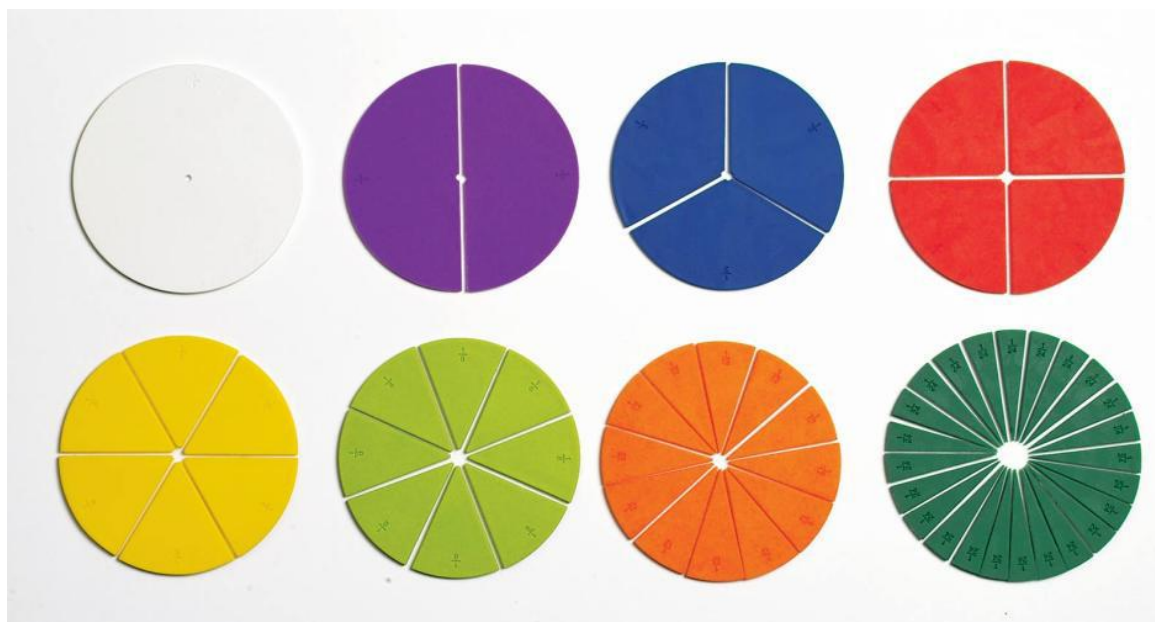
percepce. Díky tomu, že v současné době žáci převážnou většinu příkladů opisují buď z tabule, nebo z učebnice, jazyk matematiky u nich bohužel není kultivován.

PRACOVNÍ LIST

Zlomek a množství

1. ÚKOL:

Na kolik částí jsou rozděleny následující kruhy?



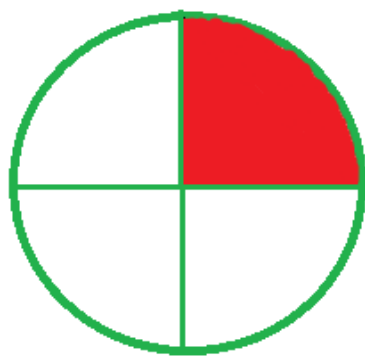
2. ÚKOL:

Doplň, kolik dílů je vybarveno na jednotlivých kruzích.

	$\frac{\square}{1}$		$\frac{\square}{8}$
	$\frac{\square}{4}$		$\frac{\square}{6}$
	$\frac{\square}{3}$		$\frac{\square}{7}$
	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{5}$

Zlomek vyjadřuje část nějakého celku.

$\frac{1}{4}$

- Zlomek se stejným a čitatelem je **roven jedné** $\frac{8}{8} = 1$
- Zlomek, jehož čitatelem je nula, je **roven nule** $\frac{0}{4} = 0$
- Zlomek, jehož jmenovatel je nula, **nemá smysl** $\frac{4}{0}$

Pravé zlomky = zlomky, jejichž číselník je menší než jmenovatel.

$$\frac{1}{31} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{4}{17} \quad \frac{2}{19}$$

Nepravé zlomky = zlomky, jejichž číselník je větší než jmenovatel.

$$\frac{8}{2} \quad \frac{13}{4} \quad \frac{19}{5} \quad \frac{41}{3} \quad \frac{22}{7}$$

Rozšiřování a krácení zlomků

Vynásobíme-li čitatele a jmenovatele zlomku stejným číslem (různým od nuly), říkáme, že zlomek tímto číslem **rozšiřujeme**. Rozšiřováním se hodnota zlomku nemění.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{8}$$

Pokud je čítec a jmenovatel zlomku dělitelný (beze zbytku) stejným číslem, můžeme **vydělit** čitatele i jmenovatele tímto číslem (různým od nuly). V tomto případě říkáme, že zlomek tímto číslem **krátíme**.

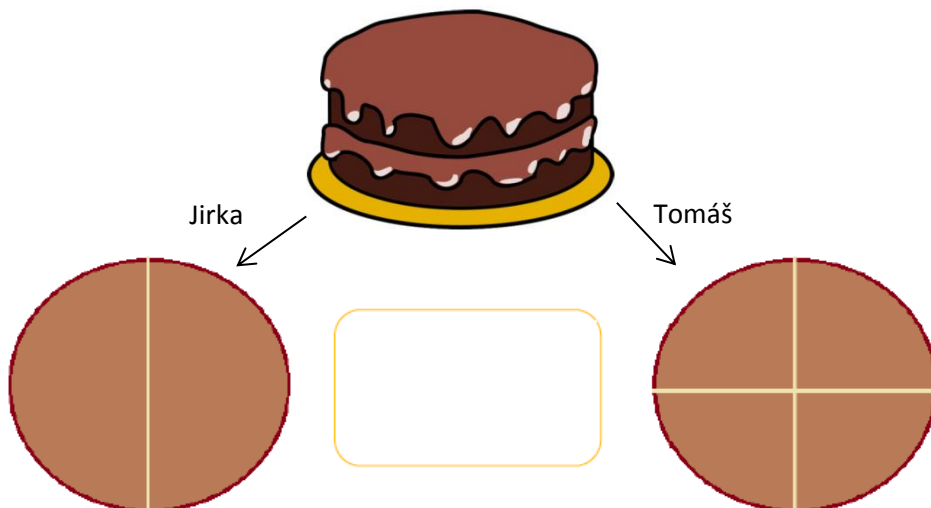
$$\frac{2}{8} : \frac{2}{2} = \frac{1}{4}$$

3. ÚKOL:

Jirka a Tomáš dostali společný dort a dohadují se, jak ho rozdělí, aby měli oba stejný díl. Který z chlapců má pravdu? Své vysvětlení zdůvodni.

Jirka: „Každý z nás si vezme $\frac{1}{2}$ dortu a budeme mít oba stejný díl dortu.“

Tomáš: „Ne ne, každý z nás si vezme $\frac{2}{4}$ dortu a pak budeme mít oba stejný díl dortu.“



4. ÚKOL:

Do prázdných rámečků napiš takové číslo, aby platila rovnost.

$$\frac{2}{4} = \frac{\boxed{}}{2}$$

$$\frac{16}{20} = \frac{\boxed{}}{5}$$

$$\frac{21}{7} = \frac{\boxed{}}{1}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{\boxed{}}$$

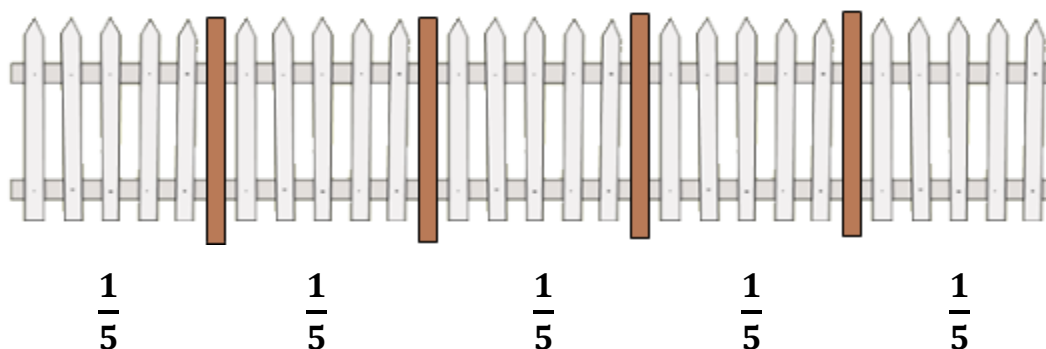
$$\frac{5}{3} = \frac{30}{\boxed{}}$$

$$\frac{30}{15} = \frac{2}{\boxed{}}$$

Sčítání a odčítání zlomků

5. ÚKOL:

Hynek natíral plot. Dopoledne natřel $\frac{2}{5}$ plotu a odpoledne $\frac{1}{5}$ plotu. Jakou část plotu natřel za celý den?



.....

.....

6. ÚKOL:

Znázorni graficky.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

7. ÚKOL:

Barevně znázorni.

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4}$$

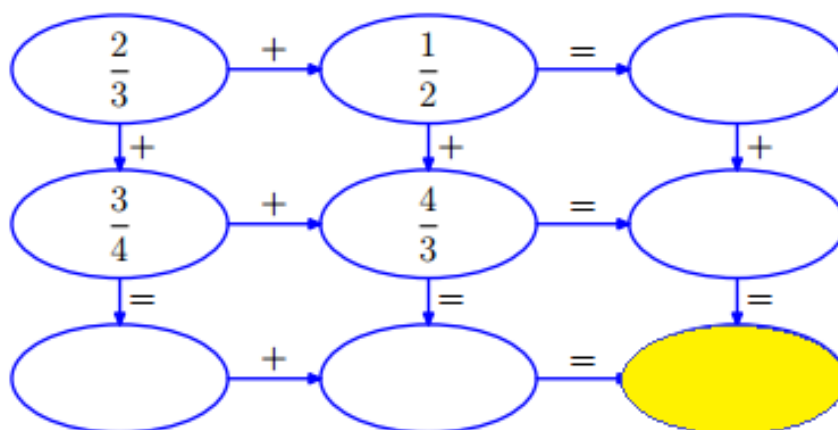
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$$

- Zlomky se stejnými jmenovateli sečteme tak, že sečteme jejich čitatele a jmenovatele opíšeme.
- Zlomky s různými jmenovateli sečteme tak, že je převedeme na společného jmenovatele a pak je sečteme.
- Zlomky se stejnými jmenovateli odčítáme tak, že odečteme jejich čitatele a jmenovatele opíšeme.
- Zlomky s různými jmenovateli odčítáme tak, že je převedeme na společného jmenovatele a pak je odečteme.

8. ÚKOL:

Doplň do oválů správná čísla (početní výkony provádíme ve směru šipek).



9. ÚKOL:

V sedmé třídě je 20 žáků. Dvě pětiny z celkového počtu tvoří chlapci. Kolik je ve třídě dívek a kolik chlapců?



Násobení a dělení zlomků

10.ÚKOL:

Vyučovací hodina trvá $\frac{3}{4}$ hodiny. Pan učitel se rozhodl, že v pondělí zruší přestávku mezi dvěma vyučovacími hodinami matematiky. Jak dlouho bude trvat tato „dvouhodinovka“?

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{green} \\ \hline \text{green} & \text{white} \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{green} \\ \hline \text{green} & \text{white} \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$

$$2 \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{green} \\ \hline \text{green} & \text{white} \\ \hline \end{array} \end{array} = 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$

Když **násobíme zlomek přirozeným číslem**, musíme jím vynásobit čitatele.

Když hledáme $\frac{1}{4}$ z **12**, hledáme $\frac{12}{4}$. Takže $\frac{1}{4}$ z **12** je stejná jako $\frac{1}{4} \cdot 12 = \frac{12}{4} = 3$

Zlomky **násobíme** tak, že spolu vynásobíme čitatele a pak také jmenovatele.

11.ÚKOL:

Z 24 litrového sudu odlijeme nejdříve tři osminy objemu, později ještě jednu třetinu zbytku. Kolik litrů vody v sudu zůstalo?

Převrácený zlomek k danému zlomku je takový zlomek, který dostaneme, když zaměníme čitatele a jmenovatele.

Zlomky **dělíme** tak, že násobíme **převráceným** zlomkem.

12.ÚKOL:

Vypočítej podíl součtu a rozdílu zlomků $\frac{7}{12}$ a $\frac{17}{16}$.

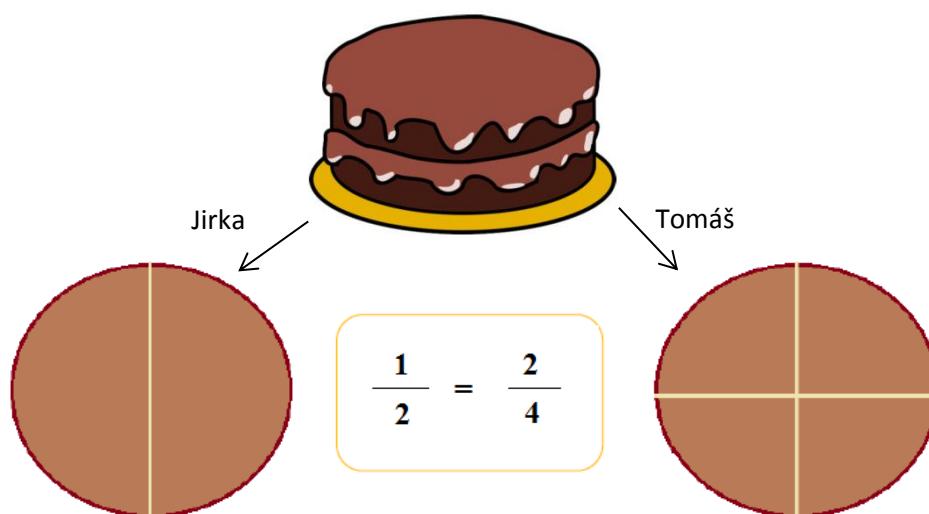
PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

3. ÚKOL:

Jirka a Tomáš dostali společný dort a dohadují se, jak ho rozdělí, aby měli oba stejný díl. Který z chlapců má pravdu? Své vysvětlení zdůvodni.

Jirka: „Každý z nás si vezme $\frac{1}{2}$ dortu a budeme mít oba stejný díl dortu.“

Tomáš: „Ne ne, každý z nás si vezme $\frac{2}{4}$ dortu a pak budeme mít oba stejný díl dortu.“



9. ÚKOL:

V sedmé třídě je 20 žáků. Dvě pětiny z celkového počtu tvoří chlapci. Kolik je ve třídě dívek a kolik chlapců?



Celek = třída20 žáků..... $\frac{5}{5}$

Jedna pětina třídy20 : 5 = 4.....1 pětina třídy = 4 žáci

Jedna pětina třídy2 · 4 = 82 pětiny třídy = 8 chlapců

Jedna pětina třídy3 · 4 = 12.....3 pětiny třídy = 12 dívek

Odpověď: V sedmé třídě je 8 chlapců a 12 dívek.

11.ÚKOL:

Z 24 litrového sudu odlijeme nejdříve tři osminy objemu, později ještě jednu třetinu zbytku. Kolik litrů vody v sudu zůstalo?

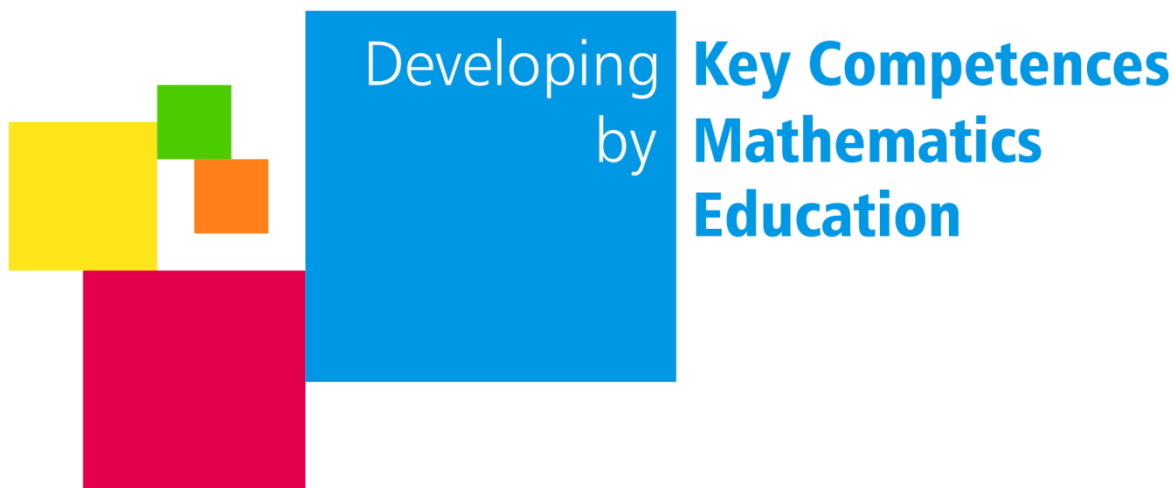
$$\begin{array}{l}
 1. \text{ odlití } \dots\dots\dots \frac{3}{8} \text{ z } 24 \text{ litrů} = 9 \text{ litrů} \\
 \rightarrow \text{zbytek po 1. odlití } \dots\dots 24 - 9 = \boxed{15 \text{ litrů}} \\
 \\
 2. \text{ odlití } \dots\dots\dots \frac{1}{3} \text{ z } 15 \text{ litrů} = 5 \text{ litrů} \\
 \rightarrow \text{zbytek po 2. odlití } \dots\dots 15 - 5 = \boxed{10 \text{ litrů}}
 \end{array}$$


Odpověď: V sudu zůstalo po dvojím odlití 10 litrů vody.

12.ÚKOL:

Vypočítej podíl součtu a rozdílu zlomků $\frac{7}{12}$ a $\frac{17}{16}$.

$$\left(\frac{7}{12} + \frac{17}{16} \right) : \left(\frac{7}{12} - \frac{17}{16} \right) = \left(\frac{28 + 51}{48} \right) : \left(\frac{28 - 51}{48} \right) = \frac{79}{48} \cdot \left(-\frac{48}{23} \right) = -\frac{79}{23}$$



Finanční produkty a RPSN

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák by měl získat obecné informace týkající se finančních produktů (úvěrů) a RPSN, je schopen posoudit, zda je žádoucí čerpat finanční úvěr, dokáže plnit závazky smlouvy a splácet úvěr, na základě RPSN, koeficientu navýšení a úrokové sazbu by měl dokázat zhodnotit výhodnost úvěru

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí, řešení lineárních rovnic, procenta

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí potřebnost a účelnost úvěru a vlastní možnost splácet úvěr
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulatory (počítače, tablety), interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list se dělí na dvě kapitoly - „PŮJČIT SI, ČI NEPŮJČIT?“ a „NAVÝŠENÍ“.

První kapitolu využijeme jako motivační část při zavádění problematiky úvěrů. Žáci jednotlivě vyplní úkoly a), b), c), d) dle svých dosavadních znalostí. Poté následuje společný brainstorming, na základě něhož si žáci do svých listů doplňují další možnosti, které uvedli jejich spolužáci a vyučující.

Zvýšenou pozornost věnujeme cvičení c), ve kterém mají žáci vyplňovat výhody a nevýhody půjčování si peněz. Důležité je, aby si žáci z tohoto cvičení odnesli varování z uzavírání úvěrů – ve většině případů musejí zaplatit vyšší obnos peněz, než ten který si půjčili, dalším kritickým místem je podpis smlouvy o uzavření úvěru, kde často společnosti uvádějí jen odkazy na zákony a nařízení nebo poznámky pod čarou, které pro klienta mohou znamenat další komplikace, např. při neschopnosti splácet úvěr nebo vysoké penále při neplnění smlouvy a to i za předčasné splacení klasické hypotéky. Doporučujeme, při probírání této problematiky promítnout žákům i ilustrační videa obsahující výpovědi klientů, kteří mají s uzavřením úvěrů nebo podpisem smlouvy špatné zkušenosti nebo ilustrují, jak tyto skutečnosti změnily a zkomplikovaly jejich životy.

Ve druhé kapitole „NAVÝŠENÍ – RPSN“ cvičení za a) zpracují žáci samostatně, informace o RPSN najdou na internetu a na základě porovnání výsledku ve dvojicích a následné diskuzi formulují odpověď na otázku. Důležité je i upozornění, že ne ve všech případech je RPSN

vypovídající, společnosti využívají klíček a nedostatků v zákonech, které jim umožňují v některých případech RPSN vůbec neuvádět nebo na základě zákona o spotřebitelských úvěrech určité položky do RPSN nezapočítávat. V takových případech se žáci musejí spolehnout na koeficient navýšení a úrokovou sazbu.

K tomu vede i úkol za b), po jehož vypracování si žáci mají uvědomit rozdíl mezi úrokovou sazbou (hodnotou, kterou budete muset zaplatit navíc nad částku úvěru) a RPSN, která obsahuje i další poplatky zaplacené navíc a zohledňuje hodnotu peněz v čase.

Cvičení za c) zpracovávají žáci pomocí internetu. Důležité je, aby žáci věděli, co mají do jednotlivých polí vyplňovat a zkontrolovali, případně upravili, jaké je nastavené období (měsíčně, čtvrtletně,...).

Poslední úkol mohou žáci řešit pomocí RPSN a využít k němu internetovou kalkulačku nebo mohou o výhodnosti nabízených variant rozhodnout na základě navýšení.

Text posledních dvou cvičení je poměrně obsáhlý, s velkým množstvím různých údajů a skutečností, kterým musí žáci dobře porozumět a zorientovat se v nich, aby mohli úlohu správně vyřešit. Úloha tedy mimo jiné předpokládá i velmi dobrou úroveň čtenářské gramotnosti.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

V druhé části je jejich úkolem převést vlastnosti na obrázku do počítačového modelu, což je úkol, který je v budoucím životě jistě čeká.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

PŮJČIT SI, ČI NEPŮJČIT? Proč si půjčovat a kde všude si můžeme půjčit finance?

a) Napište, proč si půjčujeme peníze.

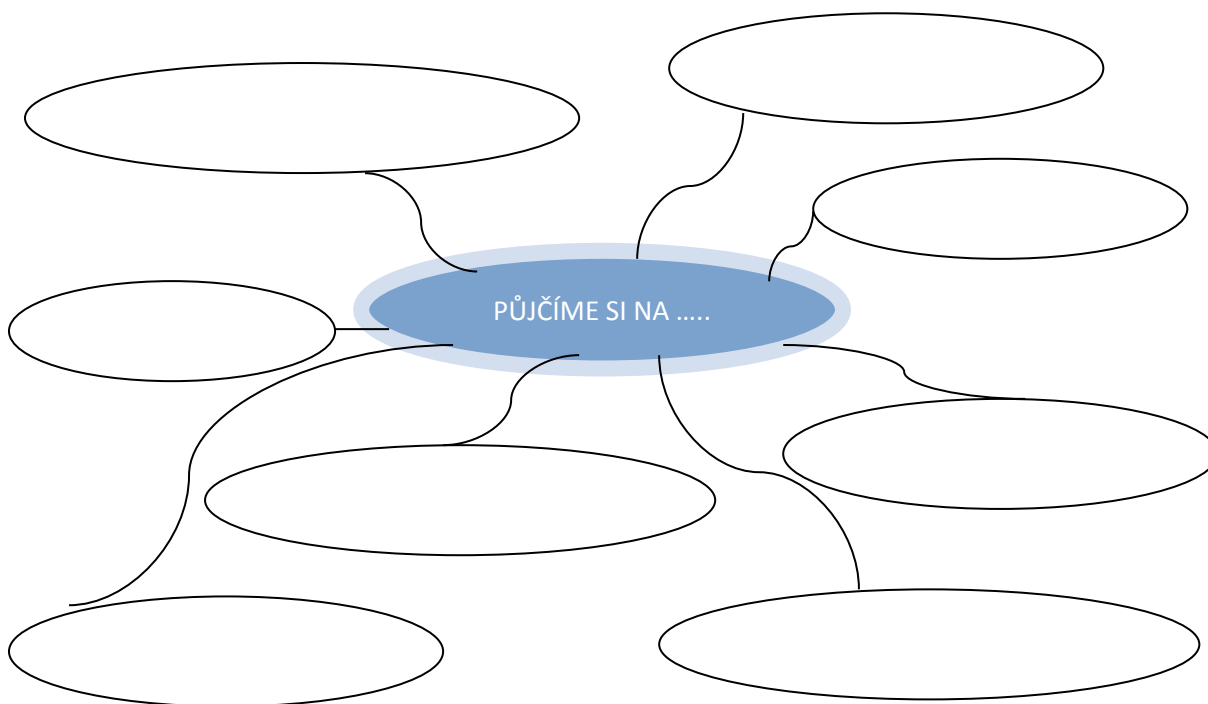
.....

.....

.....



b) Do bublin napište, na co všechno si můžeme půjčit peníze.



c) Do tabulky napište výhody a nevýhody půjčování peněz.

Výhody	Nevýhody
+	-
+	-
+	-
+	-
+	-

d) Napište, kde či od koho si můžeme půjčit peníze.

.....

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

NAVÝŠENÍ – RPSN (roční procentová sazba nákladů)

a) Vysvětlete, co to je RPSN a k čemu jej spotřebitel využije při výběru úvěru.

.....

.....

.....

RPSN < úroková sazba?

RPSN > úroková sazba?

b) Vysvětlete rozdíl mezi RPSN a úrokovou sazbou.

.....

.....

.....

RPSN = úroková sazba?

- c) Pomocí on-line kalkulaček (např. uvedené na <https://www.dtest.cz/kalkulacka/rpsn>) vypočítejte výši RPSN: Němcovi si na nové elektrospotřebiče půjčili 30 000,- Kč. Úvěrová společnost jim nabídla půjčku za následujících podmínek: měsíčně po dobu 3 let budou splácet 970,- Kč, za vedení účtu společnosti zaplatí 70,- Kč měsíčně, za schválení žádosti 0,9 % z vypůjčené částky, přičemž minimální výše poplatku za schválení úvěru je 350 Kč.

.....

- d) Paní Omáčková si chce půjčit na novou pračku v hodnotě 15 500,- Kč. Na internetu našla nabídku od třech nebankovních společností, všechny tři nabízejí splacení za 1 rok. Společnost Pohoda nabízí své klientce půjčku, kterou požaduje splatit jednorázově na konci roku ve výši 18 000,- Kč. Konkurenční společnost Spokojená domácnost poskytne klientce půjčku za předpokladu, že půjčku uhradí ve 2 splátkách po 9 000,- Kč (splacení splátky vždy po půl roce). Společnost Náš dům nabízí půjčku za následujících podmínek – 4 splátky po 4 500,- Kč (splátky musí klient uhradit čtvrtletně). Jakou ze tří nebankovních společností byste paní Omáčkové doporučili?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

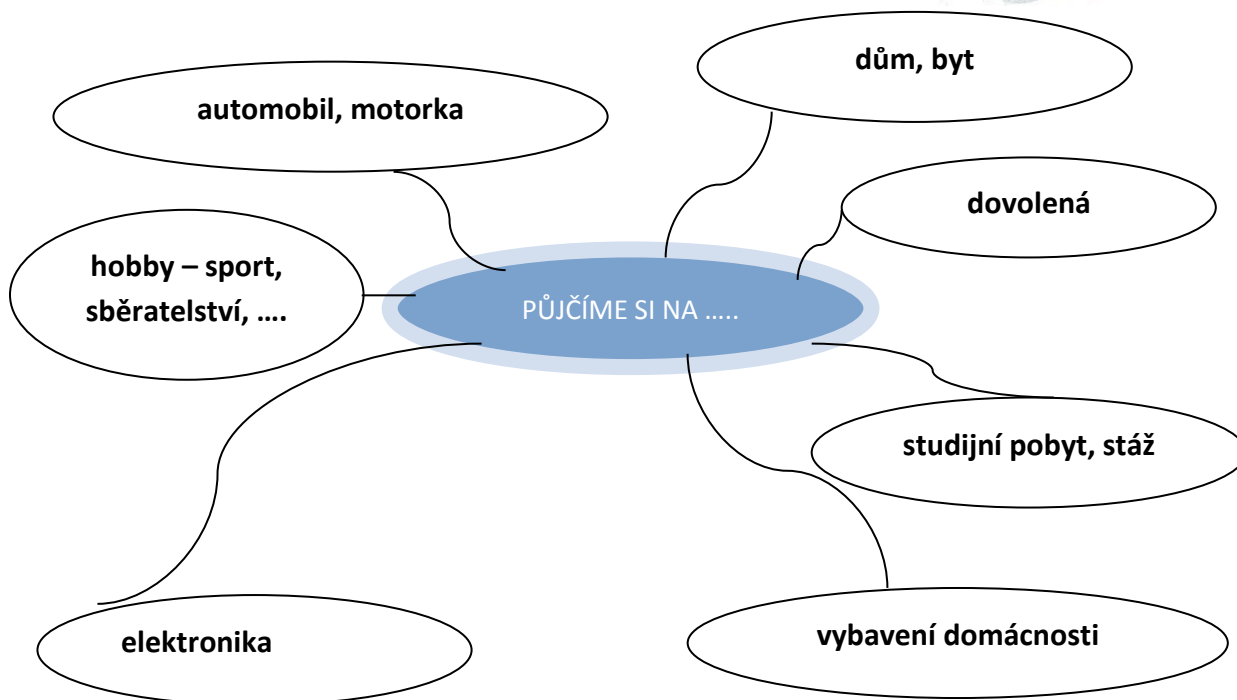
1. ÚKOL:

PŮJČIT SI, ČI NEPŮJČIT? Proč si půjčovat a kde všude si můžeme půjčit finance?

a) Napište, proč si půjčujeme peníze.

nemáme dostatek peněz, chceme si okamžitě něco koupit, jsme v těžké životní situaci, ...

b) Do bublin napište, na co všechno si můžeme půjčit peníze.



c) Do tabulky napište výhody a nevýhody půjčování peněz.

Výhody	Nevýhody
+ snadné získání peněz	- splacení více peněz
+ možnost pořízení jakéhokoliv majetku	- nutnost pravidelného splácení
+ možnost odepsání z daní	- doložení velkého množství dokladů
+ dlouhé splácení = nízké splátky	- složitě napsané smlouvy
+ ...	- ...

d) Napište, kde či od koho si můžeme půjčit peníze.

Půjčit si můžeme i bankovních (Česká spořitelna, ČSOB, Komerční banka, GE money bank, Raiffeisenbank,...) a nebankovních společností (Provident Financial, Home Credit, COFIDIS, Cetelem ČR, ESSOX, ...). V případě splátkového prodeje můžeme uzavřít smlouvu přímo u prodejce, který zprostředkovává nabídku, od některé splátkové společnosti

2. ÚKOL:

NAVÝŠENÍ – RPSN (roční procentová sazba nákladů)

a) Vysvětlete, co to je RPSN a k čemu jej spotřebitel využije při výběru úvěru.

Tento ukazatel vyjadřuje nákladovost úvěru, pomáhá spotřebiteli vyhodnotit výhodnost či nevýhodnost daného úvěru (čím je RPSN vyšší, tím je úvěr nevýhodnější). Zohledňuje výši jednotlivých částek (splátka, poplatky,...) i dobu, kdy došlo k platbám těchto částek.

RPSN < úroková sazba?

RPSN > úroková sazba?

b) Vysvětlete rozdíl mezi RPSN a úrokovou sazbou.

RPSN zahrnuje veškeré náklady spojené s úvěrem, tzn. úrokovou sazbu, poplatky, pojištění atd. Úroková sazba tedy znamená procentní vyjádření zvýšení částky za určité časové období.

RPSN = úroková sazba?

- c) Pomocí on-line kalkulaček (např. uvedené na <https://www.dtest.cz/kalkulacka/rpsn>) vypočítejte výši RPSN: Němcovi si na nové elektrospotřebiče půjčili 30 000,- Kč. Úvěrová společnost jim nabídla půjčku za následujících podmínek: měsíčně po dobu 3 let budou splácet 970,- Kč, za vedení účtu společnosti zaplatí 70,- Kč měsíčně, za schválení žádosti 0,9 % z vypůjčené částky, přičemž minimální výše poplatku za schválení úvěru je 350 Kč.

ZÁKLADNÍ ÚDAJE (povinné)

Výše úvěru Kč Perioda splátek

Počet splátek Výše splátky Kč

DALŠÍ JEDNORÁZOVÉ NÁKLADY

1 částka: Kč platba:

DALŠÍ PRAVIDELNÉ NÁKLADY

1 částka: Kč perioda:

RPSN: 17,037 %
Celkem zaplatíte: 37 790 Kč

- d) Paní Omáčková si chce půjčit na novou pračku v hodnotě 15 500,- Kč. Na internetu našla nabídku od třech nebankovních společností, všechny tři nabízejí splacení za 1 rok. Společnost Pohoda nabízí své klientce půjčku, kterou požaduje splatit jednorázově na konci roku ve výši 18 000,- Kč. Konkurenční společnost Spokojená domácnost poskytne klientce půjčku za předpokladu, že půjčku uhradí ve 2 splátkách po 9 000,- Kč (splacení splátky vždy po půl roce). Společnost Náš dům nabízí půjčku za následujících podmínek – 4 splátky po 4 500,- Kč (splátky musí klient uhradit čtvrtletně). Jakou ze tří nebankovních společností byste paní Omáčkové doporučili?

Abychom mohli rozhodnout o výhodnosti půjček od jednotlivých společností, budeme počítat RPSN. Níže je popsán výpočet dosazením do vzorce

$$V = \sum_{k=0}^m \frac{a_k}{(1+i)^{t_k}},$$

Rovněž můžeme využít internetové kalkulačky nebo rozhodnout na základě navýšení.

- a) RPSN od společnosti Pohoda, která požaduje jednorázové splacení, získáme dosazením parametrů $V = 15\,500$, $a_k = 18\,000$, $m = 1$, $t_k = 1$ do vzorce (1):

$$15\,500 = \sum_{k=0}^1 \frac{18\,000}{1+i}$$

$$15\,500 \cdot (1+i) = 18\,000$$

$$i = \frac{18\,000}{15\,500} - 1$$

$$i = 0,1613$$

RPSN od nebankovní společnosti Pohoda činí $0,1613 \cdot 100 = 16,13\%$.

- b) Pro výpočet RPSN od společnosti Spokojená domácnost vyjdeme ze vzorce (1) – dosazením parametrů $V = 15\,500$, $a_k = 9\,000$, $m = 2$, $t_k = 1, \frac{1}{2}$

$$15\,500 = \frac{9\,000}{(1+i)^{\frac{1}{2}}} + \frac{9\,000}{1+i}$$

Pro výpočet RPSN (v rovnici označeno jako i) je využit program Microsoft Office Excel, po jeho použití dostaneme

$$i = 0,2227$$

RPSN od společnosti Spokojená domácnost je $0,2227 \cdot 100 = 22,27\%$.

- c) RPSN společnosti Náš dům vypočteme dosazením parametrů $V = 15\,500$, $a_k = 4\,500$, $m = 4$, $t_k = 1, \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ do vzorce (1)

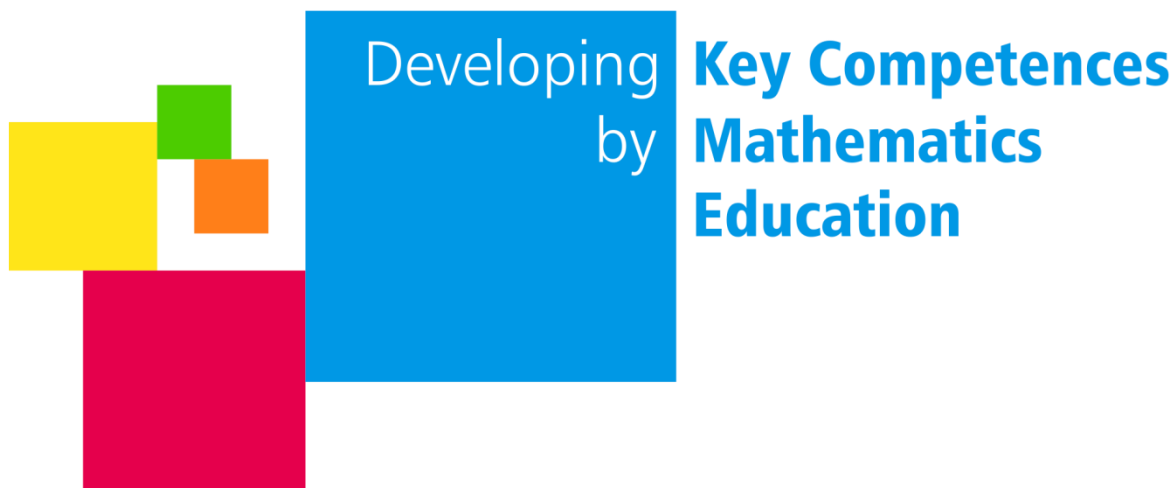
$$15\,500 = \frac{4\,500}{(1+i)^{\frac{1}{4}}} + \frac{4\,500}{(1+i)^{\frac{2}{4}}} + \frac{4\,500}{(1+i)^{\frac{3}{4}}} + \frac{4\,500}{1+i}$$

Pro výpočet RPSN (v rovnici označeno jako i) je využit program Microsoft Office Excel, po jeho použití dostaneme

$$i = 0,27499$$

RPSN od společnosti Spokojená domácnost je $0,27499 \cdot 100 = 27,499 \%$.

Přestože na první pohled vypadají nabídky všech tří společností stejně, tak dle výpočtu RPSN je nejvýhodnější první nabídka od společnosti Pohoda, kde RPSN činí 16,13 %. Vše je způsobeno jednorázovým splacením až po roce, během něhož můžeme peníze zhodnotit, např. investováním do stavebního spoření.



Hypoteční úvěry

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák získá hlubší informace týkající se hypotečních úvěrů, je schopen porovnat a rozhodnout o výhodnosti hypotečního úvěru a americké hypotéky, chápe výhody a úskalí půjček, podstatu a možné příčiny exekuce majetku

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí a řešení rovnic a procenta

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí druh hypotečního úvěru (klasická hypotéka x americká hypotéka) a dle situace rozhoduje, jaká nabídka je vhodnější (výhodnější)
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulátory (počítače, tablety), interaktivní tabule, článek o hypotečních úvěrech

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje čtyři cvičení se zaměřením na hypoteční úvěry, rozdíly mezi klasickými a americkými hypotečními úvěry.

V prvním cvičení se žáci seznámí s hlavními pojmy souvisejícími s hypotečními úvěry. Cvičení je vhodné zařadit jako motivační část při probírání učiva o hypotečních úvěrech. K tajence rozdáme žákům článek o hypotečních úvěrech, ve kterém žáci najdou všechny pojmy, které potřebují k vyplnění křížovky. Po splnění tohoto cvičení následuje diskuze nad tajenkou křížovky „HYPOTÉKA“, kdy žáci diskutují o tom, co se dočetli v článku nebo co sami vědí o hypotékách.

Druhé cvičení využijeme k ověření pochopení učiva po úvodním představení hypotečních úvěrů. Cvičení je pro žáky zajímavé tím, že cvičení můžeme představit jako hru na učitele, který opravuje písemný test a hledá a opravuje chyby, které žáci udělali.

Třetí cvičení řeší žáci s pomocí Internetu, kde vyhledávají informace o klasické hypotéce a o americké hypotéce a do tabulky zaznamenávají rozdíly mezi oběma nabídkami. Po vyplnění tabulky následuje diskuze s žáky, o rozdílech (výhodách a nevýhodách) obou druhů úvěrů.

V posledním cvičení mají žáci za úkol pomocí výpočtu rozhodnout o výhodnosti a nevýhodnosti americké hypotéky a klasického hypotečního úvěru. Vhodné je žáky nechat

spočítat příklad na papír a ukázat jim možnost výpočtu pomocí on-line hypotečních kalkulaček. Ke správnému vyřešení příkladu je nutná čtenářská gramotnost žáků, neboť zadání příkladu je rozsáhlejší.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Doplňte následující křížovku.

1.															
2.															
3.															
4.															
5.															
6.															
7.															
8.															

Tajenka:

1. Jeden z úkonů, který je nutný pro získání hypotečního úvěru. Odborník přitom stanovuje cenu nemovitosti.
2. Peněžité odměny za půjčení peněz.
3. Přídavné jméno označující splátku, která s počtem splátek postupně narůstá (rostoucí splátka).
4. Měsíční splátka jistiny. Celková měsíční splátka hypotečního úvěru se skládá - splátka úrok a
5. Označení splátky, která je v průběhu splácení (po danou fixační dobu) konstantní.
6. Úkon označující splacení hypotečního úvěru nově poskytnutým hypotečním úvěrem.
7. Označení schopnosti objektu fungovat jako kupní a platební prostředek.
8. Doba, po kterou se klientovi nemění úroková sazba.

2. ÚKOL:

Rozhodněte o správnosti následujících tvrzení vztahujících se k hypotečním úvěrům. Tvrzení, u kterých rozhodnete, že jsou špatně, chybu podtrhněte a napište správně.

- a) Hypoteční úvěry patří mezi nejdražší způsoby financování bydlení.

.....

- b) Splacení hypotéky je garantováno zástavním právem k nemovitosti, pokud úvěr nesplatíme, zastavená nemovitost se stává majetkem státu.

.....

- c) Výše úrokové sazby závisí na typu hypotéky, množství předložených dokladů, délce splácení, době fixace úrokové sazby a hodnotě zastavené nemovitosti.

.....

- d) Délka fixace je 1 – 20 let, při dlouhodobé fixaci je úroková sazba vyšší než při krátkodobé fixaci.

.....

- e) Anuitní splátka se skládá ze dvou částí z úmoru a únoru.

.....

- f) Anuita se v průběhu mění podle výše úmoru

.....

3. ÚKOL:

Existují 2 druhy hypotečních úvěrů – klasická hypotéka a americká hypotéka. Do následující tabulky napište jednotlivé charakteristiky obou finančních produktů a vyznačte jejich rozdíly.

KLASICKÁ HYPOTÉKA	AMERICKÁ HYPOTÉKA

4. ÚKOL:

Rodina Votavova bude rekonstruovat byt. Předběžný odhad na rekonstrukci je 1 200 000,-Kč, na rekonstrukci si dopředu naspořili 700 000,- Kč. Vypůjčit si musí 500 000,- Kč. Od banky dostali 2 možnosti – hypoteční úvěr a americkou hypotéku.

- I. Hypoteční úvěr by splácela 15 let při úroku 4,89 % p.a. a měsíční splátce 3 925,- Kč, poplatek za schválení úvěru je 0,7 % z vypůjčené částky (minimálně 6 000,- Kč, maximálně 25 000,- Kč), poplatek za vedení účtu 130,- Kč/měsíc. 2 300,- Kč zaplatí za odhad tržní ceny bytu a každoročně 2700 Kč za pojištění bytu.
- II. Americkou hypotéku by splácela 10 let při úroku 7,64 % p.a. a měsíční splátce 5 972,-Kč, poplatek za schválení úvěru je 0,83 % z vypůjčené částky (minimálně 10 000,- Kč, maximálně 35 000,- Kč), poplatek za vedení účtu 110 Kč/měsíc. 2 300,- Kč zaplatí za odhad tržní ceny bytu a každoročně 2700,- Kč za pojištění bytu.

- a) Vypočítejte, kolik zaplatí za rekonstrukci Votavovi v případě, že se rozhodnou pro klasický hypoteční úvěr a kolik pokud zvolí americkou hypotéku.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- b) Oba produkty porovnejte a rozhodněte, která varianta je výhodnější.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Doplňte následující křížovku.

[illegible]

Tajenka: **HYPOTÉKA**

1. Jeden z úkonů, který je nutný pro získání hypotečního úvěru. Odborník přitom stanovuje cenu nemovitosti.
2. Peněžité odměny za půjčení peněz.
3. Přídatné jméno označující splátku, která s počtem splátek postupně narůstá (rostoucí splátka).
4. Měsíční splátka jistiny. Celková měsíční splátka hypotečního úvěru se skládá - splátka úrok a
5. Označení splátky, která je v průběhu splácení (po danou fixační dobu) konstantní.
6. Úkon označující splacení hypotečního úvěru nově poskytnutým hypotečním úvěrem.
7. Označení schopnosti objektu fungovat jako kupní a platební prostředek.
8. Doba, po kterou se klientovi nemění úroková sazba.

2. ÚKOL:

Rozhodněte o správnosti následujících tvrzení vztahujících se k hypotečním úvěrům. Tvrzení, u kterých rozhodnete, že jsou špatně, chybu podtrhněte a napište správně.

- a) Hypoteční úvěry patří mezi ~~nejdražší~~ způsoby financování bydlení.

nejlevnější

- b) Splacení hypotéky je garantováno zástavním právem k nemovitosti, pokud úvěr nesplatíme, zastavená nemovitost se stává majetkem ~~státu~~.

společnosti, která nám hypotéku poskytla

- c) Výše úrokové sazby závisí na typu hypotéky, ~~množství předložených dokladů~~, délce splácení, době fixace úrokové sazby a hodnotě zastavené nemovitosti.

.....

- d) Délka fixace je 1 – 20 let, při dlouhodobé fixaci je úroková sazba vyšší než při krátkodobé fixaci.

správně

- e) Anuitní splátka se skládá ze dvou částí z úmoru a ~~úroku~~.

úroku

- f) Anuita se v průběhu ~~mění podle výše úmoru~~

nemění

3. ÚKOL:

Existují 2 druhy hypotečních úvěrů – klasická hypotéka a americká hypotéka. Do následující tabulky napište jednotlivé charakteristiky obou finančních produktů a vyznačte jejich rozdíly.

KLASICKÁ HYPOTÉKA	AMERICKÁ HYPOTÉKA
Výhody	
+ nižší úroková míra (od 5,69 %)	+ neúčelový úvěr (při úspoře možnost využití zbývajících prostředků na financování čehokoliv)
+ nižší výše měsíční splátky	+ nižší částka zaplacená na poplatcích spojených s hypotékou
+ možnost daňové úspory	
Nevýhody	
- je zajištěn zástavním právem k nemovitosti	- je zajištěn zástavním právem k nemovitosti
- účelový úvěr	- vyšší úroková míra než u hypotečního úvěru
- vyšší částka zaplacená na poplatcích spojených s hypotékou	- vyšší výše měsíční splátky
	- zaplacené úroky nelze odečíst ze základu daně z příjmů

4. ÚKOL:

Rodina Votavova bude rekonstruovat byt. Předběžný odhad na rekonstrukci je 1 200 000,-Kč, na rekonstrukci si dopředu naspořili 700 000,- Kč. Vypůjčit si musí 500 000,- Kč. Od banky dostali 2 možnosti – hypoteční úvěr a americkou hypotéku.

- I. Hypoteční úvěr by splácela 15 let při úroku 4,89 % p.a. a měsíční splátce 3 925,- Kč, poplatek za schválení úvěru je 0,7 % z vypůjčené částky (minimálně 6 000,- Kč, maximálně 25 000,- Kč), poplatek za vedení účtu 130,- Kč/měsíc. 2 300,- Kč zaplatí za odhad tržní ceny bytu a každoročně 2700 Kč za pojištění bytu.
- II. Americkou hypotéku by splácela 10 let při úroku 7,64 % p.a. a měsíční splátce 5 972,-Kč, poplatek za schválení úvěru je 0,83 % z vypůjčené částky (minimálně 10 000,- Kč, maximálně 35 000,- Kč), poplatek za vedení účtu 110 Kč/měsíc. 2 300,- Kč zaplatí za odhad tržní ceny bytu a každoročně 2700,- Kč za pojištění bytu.

- a) Vypočítejte, kolik zaplatí za rekonstrukci Votavovi v případě, že se rozhodnou pro klasický hypoteční úvěr a kolik pokud zvolí americkou hypotéku.

Náklady / varianty	Klasický hypoteční úvěr	Americká hypotéka
Úroky = splátky – výše úvěru	$(3\,925 \cdot 12 \cdot 15)$ $- 500\,000 = 206\,500 \text{ Kč}$	$(5\,972 \cdot 12 \cdot 10)$ $- 500\,000 = 216\,640 \text{ Kč}$
Daňová úspora	$0,15 \cdot 206\,500$ $= 30\,975 \text{ Kč}$	0 Kč
Poplatek za schválení účtu	$0,007 \cdot 500\,000 =$ 3 500 Kč (ale minimální poplatek je 6 000 Kč)	$0,0083 \cdot 500\,000 =$ 4 150 Kč (ale minimální poplatek je 10 000 Kč)
Poplatek za vedení účtu	$130 \cdot 12 \cdot 15 = 23\,400 \text{ Kč}$	$110 \cdot 12 \cdot 10 = 13\,200 \text{ Kč}$
Odhad nemovitosti	2 300 Kč	2 300 Kč
Pojištění bytu	$2\,700 \cdot 15 = 40\,500 \text{ Kč}$	$2\,700 \cdot 10 = 27\,000 \text{ Kč}$
CELKEM (náklady)	278 700 Kč	269 140 Kč
CELKEM (po odečtení daňové úspory)	$278\,700 - 30\,975 =$ 247 725 Kč	$269\,140 - 0 = 269\,140 \text{ Kč}$

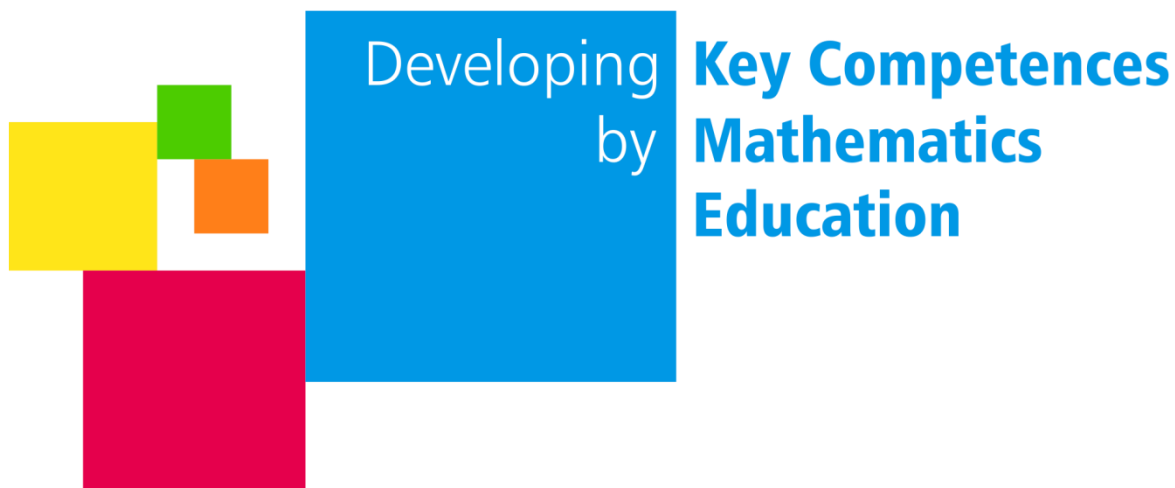
Klasická hypotéka vyjde Votavovi na $500\,000 + 278\,700 = 778\,700,-$ Kč, po odečtení daňové úspory celkem na 747 725,- Kč.

Pokud by se rodina rozhodla pro americkou hypotéku, museli by splatit $500\,000 + 269\,140 = 769\,140,-$ Kč.

- b) Oba produkty porovnejte a rozhodněte, která varianta je výhodnější.

Votavovým jako výhodnější doporučíme klasický hypoteční úvěr kvůli nižší úrokové míře a možnosti daňové úspory.

Americká hypotéka by byla pro rodinu lákavá, pokud by se jim při rekonstrukci povedlo ušetřit při různých slevových akcích, potom mohou zbývající prostředky využít na cokoliv (nákup spotřebního zboží, úhradu dovolené, ...).



Hypoteční úvěry 2

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák ovládá a používá pojmy spojené s hypotečními úvěry, je schopen porovnat a rozhodnout o výhodnosti hypotečního úvěru a spotřebitelského úvěru, rozumí pojmu umořovací plán a dokáže jej vytvořit

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí a řešení rovnic a procenta

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí druh hypotečního úvěru nebo spotřebitelského úvěru a dle situace rozhoduje, jaká nabídka je vhodnější (výhodnější)
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulátory (počítače, tablety), interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje čtyři cvičení se zaměřením na hypoteční úvěry, rozdíly mezi hypotečními a spotřebitelskými úvěry a vytvořením umořovacího plánu.

První cvičení zařadíme na začátek hodiny, abychom zopakovali pojmy spojené s hypotečními úvěry. Cvičení můžeme pojmutout soutěžní formou, nechat žákům určitý čas a vítězem se stane ten, který najde v osmisměrce nejvíce pojmů. Na konci úkolu následuje společná diskuze, která má za cíl dát kolektivně dohromady všech 15 pojmů, pokud žáci neznají význam slova, mohou jej najít na Internetu nebo ve svých poznámkách.

V dalším cvičení žáci vypočítávají výši americké hypotéky a neúčelového spotřebitelského úvěru. Ve druhé části oba produkty vzájemně porovnávají a měli by si na základě něho uvědomit podobnosti a rozdíly mezi americkou hypotékou a neúčelovým spotřebitelským úvěrem.

Třetí cvičení doporučujeme zadat žákům za domácí úkol. Žáci v něm mají z přesmyček seskládat slova a slovní spojení týkající se hypoték a tyto pojmy vysvětlit.

Ve čtvrtém cvičení mají žáci za úkol vytvořit umořovací plán. Důležité je žákům ukázat vytvoření plánu pomocí programu Microsoft Excel (návod je uveden v části „ŘEŠENÍ“), stejně tak i možnosti vytvoření na Internetu (např. na http://kalkulacky.idnes.cz/cr_hypotecni-kalkulacka.php). Vhodné je v programu Microsoft Excel vytvořit i spojnicový graf, kde žáci

dobře vidí, jak se mění výše úmoru a úroku. S tímto grafem můžeme dále pracovat (čtení a práce s grafy).

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

V osmisměrce najděte 15 pojmů, které souvisejí s oblastí hypoték, 5 z nich napište a vysvětlete, co tyto pojmy znamenají.

A	A	J	Á	S	T	S	O	N	T	A	L	P	S	Ý	T
S	Q	V	R	T	C	A	R	E	E	U	K	U	R	Ž	C
F	E	E	A	Ý	F	Ě	A	R	D	G	K	G	E	R	Í
S	B	D	L	T	V	C	E	S	J	B	O	E	F	N	A
H	O	Z	I	Ú	S	V	C	P	R	I	N	X	Á	M	O
Ř	N	L	K	Í	G	Á	A	L	G	T	S	V	G	N	U
E	I	U	V	A	S	Š	Z	Á	U	I	O	T	O	E	R
U	T	I	I	E	D	A	I	T	O	C	L	M	I	G	Š
T	A	O	D	R	N	O	L	K	N	Ž	I	B	T	N	U
I	A	P	I	D	J	T	A	A	É	R	D	G	S	U	A
N	Š	Š	T	E	K	U	N	D	Á	O	A	G	A	O	N
M	W	S	A	N	L	I	E	O	T	P	C	D	Í	K	T
E	C	A	X	I	B	S	P	T	S	R	E	E	J	O	S
U	E	C	A	E	P	B	M	N	S	T	Ú	Š	V	R	O
T	R	J	R	T	S	N	E	O	A	T	R	O	M	Ú	C

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Novomanželé Brejlovi se rozhodli pro koupi nového automobilu - v celkové hodnotě 300 000,- Kč. Na pokrytí těchto nákladů si mohou vzít americkou hypotéku, s tím že po dobu 20 let budou měsíčně platit 2 100,- Kč. Poplatek za schválení úvěru je 0,83 % z vypůjčené částky (minimálně 3 000,- Kč, maximálně 20 000,- Kč), poplatek za vedení účtu 50,- Kč/měsíc. 2 300,- Kč zaplatí za odhad tržní ceny bytu a každoročně 1 900,- Kč za pojištění bytu.

Nebo si vyberou neúčelový spotřebitelský úvěr, který by spláceli 10 let s měsíční splátkou 4 790,- Kč. Poplatek za schválení půjčky činí 0,9 % (minimální výše je 500,- Kč) a za vedení účtu zaplatí 110,- Kč měsíčně. RPSN činí 16,74 %.

Vypočítejte, na kolik by vyšla americká hypotéka a neúčelový spotřebitelský úvěr? Porovnejte podmínky americké hypotéky a neúčelového spotřebitelského.

[illegible]

3. ÚKOL:

Z následujících přesmyček sestavte slova a slovní spojení týkající se hypotečních úvěrů a pojmy vysvětlete. První písmenko v jednotlivých přesmyčkách je počáteční písmenko hledaných slov.

KSIALÁKC HOPYÉTKA

DÍENGVIRES SAKTPÁL

RÍNEFNINAOCVÁ

PGORÍNSIVRE SKATÁLP

RÚMO

AKÁCIMER HÉTKAOYP

FXCAIE

PČNÍETOYPHEDŘ RVÚĚ

ÚKOVROÁ AMÍR

ATÍNINU AKÁTSPL

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ÚKOL:

Pan Rychlý bude rekonstruovat svůj byt, proto si vzal hypoteční úvěr ve výši 300 000 Kč. S tím že si vybral z nabízených variant splácení po dobu 3 let s měsíční splátkou 9 061,48 Kč s výší úroku 5,52 % p.a. Vypracujte umořovací plán a popište jej. Předpokládejme, že banka používá měsíční připisování úroků.

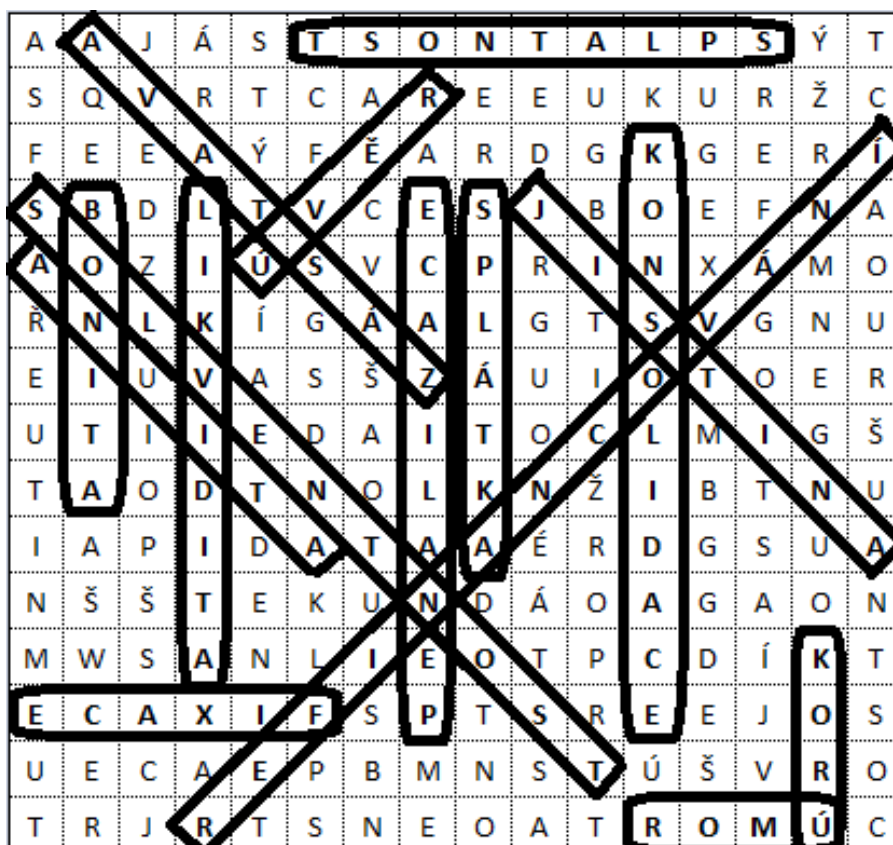
UMOŘOVACÍ PLÁN				
období	anuita	úrok	úmor	zůstatek
0				300 000,00 Kč
1				
2				
3				
.				
.				
.				
.				
36				



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

V osmisměrce najděte 15 pojmů, které souvisejí s oblastí hypoték, 5 z nich napište a vysvětlete, co tyto pojmy znamenají.



ANUITA - splátka, jejíž výše se v průběhu splácení (po danou fixační dobu) nemění, je konstantní

BONITA - označuje schopnost klienta splácet své závazky

FIXACE - doba, po kterou se klientovi nemění úroková sazba

JISTINA – vypůjčená finanční částka bez započtení úroků

KONSOLIDACE - sloučení více úvěru do jednoho, čímž dochází ke snížení měsíční splátky

LIKVIDITA - schopnost objektu fungovat jako kupní a platební prostředek

PENALIZACE – peněžní postih, např. za předčasné splacení, za nesplacení úvěru v dané lhůtě

REFINANCOVÁNÍ – splacení původní hypotéky nově poskytnutou hypotékou

SOLVENTNOST - schopnost hradit své závazky

SPLÁTKA – pravidelná platba, kterou dlužník splácí svůj závazek

SPLATNOST – doba, do kdy je povinen plátce splatit úvěr

ÚMOR – měsíční splátka jistiny dluhu, jde o část splátky, o kterou se snižuje výše dlužné částky

ÚROK – peněžitá odměna za zapůjčení peněz

ÚVĚR – suma prostředků, které věřitel dočasně předal dlužníkovi s podmínkou, že po uplynutí dohodnuté lhůty mu je musí vrátit zpět

ZÁSTAVA – nemovitost, byt, Záruka nutná k poskytnutí hypotečního úvěru

2. ÚKOL:

Novomanželé Brejlovi se rozhodli pro koupi nového automobilu - v celkové hodnotě 300 000,- Kč. Na pokrytí těchto nákladů si mohou vzít americkou hypotéku, s tím že po dobu 20 let budou měsíčně platit 2 100,- Kč. Poplatek za schválení úvěru je 0,83 % z vypůjčené částky (minimálně 3 000,- Kč, maximálně 20 000,- Kč), poplatek za vedení účtu 50,- Kč/měsíc. 2 300,- Kč zaplatí za odhad tržní ceny bytu a každoročně 1 900,- Kč za pojištění bytu.

Nebo si vyberou neúčelový spotřebitelský úvěr, který by spláceli 10 let s měsíční splátkou 4 790,- Kč. Poplatek za schválení půjčky činí 0,9 % (minimální výše je 500,- Kč) a za vedení účtu zaplatí 110,- Kč měsíčně. RPSN činí 16,74 %.

Vypočítejte, na kolik by vyšla americká hypotéka a neúčelový spotřebitelský úvěr? Porovnejte podmínky americké hypotéky a neúčelového spotřebitelského.

Náklady / varianty	Americká hypotéka	Neúčelový spotřebitelský úvěr
Úroky = splátky – výše úvěru	$(2\,100 \cdot 20 \cdot 12)$ – 300 000 = 204 000 Kč	$(4\,790 \cdot 10 \cdot 12)$ – 300 000 = 274 800 Kč
Poplatek za schválení účtu	$0,0083 \cdot 300\,000 =$ 2 490 Kč (ale minimální poplatek je 3 000 Kč)	$0,009 \cdot 300\,000 =$ 2 700 Kč
Poplatek za vedení účtu	$50 \cdot 20 \cdot 12 = 12\,000$ Kč	$110 \cdot 10 \cdot 12 = 13\,200$ Kč
Odhad nemovitosti	2 300 Kč	0 Kč
Pojištění bytu	$1\,900 \cdot 20 = 38\,000$ Kč	0 Kč
CELKEM	259 300 Kč	290 700 Kč

Pokud by si novomanželé Brejlovi vzali americkou hypotéku, uhradí za náklady 259 300,- Kč a celkově je hypotéka vyjde $259\,300 + 300\,000 = 559\,300,-$ Kč.

Při volbě spotřebitelského úvěru novomanželé zaplatí 290 700,- Kč a celkově je spotřebitelský úvěr přijde na $290\,700 + 300\,000 = 590\,700,-$ Kč.

Podmínky americké hypotéky a neúčelového spotřebitelského úvěru:

Neúčelový spotřebitelský úvěr	Americká hypotéka
Výhody: + Nižší minimální výše úvěru (od 5 000 Kč) + Může být i bez zajištění	Výhody: + Neúčelový úvěr (při úspoře možnost využití zbývajících prostředků na financování čehokoliv) + Nižší úroková míra (od 5,69 %) + Nižší výše měsíční splátky než u neúčelového spotřebitelského úvěru + Delší doba splácení (až 25 let) + Možnost mimořádné splátky bez penalizace + Nižší RPSN než u neúčelového spotřebitelského úvěru
Nevýhody: - Vyšší výše měsíční splátky - Vyšší úroková míra (od 5,9 %) - Kratší doba splácení (maximálně 12 let) než u americké hypotéky - Zaplacené úroky nelze odečíst ze základu daně z příjmů - RPSN o 3,19 % vyšší než u americké hypotéky	Nevýhody: - Vyšší minimální výše úvěru (až od 100 000 Kč) - Je zajištěn zástavním právem k nemovitosti - Zaplacené úroky nelze odečíst ze základu daně z příjmů

3. ÚKOL:

Z následujících přesmyček sestavte slova a slovní spojení týkající se hypotečních úvěrů a pojmy vysvětlíte. První písmenko v jednotlivých přesmyčkách je počáteční písmenko hledaných slov.

KSIALÁKC HOPYÉTKA

DÍENGVIRES SAKTPÁL

RÍNEFNINAOCVÁ

PGORÍNSIVRE SKATÁLP

RÚMO

AKÁCIMER HÉTKAOYP

FXCAIE

PČNÍETOYPHEDŘ RVÚĚ

ÚKOVROÁ AMÍR

ATÍNINU AKÁTSPL

KLASICKÁ HYPOTÉKA

DEGRESIVNÍ SPLÁTKA

REFINANCOVÁNÍ

PROGRESIVNÍ SPLÁTKA

ÚMOR

AMERICKÁ HYPOTÉKA

FIXACE

PŘEDHYPOTEČNÍ ÚVĚR

ÚROKOVÁ MÍRA

ANUITNÍ SPLÁTKA

KLASICKÁ HYPOTÉKA – účelový úvěr, který se využívá k financování bydlení nebo nemovitostí

DEGRESIVNÍ SPLÁTKA - Splátka, která s počtem splátek postupně klesá (=klesající splátka)

REFINANCOVÁNÍ – splacení původní hypotéky nově poskytnutou hypotékou

PROGRESIVNÍ SPLÁTKA - Splátka, která s počtem splátek postupně narůstá (=rostoucí splátka)

ÚMOR – je měsíční splátka jistiny

AMERICKÁ HYPOTÉKA - Hypotéka, u které můžete použít prostředky na cokoli

FIXACE – je doba, po kterou se klientovi nemění úroková sazba

PŘEDHYPOTEČNÍ ÚVĚR - je úvěr poskytnutý na účely, které umožňují jeho pozdější přeměnu na úvěr hypoteční.

ÚROKOVÁ MÍRA - je procentní poměr úroku k jistině

ANUITNÍ SPLÁTKA – je splátka, jejíž výše se v průběhu splácení (po danou fixační dobu) nemění, je konstantní

4. ÚKOL:

Pan Rychlý bude rekonstruovat svůj byt, proto si vzal hypoteční úvěr ve výši 300 000 Kč. S tím že si vybral z nabízených variant splácení po dobu 3 let s měsíční splátkou 9 061,48 Kč s výší úroku 5,52 % p.a. Vypracujte umořovací plán a popište jej. Předpokládejme, že banka používá měsíční připisování úroků.

První měsíc (období 1):

Úrok = dluh (zůstatek) · měsíční úroková míra = 300 00000 · 0,0552/12 = 1 380 Kč

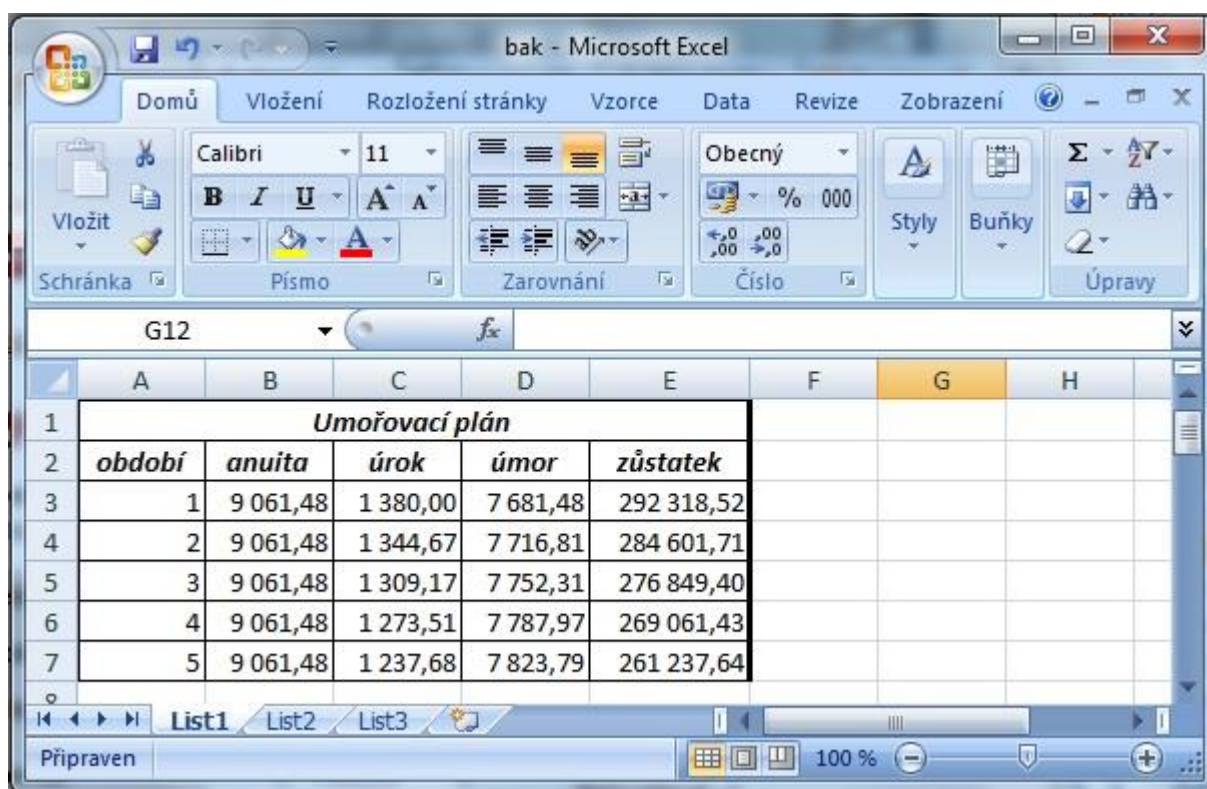
Úmor = anuita – úrok = 9 061,48 – 1 380 = 7 681,48 Kč

Zůstatek dluhu po 1. splátce = zůstatek (za předešlé období) – úmor = 300 000 – 7 681,48 = 292 318,52 Kč.

Umořovací plán				
období	anuita	úrok	úmor	zůstatek
1	9 061,48	1 380,00	7 681,48	292 318,52
2	9 061,48	1 344,67	7 716,81	284 601,71
3	9 061,48	1 309,17	7 752,31	276 849,40
4	9 061,48	1 273,51	7 787,97	269 061,43
5	9 061,48	1 237,68	7 823,79	261 237,64
6	9 061,48	1 201,69	7 859,78	253 377,85
7	9 061,48	1 165,54	7 895,94	245 481,91
8	9 061,48	1 129,22	7 932,26	237 549,65
9	9 061,48	1 092,73	7 968,75	229 580,91
10	9 061,48	1 056,07	8 005,40	221 575,50
11	9 061,48	1 019,25	8 042,23	213 533,27
12	9 061,48	982,25	8 079,22	205 454,05
13	9 061,48	945,09	8 116,39	197 337,66
14	9 061,48	907,75	8 153,72	189 183,94
15	9 061,48	870,25	8 191,23	180 992,70
16	9 061,48	832,57	8 228,91	172 763,79
17	9 061,48	794,71	8 266,76	164 497,03
18	9 061,48	756,69	8 304,79	156 192,24
19	9 061,48	718,48	8 342,99	147 849,25
20	9 061,48	680,11	8 381,37	139 467,88
21	9 061,48	641,55	8 419,92	131 047,95
22	9 061,48	602,82	8 458,66	122 589,30
23	9 061,48	563,91	8 497,57	114 091,73
24	9 061,48	524,82	8 536,66	105 555,07
25	9 061,48	485,55	8 575,92	96 979,15
26	9 061,48	446,1	8 615,37	88 363,78
27	9 061,48	406,47	8 655,00	79 708,77
28	9 061,48	366,66	8 694,82	71 013,96
29	9 061,48	326,66	8 734,81	62 279,14
30	9 061,48	286,48	8 774,99	53 504,15
31	9 061,48	246,12	8 815,36	44 688,79
32	9 061,48	205,57	8 855,91	35 832,88
33	9 061,48	164,83	8 896,65	26 936,24
34	9 061,48	123,91	8 937,57	17 998,67
35	9 061,48	82,79	8 978,68	9 019,99
36	9 061,48	41,49	9 019,99	0

Poznámka:

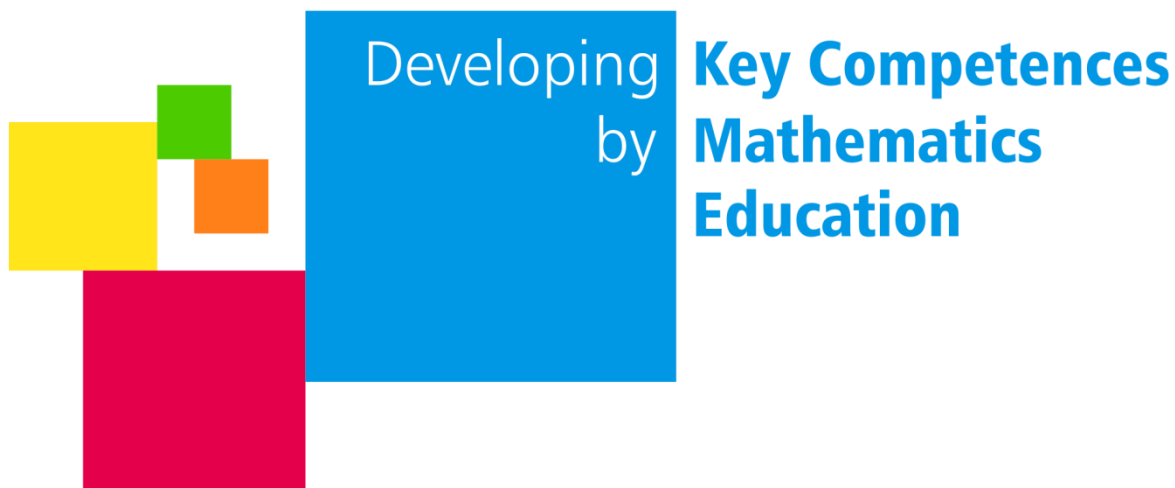
K výpočtu můžeme využít Microsoft Excel. Nejprve předvyplníme známé údaje: zůstatek 300 000 Kč (buňka E3) a anuita 9 061,48 Kč (buňky B4,B5, ...). Úrok pro první období vypočítáme jako dluh (zůstatek) · měsíční úroková míra, což znamená do buňky (C4), v níž očekáváme výsledek, napíšeme výraz = E3*0,0552/12. Úmor pro první období vypočítáme jako anuita – úrok neboli do buňky (D4) napíšeme výraz =B4-C4. Zůstatek dluhu po 1. splátce = zůstatek (za předešlé období) – úmor, tzn. do buňky E4 napíšeme výraz =E3-D4. Nyní již máme všechny potřebné údaje zadané – anuita (B4), úrok (C4), úmor (D4) a zůstatek (E4), nyní rozkopírujeme zadané výrazy u těchto buněk (klikneme na buňku, klikneme na malý čtvereček v pravém dolním rohu buňky a tahem dolů zadaný výraz rozkopírujeme a to až ve sloupci E získáme hodnotu 0 (buňka E39)).



The screenshot shows a Microsoft Excel window titled 'bak - Microsoft Excel'. The ribbon is set to 'Domů' (Home). The active cell is G12. The table below is displayed in the worksheet:

Umořovací plán					
období	anuita	úrok	úmor	zůstatek	
1	9 061,48	1 380,00	7 681,48	292 318,52	
2	9 061,48	1 344,67	7 716,81	284 601,71	
3	9 061,48	1 309,17	7 752,31	276 849,40	
4	9 061,48	1 273,51	7 787,97	269 061,43	
5	9 061,48	1 237,68	7 823,79	261 237,64	

Umořovací plán můžete najít i na http://kalkulacky.idnes.cz/cr_hypotecni-kalkulacka.php



Pojištění

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák by měl získat obecné informace týkající pojištění, rozlišuje životní a neživotní druhy pojištění, chápe klady a zápory pojištění, dokáže vyhodnotit potřebu uzavření jednotlivých druhů pojištění, využívá pojištění v běžném životě – dovolená v zahraničí, zdravotní postižení, pojištění spojená s provozem vozidla, bydlením, krádeží, ...

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí, řešení lineárních rovnic, procenta, práce s tabulkami

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí potřebnost a účelnost pojištění
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhajuje své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulátory (počítače, tablety), interaktivní tabule, publikace o životním a neživotním pojištění

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje čtyři cvičení se zaměřením na pojištění, rozdíly mezi životním a neživotním pojištěním a seznámení s jednotlivými druhy životního a neživotního pojištění.

První cvičení nejprve žáci vyplní dle svých představ a zkušeností o pojištění, svá tvrzení mohou doplnit o informace, které najdou na Internetu. Poté následuje společný brainstorming, na základě něhož si žáci do svých listů dopíší další informace, které uvedli jejich spolužáci, či doplnil vyučující. Pokud žáci sami neuvedou, je nutné, aby je učitel upozornil, že pojištění rozdělujeme na životní a neživotní a žáci si poté mohou sami najít informace o těchto produktech.

Druhé cvičení je zaměřeno na životní pojištění. Žáky necháme úkol zpracovat samostatně pomocí Internetu nebo publikací o životním pojištění. Cvičení je zařazeno, aby žáci si uvědomovali rozdílné a společné parametry mezi jednotlivými druhy životního pojištění. Po vyplnění cvičení následuje kontrola správnosti a diskuze o jednotlivých druzích pojištění, co o nich žáci zjistili a k čemu by jednotlivé druhy využili.

Ve třetím cvičení žáci spojují druhy neživotního pojištění s událostmi, které mohou pojištění krýt. Zajímavá je následná diskuze, protože žáci mohou mít různá správná řešení (někteří žáci mohou zlomenou nohu v Chorvatsku řešit cestovním pojištěním a jiní rozšířeným úrazovým

pojištěním, které se vztahuje i na zranění v zahraničí), čímž jim ukazujeme variabilitu jednotlivých druhů pojištění.

V posledním cvičení řeší žáci příklad z reálného života. Charakter úkolu je komplexní, žáci v něm pracují s tabulkami, přepočítáváním měn a řešením situace z běžného života (úraz v zahraničí). Seznamují se s výhodností krytí výdajů spojené se zdravotním ošetřením v zahraničí.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Napište, proč se lidi nechávají pojistit a před čím vším se můžete pojistit.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Následující tabulka charakterizuje různé druhy životních pojištění. Přiřaďte typ životního pojištění (důchodové, kapitálové, rizikové a investiční) k dané charakteristice.

Typ životního pojištění	Charakteristika životního pojištění
	• Garantované minimální zhodnocení finančních prostředků • Garantovaná pojistná částka pro případ smrti nebo dožití • Lze uplatnit v daňovém přiznání • Nastavení pojištění nelze libovolně měnit
	• Není garantované minimální zhodnocení finančních prostředků • Není garantovaná pojistná částka při dožití • Lze uplatnit v daňovém přiznání • Nastavení pojištění lze libovolně měnit • Možnost aktivně měnit investiční strategii během trvání pojištění
	• Garantované minimální zhodnocení finančních prostředků • Garantovaná výplata sjednané pojistné částky • Nelze aktivně ovlivňovat tvorbu kapitálové hodnoty pojištění • Lze uplatnit v daňovém přiznání • Nastavení pojištění nelze libovolně měnit
	• Neobsahuje spořicí složku • Garantovaná pojistná částka pro případ smrti • Nelze uplatnit v daňovém přiznání • Sjednaná částka může být pevná nebo klesající

3. ÚKOL:

Spojte čarami druhy pojištění a možné pojistné události.

Na dovolené v Chorvatsku si zlomíš nohu.

Tvoje kočka zničila sousedův altánek.

Nabouráš vozidlo.

Při povodních máš vytopenou chalupu.

Kvůli zranění nemůžeš splácet úvěr.

Při sportování si zlomíš zápěstí.

Zloděj vykrade tvůj sklep.

Blesk poškodí elektrospotřebiče.

Rozbiješ ve škole lavici.

Havarijní pojištění

Cestovní pojištění

Pojištění nemovitosti

Pojištění domácnosti

Pojištění úvěru

Pojištění odpovědnosti za škodu

Úrazové pojištění

4. ÚKOL:

Tým basketbalistek absolvoval letní soustředění nedaleko Benátek. Sára se hned při prvním přátelském utkání ošklivě zranila. Musela být sanitkou převezena do nemocnice v Benátkách, kde jí byla ošetřena podvrknutý kotník a protože si Sára stěžovala na bolest hlavy, byla jeden den hospitalizována na pozorování. Sáře byl vystaven následující účet:

Úkon	Částka
Převoz sanitkou	58 Euro
Vyšetření	184 Euro
Ošetření distorze hlezenního kloubu	305 Euro
Hospitalizace	210 x á 1 = 110 Euro
Medikamenty a rehabilitační pomůcky	157 Euro

Před odjezdem Sáře rodiče uzavřely cestovní pojištění proti úrazu tohoto rozsahu:

Úkon	Částka
Lékařské ošetření	300 000 Kč
Pobyt v nemocnici	700 000 Kč
Léky předepsané lékařem	100 000 Kč
Přepravu do nejbližšího zdravotnického zařízení a zpět do místa pojištění v zahraničí	20 000 Kč
Repatriace	150 000 Kč
Asistenční služba 24 hodin denně	-
Přivolání opatrovníka	30 000 Kč

a) Vypočítejte, kolik korun by Sára musela zaplatit, kdyby nebyla pojištěna.

.....

.....

.....

.....

.....

b) Určete, zda byl rozsah pojištění dostatečný a pokrýl všechny úkony spojené se zraněním.

.....

.....

.....

c) Vypočítejte, kolik korun rodina ušetřila sjednáním tohoto pojištění, pokud víte, že denně za toto pojištění musela zaplatit 480 Kč. Pojištění je sjednané na 14 dní.

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Napište, proč se lidi nechávají pojistit a před čím vším se můžete pojistit.

Pojištění je smlouva mezi pojištěncem a pojišťovnou, která slouží ke krytí velkých škod. Pojištění slouží jako ochrana proti důsledkům neočekávaných událostí, znamená přenesení zodpovědnosti rizika na pojišťovnu. Pojišťovna se zavazuje k výplatě pojistného plnění v případě, že nastane sjednaná pojistná událost.

Při uzavírání pojistné smlouvy je důležité mít na vědomí, že pojišťovny jsou komerční instituce, kterým jde v první řadě o zisk, proto je důležité důsledně prostudovat pojistné podmínky, včetně všech výjimek a dodatků. Druh pojistky musí vycházet z příjmů domácnosti.

Životní pojištění chrání jednotlivce a jeho rodinu před finančními důsledky nejrůznějších životních situací. Nejdůležitější jsou životní pojištění proti riziku smrti, proti riziku trvalé invalidity či smrti úrazem. Na trhu existují dva základní druhy životních pojištění – rezervotvorné životní pojištění (investiční, kapitálové) a rizikové životní pojištění.

Neživotní pojištění zahrnuje druhy pojištění, které nespádají do životního pojištění. Jedná se zejména o pojištění osob, majetku a odpovědnosti. Od životního pojištění se liší především tím, že pracuje s absolutně náhodnými jevy, zatímco životní pracuje s relativně náhodnými (smrt nastane - jen nevíme kdy). Neživotní pojištění není rezervotvorné, nefunguje tedy za jinými účely než je krytí rizika.

2. ÚKOL:

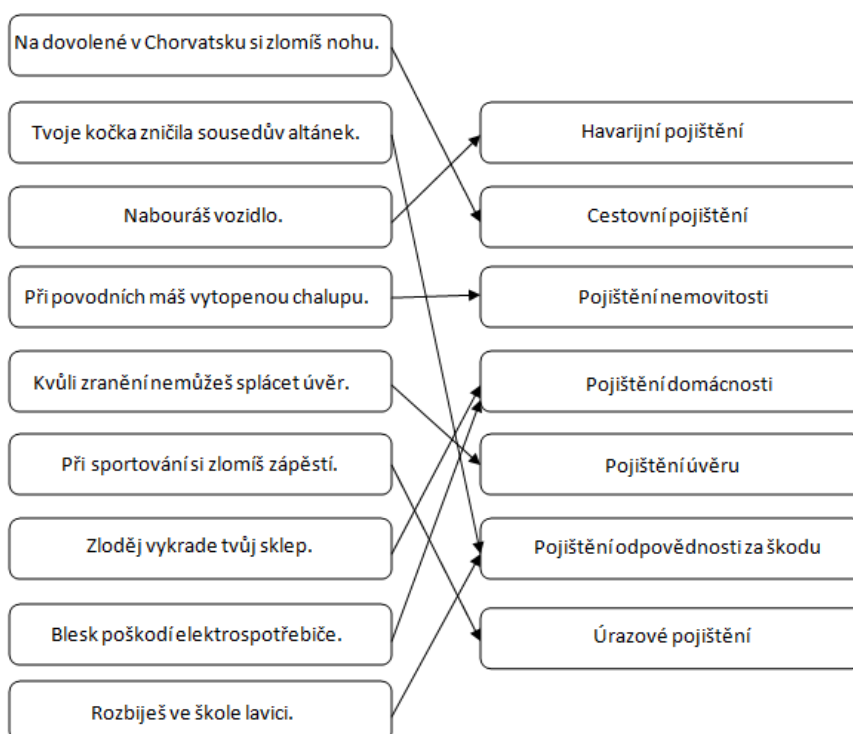
Následující tabulka charakterizuje různé druhy životních pojištění. Přiřaďte typ životního pojištění (důchodové, kapitálové, rizikové a investiční) k dané charakteristice.

Typ životního pojištění	Charakteristika životního pojištění
KAPITÁLOVÉ pojištění	• Garantované minimální zhodnocení finančních prostředků • Garantovaná pojistná částka pro případ smrti nebo dožití • Lze uplatnit v daňovém přiznání • Nastavení pojištění nelze libovolně měnit
INVESTIČNÍ pojištění	• Není garantované minimální zhodnocení finančních prostředků • Není garantovaná pojistná částka při dožití

	• Lze uplatnit v daňovém přiznání • Nastavení pojištění lze libovolně měnit • Možnost aktivně měnit investiční strategii během trvání pojištění
DŮCHODOVÉ pojištění	• Garantované minimální zhodnocení finančních prostředků • Garantovaná výplata sjednané pojistné částky • Nelze aktivně ovlivňovat tvorbu kapitálové hodnoty pojištění • Lze uplatnit v daňovém přiznání • Nastavení pojištění nelze libovolně měnit
RIZIKOVÉ pojištění	• Neobsahuje spořicí složku • Garantovaná pojistná částka pro případ smrti • Nelze uplatnit v daňovém přiznání • Sjednaná částka může být pevná nebo klesající

3. ÚKOL:

Spojte čarami druhy pojištění a možné pojistné události.



4. ÚKOL:

Tým basketbalistek absolvoval letní soustředění nedaleko Benátek. Sára se hned při prvním přátelském utkání ošklivě zranila. Musela být sanitkou převezena do nemocnice v Benátkách, kde jí byla ošetřena podvrknutý kotník a protože si Sára stěžovala na bolest hlavy, byla jeden den hospitalizována na pozorování. Sáře byl vystaven následující účet:

Úkon	Částka
Převoz sanitkou	58 Euro
Vyšetření	184 Euro
Ošetření distorze hlezenního kloubu	305 Euro
Hospitalizace	210 x á 1 = 110 Euro
Medikamenty a rehabilitační pomůcky	157 Euro

Před odjezdem Sáře rodiče uzavřely cestovní pojištění proti úrazu tohoto rozsahu:

Úkon	Částka
Lékařské ošetření	300 000 Kč
Pobyt v nemocnici	700 000 Kč
Léky předepsané lékařem	100 000 Kč
Přepravu do nejbližšího zdravotnického zařízení a zpět do místa pojištěnce v zahraničí	20 000 Kč
Repatriace	150 000 Kč
Asistenční služba 24 hodin denně	-
Přivolání opatrovníka	30 000 Kč

- a) Vypočítejte, kolik korun by Sára musela zaplatit, kdyby nebyla pojištěna.

Dne 20.6.2015 byl kurz Eura 27,46 Kč

Úkon	Částka v Eurech	Částka v korunách
Převoz sanitkou	58 Euro	$58 \cdot 27,46 = 1\,593$ Kč
Vyšetření	184 Euro	$184 \cdot 27,46 = 5\,053$ Kč
Ošetření distorze hlezenního kloubu	305 Euro	$305 \cdot 27,46 = 8\,376$ Kč
Hospitalizace	$210 \times 1 = 110$ Euro	$210 \cdot 27,46 = 5\,766$ Kč
Medikamenty a rehabilitační pomůcky	157 Euro	$157 \cdot 27,46 = 4\,312$ Kč
CELKEM	914 Euro	25 099 Kč

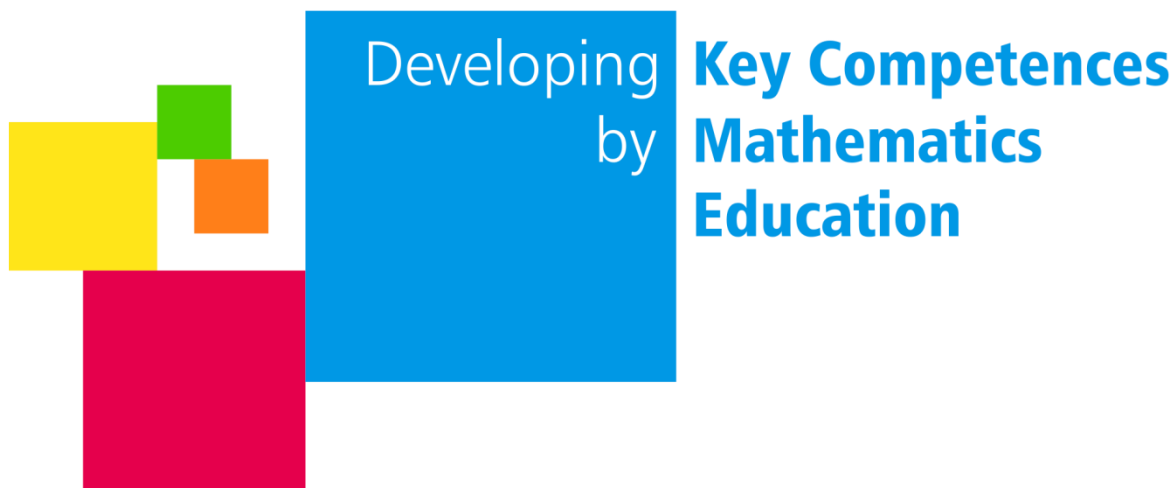
Kdyby nebyla Sára pojištěna musela by zaplatit 25 099 Kč.

- b) Určete, zda byl rozsah pojištění dostatečný a pokryl všechny úkony spojené se zraněním.

Protože Sára měla speciální cestovní pojištění se zaměřením na aktivní sportování během pobytu v zahraničí (vyšší poplatky za pojištění), proto pojištění pokryje všechny úkony spojené se zraněním.

- c) Vypočítejte, kolik korun rodina ušetřila sjednáním tohoto pojištění, pokud víte, že denně za toto pojištění musela zaplatit 480 Kč. Pojištění je sjednané na 14 dní.

Rodina za pojištění zaplatila $480 \cdot 14 = 6\,700$ Kč, tzn. pojištěním Sáry ušetřili $25\,099 - 6\,700 = 18\,399$ Kč.



Pojištění 2

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák získá rozšiřující informace týkající pojištění, rozlišuje životní a neživotní druhy pojištění, chápe klady a zápory pojištění, dokáže vyhodnotit potřebu uzavření jednotlivých druhů pojištění, využívá pojištění v běžném životě – dovolená v zahraničí, zdravotní postižení, pojištění spojená s provozem vozidla, bydlením, krádeží, ...

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí, řešení lineárních rovnic, procenta, práce s tabulkami

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí potřebnost a účelnost pojištění
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhajuje své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulatory (počítače, tablety), interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje pět cvičení se zaměřením na pojištění, rozdíly mezi životním a neživotním pojištěním a seznámení s jednotlivými druhy životního a neživotního pojištění.

První cvičení nejprve žáci vyplní dle svých představ a zkušeností o pojištění, svá tvrzení mohou doplnit o informace, které najdou na Internetu. Odhadují, jaké škody by jim mohly vzniknout, kdyby nebyli pojištěni, a na základě svých osobních potřeb se rozhodují, zda dané pojištění využijí, vhodné je chtít po žácích, aby své rozhodnutí zdůvodlili. Poté následuje společný brainstorming, na základě něhož žáci mohou přehodnotit svá rozhodnutí. Upozorníme žáky na různé odlišnosti, které při diskusi zazněli. Např. někteří žáci si pod obrázkem znázorňující dovolenou mohou představit pobyt u moře, kde pravděpodobně využijí cestovní pojištění, zatímco ti žáci, kteří nikdy u moře doposud nebyli, si pravděpodobně pod obrázkem vybaví dovolenou v ČR, na kterou se vztahuje běžné pojištění, a proto se mohou rozhodnout, že žádné další pojištění uzavírat nebudou, případně zvolí jen připojištění ke svému stávajícímu pojištění.

Druhé cvičení je zaměřeno na rozlišování pojištění domácnosti a nemovitosti. Často jsou tyto dva druhy zaměňovány a klient neví, co jaké pojištění kryje. Vhodné je nechat žáky, aby toto cvičení zpracovali pomocí informací, které najdou na Internetu a diskuzí ve dvojicích nebo menších skupinách sami rozlišili, jaký je rozdíl mezi pojištěními.

Ve třetím cvičení žáci hledají v osmisměrce 13 druhů pojištění. Cvičení můžeme žákům zadat za domácí úkol a k tomu jim zadat úkol, aby alespoň o 5 nalezených pojištěních našli informace, o kterých následující hodinu budeme s žáky mluvit při hodině. Stejně tak mohou žáci pojištění dělit na životní a neživotní. Cílem cvičení je seznámit s žáky s různými druhy pojištění, aby věděli, že pojištění existují a v případě potřeby je mohou využít.

Čtvrté cvičení popisuje situaci z běžného života, žáci při jeho řešení mohou využít online-kalkulačky. Více než samotný výpočet nás zajímá argumentace žáků, jaký by zvolili druh pojištění odpovídající zvolené životní situaci. Při rozhodování musíme žákům připomenout jaké výhody a nevýhody mají jednotlivé druhy pojištění.

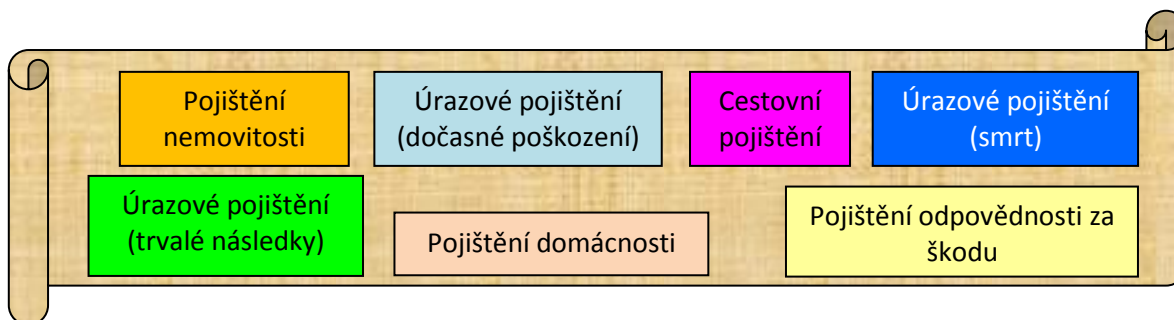
Poslední cvičení slouží k nalezení základních pojmů při sjednávání pojištění, které žáci mají využít k vytvoření příběhu týkajícího se uzavření jakéhokoliv druhu pojištění. Cílem úkolu je, aby ve svých příbězích žáci použili ve správném smyslu nalezená slova a tím si je lépe zapamatovali.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Podle obrázku ve sloupečku „Událost“ napište, jaký druh pojištění byste zvolili, jaká může řádově vzniknout škoda a zda vy osobně byste tento druh pojištění využili.



Událost	Druh pojištění	Možná škoda	Pojistíš se?
			
			
			
			
			
			
			

2. ÚKOL:

Napište, jaký je rozdíl mezi pojištěním domácnosti a nemovitosti a na co všechno se uvedená pojištění vztahují.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

V následující osmisměrce najděte co nejvíce druhů pojištění (celkem je jich 13).

P	U	H	T	L	E	D	I	Z	O	V	F	A	R	O	U
L	R	A	S	T	O	U	B	R	A	O	Ž	N	U	D	Í
O	Z	Á	R	U	K	Y	U	A	U	P	I	B	K	S	N
N	I	N	V	A	L	I	D	I	T	Y	V	T	R	F	T
E	O	K	J	N	H	E	O	R	V	I	O	S	R	H	O
M	O	S	U	R	Í	T	V	B	T	A	T	Í	M	U	V
O	R	Ú	K	U	H	-	O	S	A	G	N	Š	R	Q	A
V	Á	Š	T	C	S	T	O	N	Ž	J	Í	Ě	R	Ý	R
I	X	N	E	G	D	N	S	C	I	A	V	T	O	U	D
T	Š	T	J	A	C	Í	B	R	H	Ú	R	Ř	H	C	Z
O	M	L	A	Á	K	U	A	Ř	A	R	S	N	Á	G	Í
S	J	W	M	B	Š	V	Á	J	Ě	A	A	Í	F	S	C
T	S	O	D	Ž	A	T	S	N	U	Z	S	N	T	N	O
I	D	T	B	H	R	V	Y	T	Á	U	A	R	Y	S	Í

4. ÚKOL:

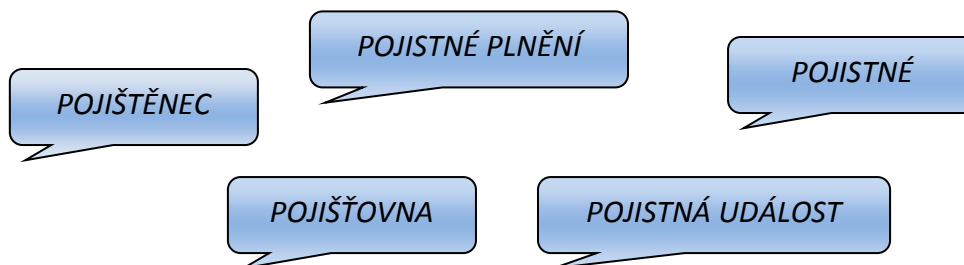
Pan Klejn (45 let) žije sám se svými dvěma dcerami. Mladší Kače je 12 let, starší Sára oslavila letos své osmnáctiny. Pan Klejn má strach, že v případě jeho smrti nebo úrazu s trvalými následky by se o své dcery nemohl postarat a zajistit jim dobrý vstup do života, proto se rozhodne uzavřít pojištění. V pojišťovně mu poradce nabídne následující varianty:

- I. Úrazové pojištění v tomto rozsahu: pojistná částka pro případ smrti z jakýchkoliv příčin 10 000,- Kč, pojistná částka pro případ smrti následkem úrazu 575 000,- Kč, pojistná částka pro případ trvalých následků úrazem 1 045 000,- Kč. Měsíční pojistné činí 724,- Kč po dobu 40 let. Vypočítejte, kolik korun by Sára musela zaplatit, kdyby nebyla pojištěna.
- II. Rizikové životní pojištění na pojistnou částku 1 100 000,- Kč s měsíčním pojistným 536,- Kč po dobu 15 let.
- III. Kapitálové životní pojištění (pro případ smrti a dožití, poměr 1:1) s pojistnou částkou 981 000,- Kč, s měsíčním pojistným 4 731,- Kč a dobou pojištění 20 let.

Jakou variantu byste panu Klejnovi doporučili?

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

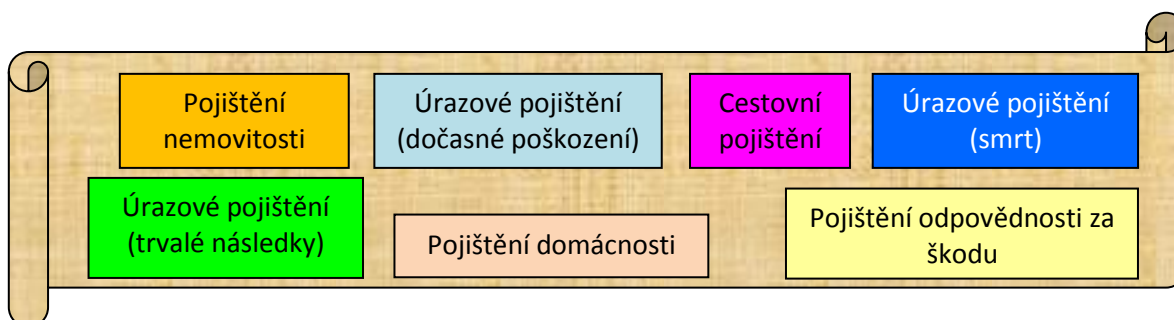
Z přesmyček v bublinách vytvořte slova, která se týkají pojištění, a poté z těchto slov vytvořte příběh.

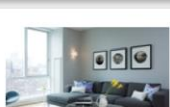
This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Podle obrázku ve sloupečku „Událost“ napište, jaký druh pojištění byste zvolili, jaká může řádově vzniknout škoda a zda vy osobně byste tento druh pojištění využili.



Událost	Druh pojištění	Možná škoda	Pojistíš se?
	ÚRAZOVÉ POJIŠTĚNÍ (DOČASNÉ NÁSLEDKY)	170 000 Kč	ANO, SPORTUJI
	ÚRAZOVÉ POJIŠTĚNÍ (SMRT)	2 000 000 Kč	NE, JSEM JEŠTĚ MLADÝ
	ÚRAZOVÉ POJIŠTĚNÍ (TRVALÉ NÁSLEDKY)	1 200 000 Kč	ANO, SPORTUJI
	POJIŠTĚNÍ ODPOVĚDNOSTI ZA ŠKODU	1 000 000 Kč	ANO
	CESTOVNÍ POJIŠTĚNÍ	600 000 Kč	ZATÍM NE
	POJIŠTĚNÍ NEMOVITOSTI	5 000 000 Kč	ANO
	POJIŠTĚNÍ DOMÁCNOSTI	3 000 000 Kč	ANO

2. ÚKOL:

Napište, jaký je rozdíl mezi pojištěním domácnosti a nemovitosti a na co všechno se uvedená pojištění vztahují.

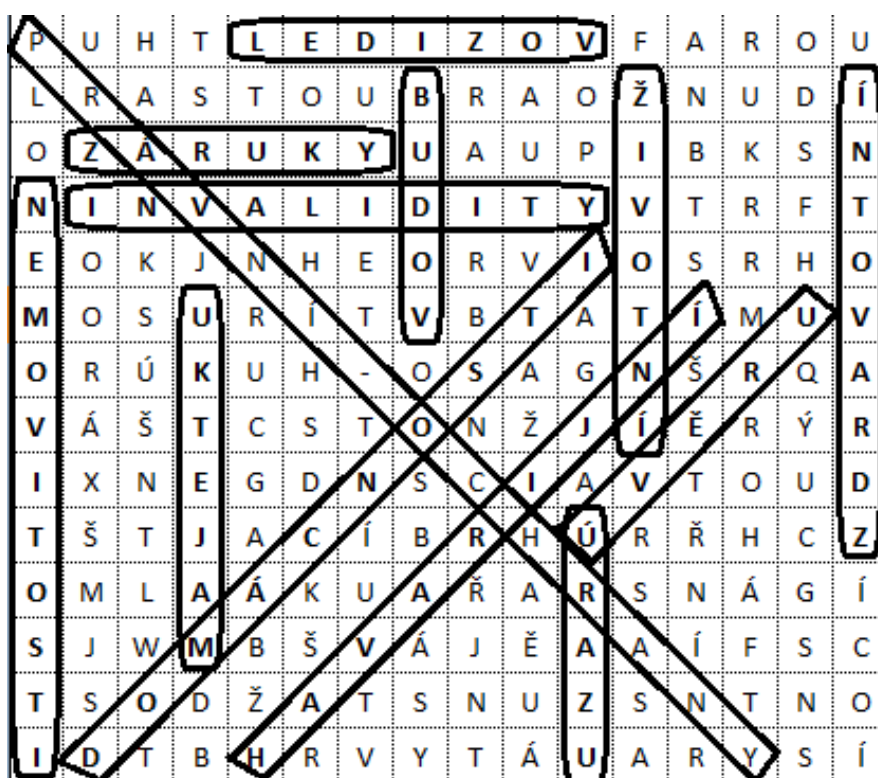
Pojištění domácnosti - pojistit lze movité věci, které jsou součástí vybavení domácnosti a zařízení, které slouží k provozu domácnosti. Pojistitelné věci mohou být přímo v bytě, ale i v uzamykatelných nebytových prostorách, které užívá výlučně klient (sklepy, garáže,...). Pojistitelné jsou peníze, klenoty, technika, přístroje, stavební součásti (podlahy, obklady,...).

Pojištění nemovitostí - poskytuje pojistnou ochranu nemovitosti a ostatních staveb na pozemku náležejících k této budově před následky škod vzniklých působením živelných pohrom a dalších rizik. Pojistit lze rodinný a bytový dům, chalupu, garáž, příslušenství staveb (bazény, ploty, stavební materiál,...). Nemovitost lze pojistit, i pokud je ve výstavbě.

Zjednodušené lze říci, že pojištění domácnosti lze použít na věci, kterými lze hýbat, přenášet je, manipulovat s nimi, zatímco pojištění nemovitosti se uzavírá na věci neprenositelné, pevně umístěné.

3. ÚKOL:

V následující osmisměrce najděte co nejvíce druhů pojištění (celkem je jich 13).



pojištění – vozidel, záruky, invalidity, zdravotní, životní, úrazu, budov, majetku, nemovitosti, právní ochrany, domácnosti, havarijní, úvěru

4. ÚKOL:

Pan Klejn (45 let) žije sám se svými dvěma dcerami. Mladší Kačce je 12 let, starší Sára oslavila letos své osmnáctiny. Pan Klejn má strach, že v případě jeho smrti nebo úrazu s trvalými následky by se o své dcery nemohl postarat a zajistit jim dobrý vstup do života, proto se rozhodne uzavřít pojištění. V pojišťovně mu poradce nabídne následující varianty:

- I. Úrazové pojištění v tomto rozsahu: pojistná částka pro případ smrti z jakýchkoliv příčin 10 000,- Kč, pojistná částka pro případ smrti následkem úrazu 575 000,- Kč, pojistná částka pro případ trvalých následků úrazem 1 045 000,- Kč. Měsíční pojistné činí 724,- Kč po dobu 40 let. Vypočítejte, kolik korun by Sára musela zaplatit, kdyby nebyla pojištěna.
- II. Rizikové životní pojištění na pojistnou částku 1 100 000,- Kč s měsíčním pojistným 536,- Kč po dobu 15 let.
- III. Kapitálové životní pojištění (pro případ smrti a dožití, poměr 1:1) s pojistnou částkou 981 000,- Kč, s měsíčním pojistným 4 731,- Kč a dobou pojištění 20 let.

Jakou variantu byste panu Klejnovi doporučili?

Poznámka:

Příklad byl namodelován za pomoci poradce společnosti Kooperativa (www.koop.cz)

V případě úrazového pojištění by pan Klejn byl dobře pojištěn pro případ smrti následkem úrazu (575 000 Kč) a pro případ trvalých následků úrazem (1 045 000 Kč). Ale pokud by zemřel z jakýchkoliv příčin, dostanou vyplaceno jeho dcery pouze 10 000 Kč, což by pro zaopatření obou dcer rozhodně nestačilo. Navíc tento druh pojištění neobsahuje spořicí složku, takže pokud by se pan Klejn dožil do konce pojištění, nedostane od pojišťovny nic. Úrazové pojištění přijde pana Klejna za 40 let na $12 \cdot 40 \cdot 724 = 347\,520$ Kč.

Pokud by uzavřel rizikové pojištění a během 15 let by zemřel, tak pojišťovna garantuje vyplacení pro jeho dcery 1 100 000 Kč. Ovšem pokud by pan Klejn dožil do konce pojištění, nedostane od pojišťovny nic, protože tento druh pojištění neobsahuje spořicí složku. Za rizikové pojištění by zaplatil za 15 let $12 \cdot 15 \cdot 536 = 96\,480$ Kč.

Kapitálové životní pojištění pro případ smrti a dožití (1 : 1) znamená pro pana Klejna, že pokud zemře do jeho ukončení, tak dcery dostanou od pojišťovny sjednanou pojistnou částku 981 000 Kč. Stejnou nebo i vyšší (při dobrém hospodaření pojišťovny) částku obdrží pan Klejn při dožití do konce pojištění, protože kapitálové pojištění obsahuje i spořicí část. Za kapitálové životní pojištění zaplatí za 20 let $12 \cdot 20 \cdot 4\,731 = 1\,135\,440$ Kč.

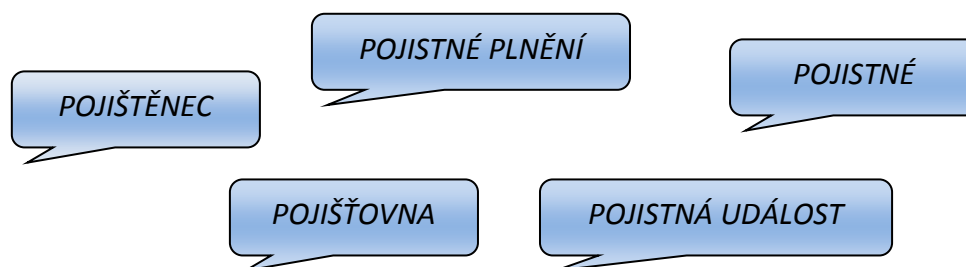
Samostatná varianta úrazového pojištění pro pana Klejna není příliš výhodná, protože kdyby zemřel z jakéhokoli jiného důvodu než je smrt způsobená úrazem, tak jeho dcery dostanou od pojišťovny pouze 10 000 Kč, které je nezajistí.

Pokud by se jednalo opravdu jen o případ zajištění budoucnosti svých dcer, stačila by kratší doba pojištění např. 15 let, kterou také pojišťovna nabízí za následujících podmínek - pojistná částka pro případ smrti z jakýchkoli příčin 10 000 Kč, pojistná částka pro případ smrti následkem úrazu 421 500 Kč, pojistná částka pro případ trvalých následků úrazem 673 000 Kč. Měsíční pojistné činí 380 Kč. V tomto případě by měl tuto variantu zkombinovat s rizikovým pojištěním, které by dcerám garantovalo pro případ smrti navíc 1 100 000 Kč. Což by znamenalo, že by měsíčně platil $380 + 335 = 715$ Kč. V případě smrti z jakýchkoli příčin by dcery dostaly $10\,000 + 1\,100\,000 = 1\,110\,000$ Kč, při smrti následkem úrazu dostanou $421\,500 + 1\,100\,000 = 1\,521\,500$ Kč a v případě trvalých následků úrazem 673 000 Kč.

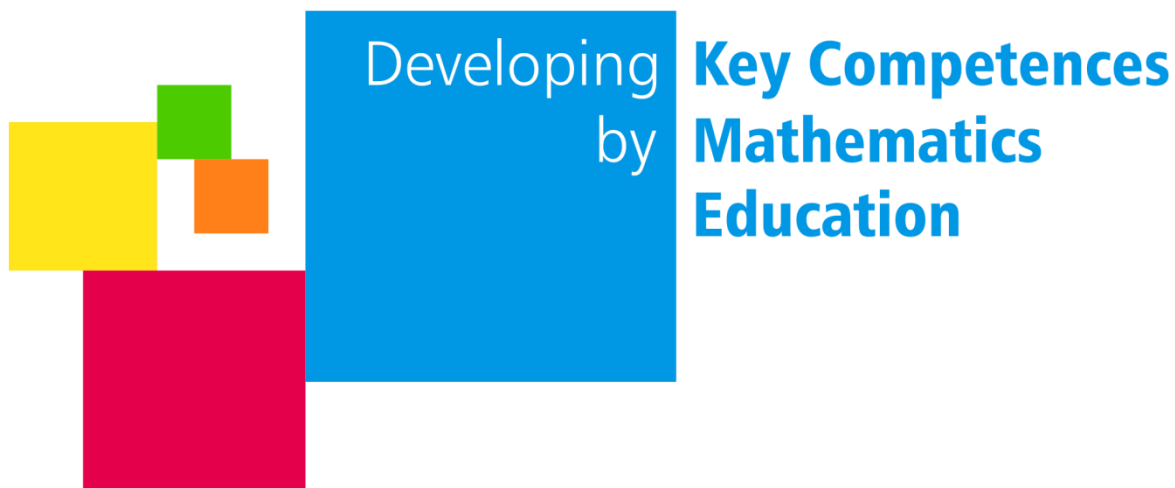
Trochu jinou alternativou může být pro pana Klejna kapitálové životní pojištění, které obsahuje i spořicí složku, která zaručuje, že pokud se dožije konce spoření, tak obdrží minimálně 981 000 Kč. Záleží, zda měsíční splátka ve výši 4 731 Kč nezatíží přesprávně rodinný rozpočet samoživitele s 2 dcerami. K pojištění by musel přidat ještě produkt na krytí rizika při dlouhodobé nebo trvalé neschopnosti vydělávat pro případ úrazu. Výhodou tohoto druhu pojištění je daňová uznatelnost. Ročně si může od základu daně odečíst 12 000,- Kč, tzn., že za rok by ušetřil $12\,000 \cdot 0,15 = 1\,800$ Kč. Za 20 let by daňová úspora činila $1\,800 \cdot 20 = 45\,000$ Kč. Daňová uznatelnost je jediné možná, kdyby v době výplaty pojištění panu Klejnovi bylo 60 a více let, tzn., pojistku by musel prodloužit minimálně o 5 let, další podmínky daňové znatelnosti (doba pojištění minimálně 5 let, minimální pojistná částka 70 000 Kč, osoba pojištěného je shodná s osobou plátce pojištění a plátce daně z příjmu) splňuje. Daňová uznatelnost u předcházejících dvou produktů (úrazové a rizikové pojištění) není možná.

5. ÚKOL:

Z přesmyček v bublinách vytvořte slova, která se týkají pojištění, a poté z těchto slov vytvořte příběh.



- pojištěnec = osoba, která uzavírá pojištění
- pojišťovna = společnost, která nabízí pojištění
- pojistné plnění = částka, kterou pojišťovna vyplácí v případě pojistné události
- pojistné = pravidelná platba (částka) za poskytování pojištění
- pojistná událost = událost, při které vzniká nárok na pojistné plnění



Práva spotřebitele

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák získá obecné informace týkající práv spotřebitele, reklamace a nežádoucích nabídek, ví, jak se bránit nežádoucím nabídkám, dokáže tyto podezřelé nabídky vyhodnotit a je obeznámen s možnými dopady při uzavření smlouvy, dokáže aplikovat svá práva spotřebitele v běžném životě – vrácení zboží, reklamace, ...

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí, řešení lineárních rovnic, procenta, práce s odbornou literaturou a internetovými zdroji

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí problematickou situaci, do které se může dostat a na základě svých znalostí ji správně vyřeší
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulatory (počítače, tablety), interaktivní tabule, zákon o ochraně spotřebitele a občanský zákoník

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje čtyři cvičení se zaměřením na ochranu práv spotřebitele, reklamaci, klamavé obchodní praktiky a reklamu.

První cvičení se zaměřuje na reklamaci zboží (lhůty spojené s reklamací, možnost reklamování jakéhokoliv zboží včetně potravin, postup spojený s reklamací a doklady nutné k reklamaci). Úkolem žáků je zpracovat cvičení ve skupinách cca po 4. Pomocí Internetu, zákona o ochraně spotřebitele a občanského zákoníku vyberou správnou variantu. Zároveň žáky seznámíme se zákonem o ochraně spotřebitele a občanským zákoníkem, ve kterých mohou žáci najít potřebné informace nejen k správnému vyřešení tohoto cvičení, ale i pokud budou v běžném životě potřebovat nějaké zboží reklamovat.

Druhé cvičení mohou žáci vyplnit intuitivně. Jde především o to, aby si žáci uvědomili všechny možné praktiky, které prodejci využívají při nabídce svého zboží. Po tomto cvičení následuje ve třídě diskuze, kdy žáci mluví o tom, kde se s těmito praktikami již setkali, jaké jsou jejich zkušenosti a vymýšlejí další praktiky, které prodejci využívají.

Ve třetím cvičení žáci hledají slova, která souvisejí s ochranou práv spotřebitele. Po vypracování cvičení žáci diskutují ve dvojicích o tom, jak dané slovo s ochranou práv souvisí.

Poslední cvičení se zabývá aktuálním problémem množstevních slev a výhodných balení. Lidé se každodenně setkávají s těmito nabídkami, a proto je nutné, aby žáci dokázali vyhodnotit, zda se opravdu jedná o výhodný nákup nebo jde jen o nekalou praktiku, která „se tváří“ jako výhodná.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Škrtni nesprávné řešení.

- a) Minimální / maximální záruční doba spotřebního zboží je 2 roky.
- b) K reklamaci je / není nutné předložit záruční list.
- c) Účtenka musí / nemusí být potvrzena razítkem a podpisem prodávajícího.
- d) Reklamovat zakoupené zboží musíme / nemusíme zakoupit jen na prodejně, kde jsme zboží zakoupili.
- e) Náklady spojené s reklamací hradí / nehradí zákazník.
- f) Maximální lhůta na vyřízení reklamace je 30 dní / 60 dní.
- g) Zboží zakoupené na internetu můžeme / nemůžeme reklamovat.
- h) Maximální záruční doba potravin je 1 týden / 8 dní.
- i) Tzv. mokré potraviny lze / nelze prodávat po datu spotřeby.
- j) Tzv. suché potraviny musí být označeny datem spotřeby / minimální trvanlivostí.

2. ÚKOL:

Z nabídky nekalých obchodních praktik vyberte tu, která odpovídá výroku v tabulce, a do tabulky napište písmeno, kterým je praktika označena.

- A. Škrty cen na cenovkách
- B. Informace o časové a množstevní omezenosti nabídky
- C. Nevyžádaná nabídka zboží
- D. Oznámení o výhře
- E. Manipulace reklamou



Situace	Nekalá praktika
„Gratulujeme k výhře!“	
„Platí už jen 3 dny.“	
„Nabízíme vám velmi výhodnou nabídku,...“	
„I vy musíte mít nové farby, se kterými si budete hrát s kamarády.“	
„Můžeme Vám nabídnout naši skvělou akci.“	
„3 za cenu 2.“	
„ 800 Kč ; Nyní jen 699 Kč.“	

3. ÚKOL:

Vyberte pojmy, které souvisejí s ochranou práv spotřebitele a z písmen, která jsou na začátku vybraných bublin, sestavte slovo, které souvisí s ochranou práv spotřebitele, a vysvětlete jej.



.....

.....

.....

.....

.....

4. ÚKOL:

Vysvětlíte rozdíl mezi množstevní slevou a výhodným balením a napište, jaká úskalí jsou s nimi spojeny pro spotřebitele. V níže uvedených případech rozhodněte, zda se jedná o množstevní slevu či výhodné balení a zda je pro spotřebitele nákup výhodný (palec nahoru) či nevýhodný (palec dolů).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- a) 80 g čokoládová sušenka stojí 12 Kč. Nyní prodejce nabízí sušenku o 25% větší za 16 Kč.



- b) Za jeden pytlík bonbonů zaplatíme 24 Kč. Během akční nabídky za tři stejné pytlíky zaplatíme 70 Kč.



- c) Balení 4 muffinů s ořechy si můžeme koupit za 78 Kč. Ovšem 6 muffinů s ořechy můžeme mít již za 120 Kč.



- d) Za džus o objemu 600 ml zaplatíme 34 Kč. Za zvýhodněné balení džusu (1000 ml) zaplatíme jen 58 Kč.



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Škrtni nesprávné řešení.

- a) ~~Minimální~~ / maximální záruční doba spotřebního zboží je 2 roky.
- b) K reklamaci ~~je~~ / není nutné předložit záruční list.
- c) Účtenka musí / ~~nemusí~~ být potvrzena razítkem a podpisem prodávajícího.
- d) Reklamovat zakoupené zboží ~~musíme~~ / nemusíme zakoupit jen na prodejně, kde jsme zboží zakoupili.
- e) Náklady spojené s reklamací ~~hradí~~ / nehradí zákazník.
- f) Maximální lhůta na vyřízení reklamace je 30 dní / ~~60 dní~~.
- g) Zboží zakoupené na internetu můžeme / ~~nemůžeme~~ reklamovat.
- h) Maximální záruční doba potravin je ~~1 týden~~ / 8 dní.
- i) Tzv. mokré potraviny ~~lze~~ / nelze prodávat po datu spotřeby.
- j) Tzv. suché potraviny musí být označeny ~~datem spotřeby~~ / minimální trvanlivostí.

2. ÚKOL:

Z nabídky nekalých obchodních praktik vyberte tu, která odpovídá výroku v tabulce, a do tabulky napište písmeno, kterým je praktika označena.

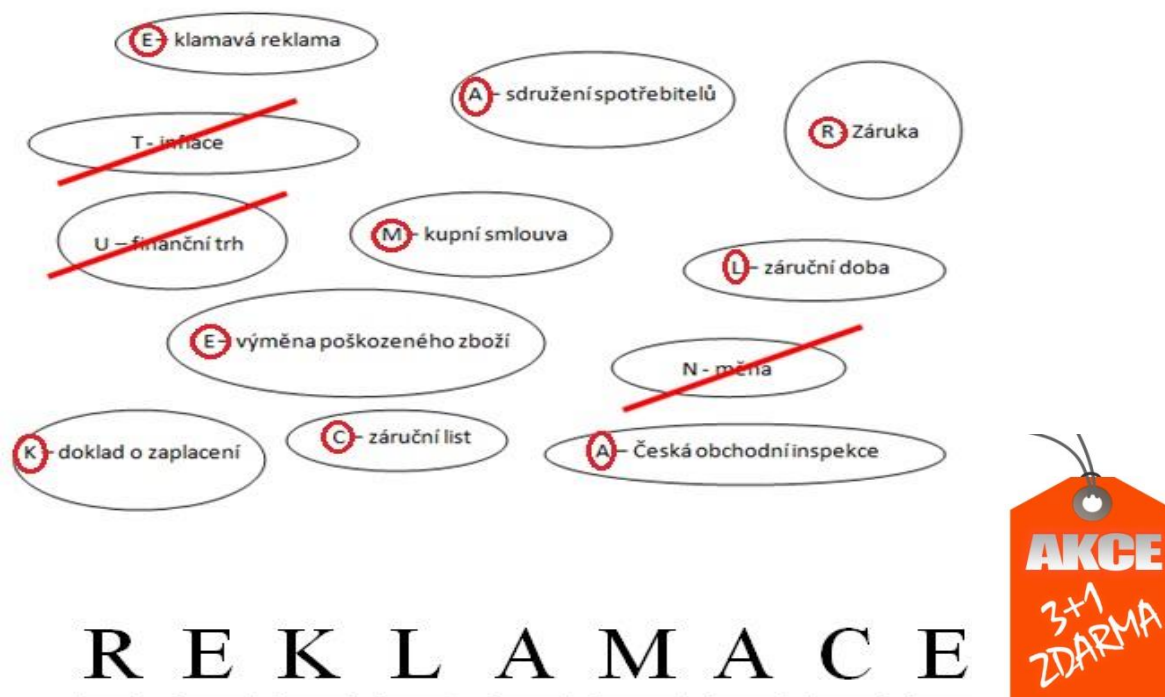
- A. Škrty cen na cenovkách
- B. Informace o časové a množstevní omezenosti nabídky
- C. Nevyžádaná nabídka zboží
- D. Oznámení o výhře
- E. Manipulace reklamou



Situace	Nekalá praktika
„Gratulujeme k výhře!“	D
„Platí už jen 3 dny.“	B
„Nabízíme vám velmi výhodnou nabídku,...“	E
„I vy musíte mít nové farby, se kterými si budete hrát s kamarády.“	E
„Můžeme Vám nabídnout naši skvělou akci.“	C
„3 za cenu 2.“	B
„ 800 Kč ; Nyní jen 699 Kč.“	A

3. ÚKOL:

Vyberte pojmy, které souvisejí s ochranou práv spotřebitele a z písmen, která jsou na začátku vybraných bublin, sestavte slovo, které souvisí s ochranou práv spotřebitele, a vysvětlete jej.



4. ÚKOL:

Vysvětlete rozdíl mezi množstevní slevou a výhodným balením a napište, jaká úskalí jsou s nimi spojeny pro spotřebitele. V níže uvedených případech rozhodněte, zda se jedná o množstevní slevu či výhodné balení a zda je pro spotřebitele nákup výhodný (palec nahoru) či nevýhodný (palec dolů).

Množstevní sleva – je sleva založená na koupi více kusů zboží a z toho zákazník dostává lepší cenu za jeden kus zboží, např. jeden kus limonády stojí 20 Kč, ale pokud si těchto limonád koupíme šest, zaplatíme za ně 110 Kč, což znamená, že jsme ušetřili za nákup 10 Kč, tzn. jedna limonáda nás stála 18,33 Kč.

Výhodné balení – výhodná cena je spojena s nákupem většího množství (počtu kusů, hmotnosti) v rámci jednoho balení. Za balení masa o hmotnosti 500 g zaplatíme 75 Kč, za zvýhodněné balení o 50% více zaplatíme 125 Kč. Pokud využijeme toto větší zvýhodněné balení, tak na stejném množství masa ušetříme 25 Kč, než kdybychom si koupili 2 ks balení masa o hmotnosti 500 g.

- a) 80 g čokoládová sušenka stojí 12 Kč. Nyní prodejce nabízí sušenku o 25% větší za 16 Kč.



- b) Za jeden pytlík bonbonů zaplatíme 24 Kč. Během akční nabídky za tři stejné pytlíky zaplatíme 70 Kč.

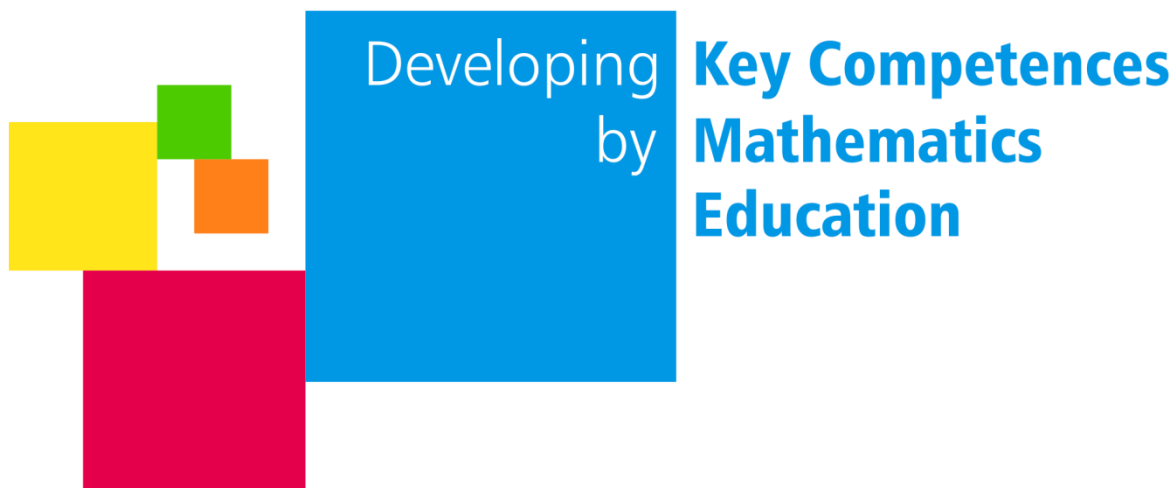


- c) Balení 4 muffinů s ořechy si můžeme koupit za 78 Kč. Ovšem 6 muffinů s ořechy můžeme mít již za 120 Kč.



- d) Za džus o objemu 600 ml zaplatíme 34 Kč. Za zvýhodněné balení džusu (1000 ml) zaplatíme jen 58 Kč.





Práva spotřebitele, reklama

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák by měl získat obecné informace týkající práv spotřebitele, reklamace, nežádoucích nabídek a reklamy, ví, jak se bránit nežádoucím nabídkám, dokáže tyto podezřelé nabídky vyhodnotit a je obeznámen s možnými dopady při uzavření smlouvy, dokáže aplikovat svá práva spotřebitele v běžném životě – vrácení zboží, reklamace, ...

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí, řešení lineárních rovnic, práce s odbornou literaturou a internetovými zdroji

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák si uvědomuje vliv reklamy, dokáže ji vyhodnotit a nevhodné nabídky odmítnout, je schopen uplatnit reklamaci poškozeného zboží
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulačky (počítače, tablety), interaktivní tabule, zákon o ochraně spotřebitele a občanský zákoník

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje 7 cvičení a aktivit zaměřených na ochranu práv spotřebitele, reklamaci, klamavé obchodní praktiky a reklamu.

První cvičení se zaměřuje na reklamu. Cílem cvičení je, aby si žáci uvědomovali, že reklama je všude kolem nás – reklamní letáky nacházíme v našich poštovních schránkách, reklamní billboardy nás provázejí cestou do práce, v televizi a rádiích stále vysílají reklamy, na Internetu vyskakují reklamní okna. Reklama nás ovlivňuje každý den a na každém kroku, proto je nezbytné, aby žáci dokázali tyto nabídky vyhodnotit a odmítnout je.

Další cvičení navazuje na to předchozí. Žáci v něm vymýšlejí, jaké všechny možné způsoby prodeje využívají, aby své zboží prodali. Často k zatraktivnění svých nabídek využívají nekalé obchodní postupy.

Třetí cvičení se zaměřuje na reklamaci zboží (lhůty spojené s reklamací, možnost reklamování jakéhokoliv zboží včetně potravin, postup spojený s reklamací a doklady nutné k reklamaci). Žáci si ve cvičení zahrají na učitele, kteří mají najít chyby a ty následně opravit. Zároveň tento úkol můžeme využít k tomu, abychom žáky seznámili se zákonem o ochraně spotřebitele a občanským zákoníkem, ve kterých mohou žáci najít potřebné informace nejen k správnému

vyřešení tohoto cvičení, ale i pokud budou v běžném životě potřebovat nějaké zboží reklamovat.

Čtvrté cvičení zadáme žákům za domácí úkol. Mají vytvořit vlastní reklamu, využít k tomu mohou různé techniky zpracování – koláž, prezentaci, scénku. Důležité je, aby zboží představili v superlativech a zbytek třídy si díky tomu uvědomoval, jaké existují různé vtíravé a líbivé techniky nabídky a než si produkt koupí, tak je vhodné si o něm zjistit co nejvíce podrobností z nezávislého zdroje.

Páté cvičení navazuje na předešlá cvičení a uvádí ilustrace nekalých praktik v praxi. Zde je vhodné vrátit se ke druhému cvičení, kde žáci měli napsat, jaké techniky prodejci využívají, aby své zboží prodali a uvést ke všem příkladům, které výše vymysleli, situaci z běžného života, kde se s takovým jednáním prodejců mohou setkat a jak by je řešili.

Šesté cvičení žáky seznamuje s reklamačními lhůtami. Dozvídají se v něm, co všechno lze reklamovat a jak dlouhou dobu po zakoupení zboží se na něj vztahuje možnost reklamace.

Poslední cvičení se zabývá aktuálním problémem půjčování peněz. Žáci díky němu umí zhodnotit situaci a rozhodnout se, zda opravdu půjčku potřebují. Cvičení je upozorňuje na možná rizika spojená s půjčováním peněz, smlouvami a nutností půjčku splácet.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST



1. ÚKOL:

Napište, kde všude se setkáváte s reklamou.

.....

.....

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Jaké obchodní praktiky (někdy i nekalé) používají prodejci, aby jejich zisk byl co největší?

.....

.....

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Pokud jsou následující tvrzení chybná, chybu opravte a správné tvrzení napište.

a) Za kvalitu výrobku nese zodpovědnost majitel zboží.

.....

b) Záruční doba je delší u potravin než spotřebitelského zboží.

.....

- c) O rozsahu, podmínkách a způsobu reklamace se musí zákazník informovat sám u výrobce nebo na internetu.

.....

- d) Zákazník při uplatnění reklamace musí předložit doklad o zaplacení a záruční list.

.....

- e) Pokud prodávající postupoval při reklamaci špatně, můžeme se obrátit na Státní zemědělskou a potravinářskou inspekci.

.....

- f) Reklamace spotřebního zboží musí být vyřízena do 30 dní.

.....

- g) Zboží můžeme reklamovat jen v prodejně, kde jsme výrobek zakoupili.

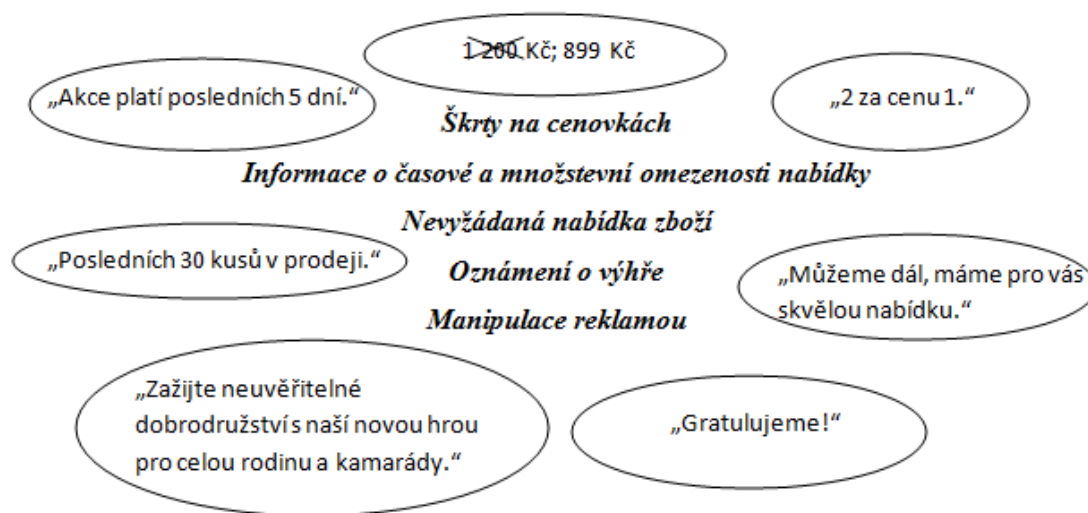
.....

4. ÚKOL:

Ve dvojicích zpracujte co nejlepší reklamu na zvolený produkt, letní dovolenou, ...

5. ÚKOL:

Pospojujte odpovídající výroky a nekalé obchodní praktiky.



6. ÚKOL:

Doplňte číselné údaje z obláčků do textu týkajícího se reklamačních lhůt.



Od smlouvy při nákupu přes Internet nebo zásilkový obchod můžeme odstoupit do dní, pokud ovšem uzavřeme smlouvu mimo obvyklé prodejní prostory (např. podomní prodej) lze od smlouvy odstoupit jen do dní. Konec standardní záruční lhůty je roky. Při koupi zvířete je záruční doba omezena na měsíců.



7. ÚKOL:

Půjčování peněz – napište, na co si musíme dát pozor při půjčování peněz a co si musíme rozmyslet a zvážit než si peníze půjčíme.

[illegible]

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ



1. ÚKOL:

Napište, kde všude se setkáváte s reklamou.

Reklama je všude kolem nás – reklamní letáky nacházíme v našich poštovních schránkách, reklamní billboardy nás provázejí cestou do práce, v televizi, rádiích stále vysílají reklamy, na Internetu vyskakují reklamní okna. Reklama nás ovlivňuje každý den a na každém kroku proto je nezbytné, aby žáci dokázali tyto nabídky vyhodnotit a odmítnout je.

2. ÚKOL:

Jaké obchodní praktiky (někdy i nekalé) používají prodejci, aby jejich zisk byl co největší?

- škrty na cenovkách,
- podomní prodej,
- prodej po telefonu, pomocí SMS, ...
- přesvědčovací techniky,
- předváděcí akce,
- klamavé faktury,
- nabídky „zadarmo“,
- informace o časové a množstevní omezenosti nabídky,
- nevyžádaná nabídka zboží a služeb,
- oznámení o výhře,
- manipulace reklamou, ...

3. ÚKOL:

Pokud jsou následující tvrzení chybná, chybu opravte a správné tvrzení napište.

- a) Za kvalitu výrobku nese zodpovědnost majitel zboží.

Za kvalitu výrobku nese zodpovědnost prodávající.

- b) Záruční doba je delší u potravin než spotřebitelského zboží.

Záruční doba je kratší u potravin než spotřebitelského zboží.

- c) O rozsahu, podmínkách a způsobu reklamace se musí zákazník informovat sám u výrobce nebo na internetu.

O rozsahu, podmínkách a způsobu reklamace se musí zákazníka informovat prodejce.

- d) Zákazník při uplatnění reklamace musí předložit doklad o zaplacení a záruční list.

Zákazník při uplatnění reklamace musí předložit jen doklad o zaplacení.

- e) Pokud prodávající postupoval při reklamaci špatně, můžeme se obrátit na Státní zemědělskou a potravinářskou inspekci.

Pokud prodávající postupoval při reklamaci špatně, můžeme se obrátit na Českou obchodní inspekci.

- f) Reklamace spotřebního zboží musí být vyřízena do 30 dní.

Správně

- g) Zboží můžeme reklamovat jen v prodejně, kde jsme výrobek zakoupili.

Zboží můžeme reklamovat v jakékoliv prodejně téže firmy, kde jsme výrobek zakoupili.

4. ÚKOL:

Ve dvojicích zpracujte co nejlepší reklamu na zvolený produkt, letní dovolenou, ...

5. ÚKOL:

Pospojujte odpovídající výroky a nekalé obchodní praktiky.



6. ÚKOL:

Doplňte číselné údaje z obláčků do textu týkajícího se reklamačních lhůt.



Od smlouvy při nákupu přes Internet nebo zásilkový obchod můžeme odstoupit do **14** dní, pokud ovšem uzavřeme smlouvu mimo obvyklé prodejní prostory (např. podomní prodej) lze od smlouvy odstoupit jen do **7** dní. Konec standardní záruční lhůty je **2** roky. Při koupi zvířete je záruční doba omezena na **6** měsíců.

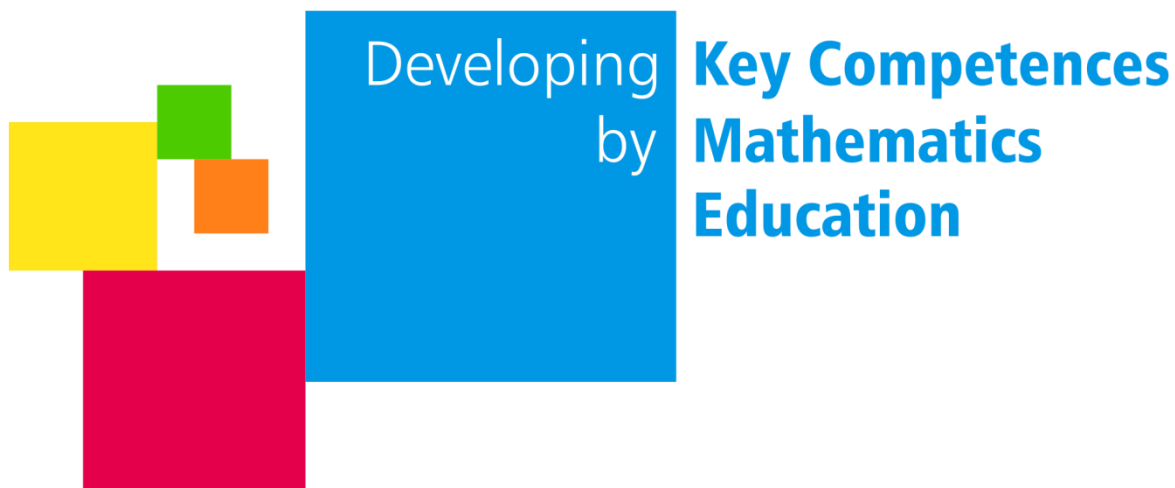


7. ÚKOL:

Půjčování peněz – napište, na co si musíme dát pozor při půjčování peněz a co si musíme rozmyslet a zvážit než si peníze půjčíme.



Předtím než si půjčíme peníze, měli bychom se sami sebe zeptat, zda opravdu si potřebujeme peníze půjčit, zda nemůžeme najít jiné řešení než je půjčka. Sice úvěrem můžeme rychle a poměrně snadno získat i větší obnos peněz, ale stále musíme mít na paměti, že zaplatíme mnohem více než jen půjčenou částku, ale také RPSN. Pokud si opravdu musíme vzít půjčku, měli bychom předtím prozkoumat trh (zjistit za jakých podmínek nám společnost úvěr poskytne, porovnávat nabídky podle RPSN,...). Důležité je smlouvu před uzavřením důkladně prostudovat včetně všech částí a příloh, na které odkazuje. Musíme si dát pozor na výši částky, kterou od společnosti dostaneme a na splátky, které budeme muset platit, obzvlášť zda je uvedena výše poslední splátky. Jeden z nejdůležitějších bodů ve smlouvě je možnost úpravy podmínek při neschopnosti splácet (zdravotní problémy, ztráta zaměstnání, nenadálé výdaje). Pokud je smlouva podezřelá třeba i pro příliš jednoduché získání úvěru, je lepší ji neuzavírat.



Splátkový prodej

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák je schopen porovnat a rozhodnout o výhodnosti splátkového prodeje a spotřebitelského úvěru, prohlubuje své znalosti práce s tabulkami, orientuje se mezi variantami splátkového prodeje, dle situace je dokáže zhodnotit a rozhodnout vhodnější nabídku

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí a matematické gramotnosti, řešení lineárních rovnic, procenta

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí variantu splátkového prodeje a dle situace rozhoduje, jaká nabídka je vhodnější (výhodnější)
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhazuje své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulačky (počítače, tablety), interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje šest cvičení se zaměřením na splátkový prodej a na porovnávání se spotřebitelskými úvěry.

První cvičení nejprve žáci vyplní dle svých představ a zkušeností o splátkovém prodeji, svá tvrzení mohou doplnit o informace, které najdou na Internetu. Poté následuje společný brainstorming, na základě něhož si žáci do svých listů dopíší další informace, které uvedli jejich spolužáci, či doplnil vyučující.

Ve druhém cvičení se žáci seznámí s nabídkami obchodních společností. Toto cvičení zadáme za domácí úkol. Žáci hledají na Internetu nebo se přímo chodí ptát do obchodních společností a snaží se zjistit, jaké varianty společnosti nabízejí svým klientům. Úkol za a) vede žáky ke zjištění, že za splátkový prodej zaplatí výrazně více, než je původní cena při okamžitém zaplacení. Tento fakt dokládá ukazatel RPSN, který nemusejí u všech produktů společnosti uvádět, a tak jej žáci musí dopočítat. Žáci také mohou zjistit, že stejné společnosti nabízejí několik variant splátkového prodeje a vybírají si dle možností a schopností splácet úvěr.

3. cvičení zařadíme po probrání variant splátkového prodeje a žákům by mělo pomoci uvědomit si propojenost variant a společných znaků (např. akontaci OKč spojí s variantami „ZDARMA 6“ a zároveň s „0% + 11x10%“).

Ve čtvrtém cvičení vyplňují žáci chybějící údaje v tabulce, čímž prokazují pochopení jednotlivých charakteristik, které jsme uvedli v předešlém výkladu. V případě nutnosti se mohou poradit se svým sousedem v lavici nebo najít chybějící informace ve svém sešitě.

V poslední dvou cvičení této kapitoly porovnávají účelový spotřebitelský úvěr a splátkový prodej a po jeho vyplnění samostatně rozhodnou, v jakém případě využijí splátkový prodej a v jakém je výhodnější účelový spotřebitelský úvěr.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Napište, co je to splátkový prodej a uveďte příklady zboží, které můžete pořídit na základě splátkového prodeje.

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

V obchodě nebo na internetu zjistěte a запиšte do následující tabulky varianty splátkového prodeje.

Obchod a zboží nebo služba		
Výše splátky (v Kč)		
Počet splátek		
Délka splátek		
Akontace		
RPSN		
Celková cena při platbě na splátky		
Cena při platbě ihned		

a) Vypočítejte, o kolik více korun zaplatíte, pokud zvolené zboží nebo službu si vezmete na splátky.

.....

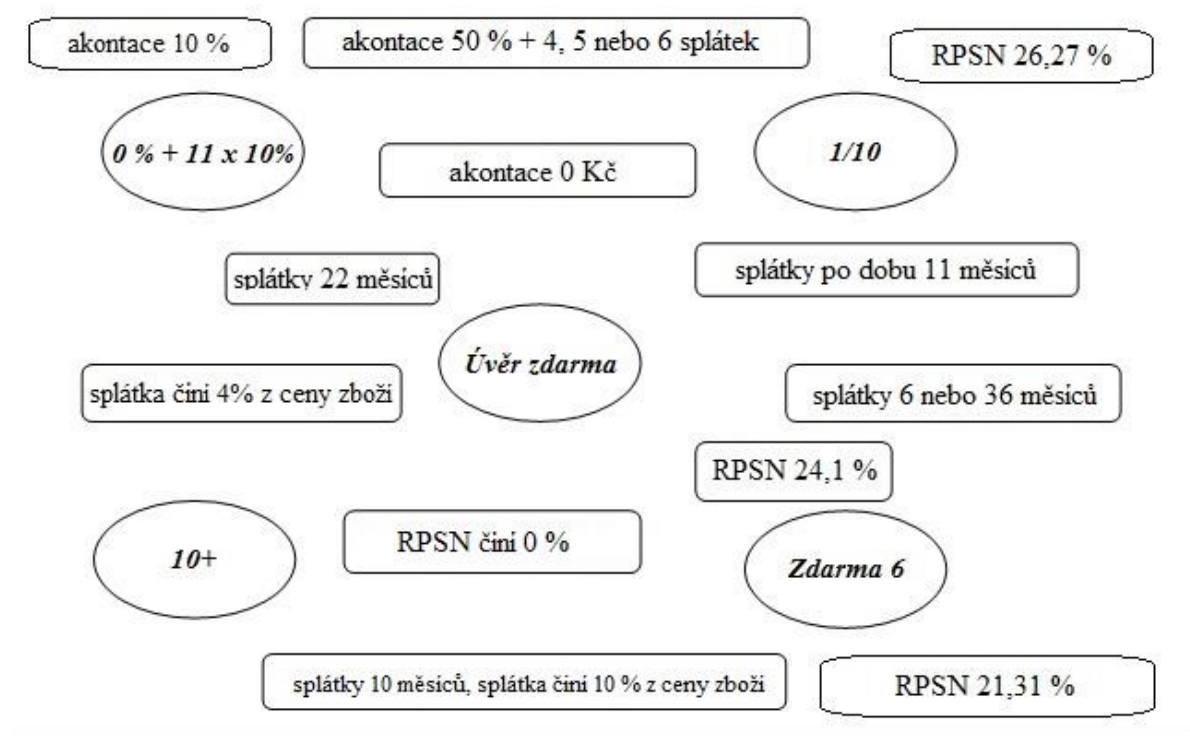
.....

.....

- b) Zjištěné údaje porovnejte se svými spolužáky. A rozhodněte, kdo našel nejvýhodnější a kdo nejméně výhodnou nabídku.

3. ÚKOL:

Přiřaďte k variantám prodeje na splátky jednotlivé vlastnosti (bubliny s vlastnostmi mohou být spojeny s více různými variantami splátkového prodeje).



4. ÚKOL:

Petr dnes píše test z finanční matematiky a jeden ze zadaných úkolů je následující:

Na základě svých znalostí splátkového prodeje doplňte chybějící údaje v tabulce:

Navýšení/varianty	1/10	10 +	0 % + 11 x 10%	Zdarma 6
Vypůjčená částka	10 000 Kč	34 000 Kč		100 000 Kč
Akontace		3 400 Kč		
Měsíční splátka				
Doba splatnosti		22 měsíců	11 měsíců	36 měsíců
Celkem k zaplacení				
Navýšení	11 000 – 10 000 = 1 000 Kč		85 800 – 78 000 = 7 800 Kč	
RPSN	26,27 %		21,31 %	

Pomozte Petrovi tabulku vyplnit.

5. ÚKOL:

Do následující tabulky napište výhody a nevýhody splátkového prodeje ve srovnání s účelovým spotřebitelským úvěrem.

Splátkový prodej	Účelový spotřebitelský úvěr
Výhody:	Výhody:
Nevýhody:	Nevýhody:

6. ÚKOL:

Napište, v jakých situacích byste se rozhodli pro splátkový prodej a v jakých případech by pro vás byl výhodnější účelový spotřebitelský úvěr.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Napište, co je to splátkový prodej a uveďte příklady zboží, které můžete pořídit na základě splátkového prodeje.

Při nedostatku financí se využívá splátkový prodej k snadnému nákupu požadovaného zboží. Zákazník zaplatí jen určitou procentní část (akontace) z celkové hodnoty zboží. Akontace nejčastěji činí kolem 10% z celkové částky - liší se dle výše úvěru a podmínek vybrané splátkové společnosti, při úvěru do 20 000 Kč může být akontace i 0 %. A zbytek celkové sumy je uhrazen pomocí splátek. Princip tohoto nákupu spočívá v odkoupení požadovaného zboží splátkovou společností, která nám ji odprodá na základě uzavřené smlouvy v obchodu. Úvěr je poskytnut občanu ČR staršímu 18-ti let s trvalým pracovním poměrem, k uzavření smlouvy je zapotřebí doložení pouze 2 dokladů totožnosti.

Splátkový prodej se nejčastěji používá k nákupu elektroniky, spotřebního zboží, nábytku,...

2. ÚKOL:

V obchodě nebo na internetu zjistěte a запиšte do následující tabulky varianty splátkového prodeje.

Obchod a zboží nebo služba	OKAY/Lenovo MiiX (tablet)	Electro World/ Samsung S6 (mobilní telefon)
Výše splátky (v Kč)	917 Kč	1 593 Kč
Počet splátek	24	15
Délka splátek	2 roky	15 měsíců
Akontace	0%	0%
RPSN	25,66%	33,67%
Celková cena při platbě na splátky	22 008 Kč	23 895 Kč
Cena při platbě ihned	17 499 Kč	19 799 Kč

- a) Vypočítejte, o kolik více korun zaplatíte, pokud zvolené zboží nebo službu si vezmete na splátky.

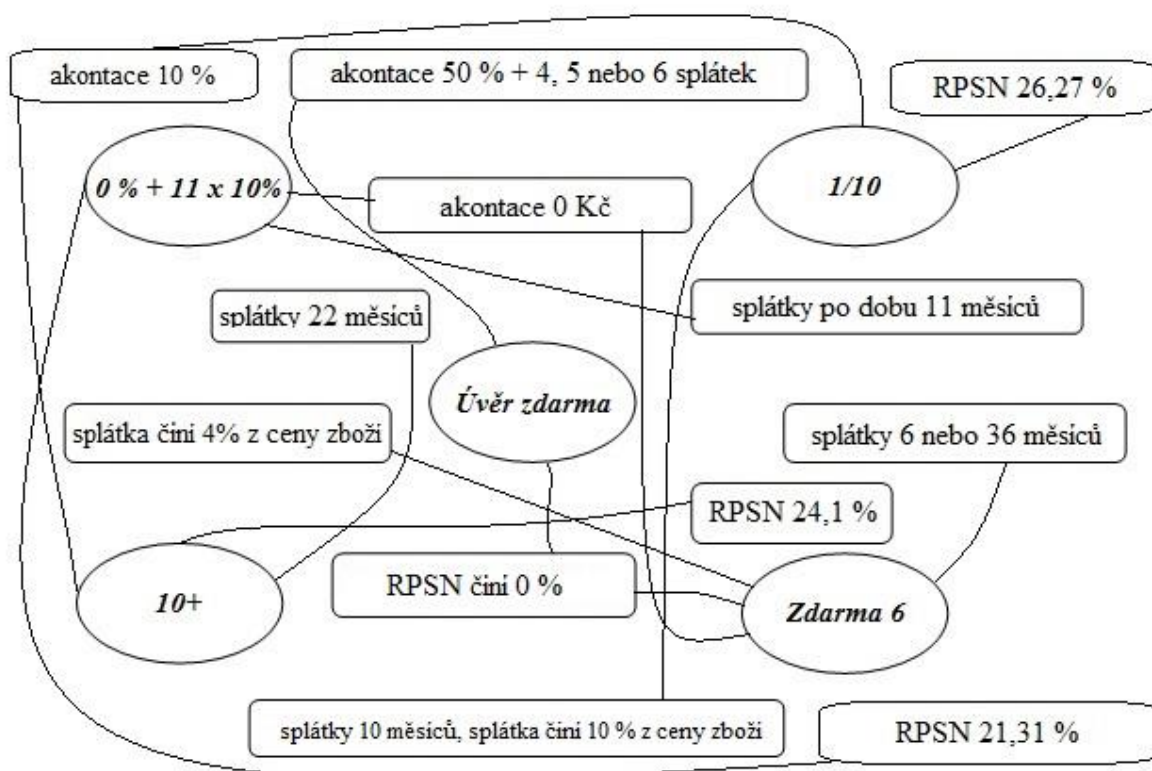
Pokud si vezmeme tablet na splátky, zaplatíme o 4 509 Kč více ($22\,008 - 17\,499 = 4\,509$ Kč), cenu mobilního telefonu přeplatíme o 4 096 Kč, pokud si jej vezmeme na splátky.

- b) Zjištěné údaje porovnejte se svými spolužáky. A rozhodněte, kdo našel nejvýhodnější a kdo nejméně výhodnou nabídku.

O výhodnosti nabídek jednotlivých společností rozhodneme na základě RPSN. Žáci také mohou zjistit, že stejné společnosti nabízejí několik variant splátkového prodeje a vybírají si dle možností a schopností splácet úvěr.

3. ÚKOL:

Přiřaďte k variantám prodeje na splátky jednotlivé vlastnosti (bubliny s vlastnostmi mohou být spojeny s více různými variantami splátkového prodeje).



4. ÚKOL:

Petr dnes píše test z finanční matematiky a jeden ze zadaných úkolů je následující:

Na základě svých znalostí splátkového prodeje doplňte chybějící údaje v tabulce:

Navýšení/varianty	1/10	10 +	0 % + 11 x 10%	Zdarma 6
Vypůjčená částka	10 000 Kč	34 000 Kč	78 000 Kč	100 000 Kč
Akontace	$0,1 \cdot 10\,000$ = 1 000 Kč	3 400 Kč	0 Kč	0 Kč
Měsíční splátka	$0,1 \cdot 10\,000$ = 1 000 Kč	$0,05 \cdot 34\,000$ = 1 700 Kč	$0,1 \cdot 78\,000$ = 7 800 Kč	$0,04 \cdot 100\,000$ = 4 000 Kč
Doba splatnosti	10 měsíců	22 měsíců	11 měsíců	36 měsíců
Celkem k zaplacení	$10 \cdot 1\,000$ + 1 000 = 11 000 Kč	$22 \cdot 1\,700$ + 3 400 = 40 800 Kč	$11 \cdot 7\,800 + 0$ = 85 800 Kč	$36 \cdot 4\,000 + 0$ = 144 000 Kč
Navýšení	$11\,000 - 10\,000$ = 1 000 Kč	$40\,800 - 34\,000$ = 6 800 Kč	$85\,800 - 78\,000$ = 7 800 Kč	$144\,000 - 100\,000 =$ 44 000 Kč
RPSN	26,27 %	24,14%	21,31 %	28,64%

Pomozte Petrovi tabulku vyplnit.

5. ÚKOL:

Do následující tabulky napište výhody a nevýhody splátkového prodeje ve srovnání s účelovým spotřebitelským úvěrem.

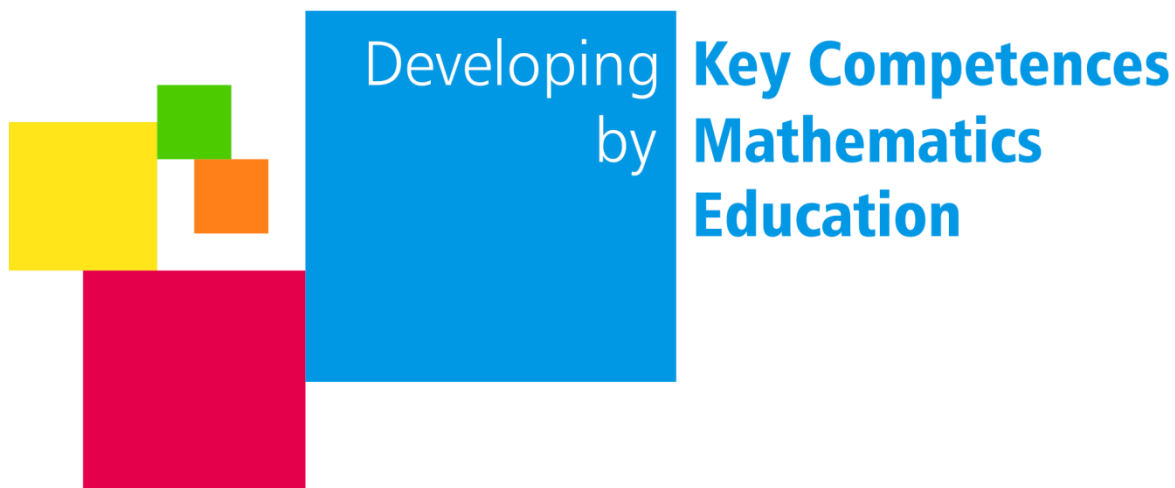
Splátkový prodej	Účelový spotřebitelský úvěr
Výhody: + snazší/rychlejší získání úvěru + varianty s nulovým navýšením + možnost uzavření přímo na prodejně	Výhody: + větší maximální výše úvěru + delší doba splácení + nižší úroková sazba/ RPSN
Nevýhody: - nižší maximální výše úvěru - kratší doba splácení - vyšší úroková sazba/RPSN	Nevýhody: - nutnost doložení více dokladů a potvrzení před získáním úvěru - účelovost úvěru - delší doba vyřízení žádosti

6. ÚKOL:

Napište, v jakých situacích byste se rozhodli pro splátkový prodej a v jakých případech by pro vás byl výhodnější účelový spotřebitelský úvěr.

Pro splátkový prodej se obvykle rozhodneme, pokud se bude jednat o nižší částky, kdy bude výhodné rychlé a snadné získání úvěru. Navíc pokud budeme schopni splácet a dodržet podmínky čerpání úvěru, tak je výhodné využít variant s nulovým navýšením.

Účelový spotřebitelský úvěr využijeme, pokud potřebujeme půjčit vyšší částku, kde se vyplatí delší doba splácení a obvykle nižší RPSN. Ovšem u účelového spotřebitelského úvěru musíme počítat s delší dobou schválení úvěru.



Splátkový prodej 2

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák je schopen porovnat a rozhodnout o výhodnosti splátkového prodeje a spotřebitelského úvěru, prohlubuje své znalosti v problematice nekalých nabídek při poskytování úvěrů, orientuje se mezi variantami splátkového prodeje, dle situace je dokáže zhodnotit a rozhodnout o vhodnější nabídce

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí a matematické gramotnosti, řešení lineárních rovnic, procenta

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí variantu splátkového prodeje a dle situace rozhoduje, jaká nabídka je vhodnější (výhodnější)
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulačky (počítače, tablety), interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje čtyři cvičení se zaměřením na splátkový prodej, na porovnávání se spotřebitelskými úvěry a na rozpoznání nekalých nabídek při poskytování úvěrů.

Cílem prvního cvičení je upozornit žáky na možnosti zobrazování nabídek, a aby si uvědomili, že před podpisem smlouvy si musejí důkladně prostudovat celou nabídku a i smlouvu, kterou jim poskytovatel předkládá. Po cvičení může následovat diskuze, jestli se žáci s podobnými nabídkami již někde setkali.

Druhé cvičení seznamuje žáky s internetovými stránkami, které informují čtenáře o nekalých praktikách při poskytování úvěrů, upozorňují na méně důvěryhodné společnosti a zároveň čtenáři radí, jak vybrat vhodnou společnost.

Třetí cvičení slouží k zopakování variant splátkového prodeje a výběru nejvhodnější varianty. Ve druhé části úkolu musejí žáci vyřešit příklad z praxe, kdy vybírají pro pana Nováka nejvhodnější nabídku, která nejvíce vyhovuje jeho možnostem.

Ve čtvrtém cvičení musejí žáci na základě výpočtů rozhodnout o nejvýhodnější nabídce mezi bankovním spotřebitelským úvěrem, úvěrem od nebankovní společnosti a splátkovou společností.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

Vzhledem k časové náročnosti doporučujeme druhé a čtvrté cvičení zadat žákům za domácí úkol. U druhého cvičení, aby našli odpovědi na položené otázky, musejí projít celé stránky. Obdobně na poslední cvičení budou žáci potřebovat více času, aby vypočetli všechny tři nabídky a vybrali nejvýhodnější nabídku včetně vhodného zdůvodnění svého výběru.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Petru zaujala nabídka na následujícím reklamním letáku. Myslela si, že na začátku za mobil zaplatí 3 249 Kč a poté bude splácet až do cílové částky 7 899 Kč. Nijak nevěnovala pozornost, že částka v zeleném obdélníku se vztahuje k hotovostní úhradě celé částky najednou a pokud si mobilní telefon vezme na splátky, tak bude muset hned zaplatit 3 249 Kč a navíc po dobu 5 měsíců splácet 950 Kč.

- a) Vypočítejte, o kolik více Petra bude muset zaplatit za mobilní telefon na splátky, než kdyby uhradila celou částku hned.

.....

.....



- b) Určete, jaká je výše RPSN u této varianty splátkového prodeje.

.....

- c) Poradte Petře, na co si má dávat příště pozor, aby podobnou chybu neudělala znovu.

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Na stránkách Navigátoru bezpečného úvěru (www.navigátoruveru.cz) najděte odpovědi na následující otázky:

- a) Jaké jsou typické znaky „úvěrového predátora“?

.....

.....

.....

b) Jaké společnosti jsou z pohledu poskytování úvěrů nejdůvěryhodnější a jaké se chovají jako „úvěroví predátoři“ (jsou nejméně důvěryhodné)?

.....

.....

.....

c) Jak postupovat při výběru spotřebitelského úvěru a nenaletět?

.....

.....

.....

d) Co máte udělat, pokud se dostanete do problémů se splácením?

.....

.....

.....

e) Kolik Kč dlužily české domácnosti na konci roku 2014 na bankovních spotřebitelských úvěrech a kolik Kč na nebankovních spotřebitelských úvěrech?

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Pan Novák je náruživým divákem filmů, proto si chce pořídit nové domácí 3D kino. Až v prodejně zjistil, že vybraný model stojí 34 000,- Kč, což je více než předpokládal. V obchodě mu nabídli různé varianty splátkového prodeje.

- a) Určete, jaká z nabízených variant („1/10“, „10+“, „0 % + 11 x 10%“, „Zdarma 6“) by byla pro pana Nováka nejvýhodnější?

Navýšení/varianty	„1/10“	„10+“	„0 % + 11 x 10%“	„Zdarma 6“
Akontace				
Doba splatnosti				
Výše měsíční splátky				
Navýšení				
RPSN				

.....

.....

.....

- b) Rozhodněte, jaká varianta splátkového prodeje je pro pana Nováka vhodná, pokud víte, že vzhledem k jeho příjmu, je pro něho výhodnější splácet delší dobu nižší částky?

.....

.....

.....

4. ÚKOL:

Němcovi se rozhodli pro koupi nových kuchyňských elektrospotřebičů v celkové hodnotě 75 000,- Kč. Protože nečekali tak vysokou částku, chybí jim 35 000,- Kč, tuto částku mohou získat:

- I. Jako spotřebitelský úvěr od banky, s měsíční splátkou ve výši 820,- Kč, úrokovou mírou 5,39 %, dobou splatnosti 4 roky, poplatkem za schválení 400,- Kč a poplatkem za vedení účtu 30,- Kč měsíčně.
- II. Od nebankovní společnosti za následujících podmínek měsíční splátka 1 600,-Kč, dobou splatnosti 2 roky, poplatkem za schválení 500,- Kč a poplatkem za vedení účtu 100,- Kč měsíčně.
- III. Od splátkové společnosti, která nabízí variantu „1/10“.

a) Jaké je navýšení u jednotlivých variant úvěrů?

.....

.....

.....

b) Jaký úvěr je pro Němcovi nejvýhodnější?

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Petru zaujala nabídka na následujícím reklamním letáku. Myslela si, že na začátku za mobil zaplatí 3 249 Kč a poté bude splácet až do cílové částky 7 899 Kč. Nijak nevěnovala pozornost, že částka v zeleném obdélníku se vztahuje k hotovostní úhradě celé částky najednou a pokud si mobilní telefon vezme na splátky, tak bude muset hned zaplatit 3 249 Kč a navíc po dobu 5 měsíců splácet 950 Kč.

- a) Vypočítejte, o kolik více Petra bude muset zaplatit za mobilní telefon na splátky, než kdyby uhradila celou částku hned.

Petra musí zaplatit $3249 + (950 \cdot 5) = 7\,999$ Kč, což je o $7999 - 7899 = 100$ Kč více než kdyby uhradila částku v hotovosti.



- b) Určete, jaká je výše RPSN u této varianty splátkového prodeje.

RPSN činí 10,01%.

- c) Poradte Petře, na co si má dávat příště pozor, aby podobnou chybu neudělala znovu.

Před podpisem smlouvy je nutno si důkladně prostudovat celou nabídku a stejně tak podepsanou smlouvu.

2. ÚKOL:

Na stránkách Navigátoru bezpečného úvěru (www.navigatoruveru.cz) najděte odpovědi na následující otázky:

- a) Jaké jsou typické znaky „úvěrového predátora“?
- nutí klienta podepsat bianco směnku
 - nabízí možnost si odpracovat dluh u věřitele
 - zprostředkovatel využívá jména společnosti bez jejího vědomí a zneužívá tak její identitu
 - poskytovatel požaduje po klientovi zajištění poskytnuté částky zástavou nemovitosti
 - nabízí sjednání půjčky po telefonu (linka je zpoplatněna vysokým tarifem)

- b) Jaké společnosti jsou z pohledu poskytování úvěrů nejdůvěryhodnější a jaké se chovají jako „úvěroví predátoři“ (jsou nejméně důvěryhodné)?

nejdůvěryhodnější – Komerční banka, mBank, Home Credit, Air Bank a Cetelem
úvěroví predátoři – PROFI CREDIT, Aasa a Český Triangl

- c) Jak postupovat při výběru spotřebitelského úvěru a nenaletět?

- **než se rozhodnete vzít si úvěr, zjistěte si o společnosti maximum informací**
- **než cokoli podepíšete, přečtěte si to**
- **pokud vám značkové společnosti půjčku nedají, je to znamením, že pravděpodobně nebudete schopni ji splácet**
- **pokud máte problém, řešte jej a pomoc hledejte u odborníků**

- d) Co máte udělat, pokud se dostanete do problémů se splácením?

Pokud se dostanete do problémů se splácením, obraťte se v první řadě na společnost, od které úvěr máte, a pokuste se s ní dohodnout na změně výše splátek či odkladu. Nepůjčujte si jen proto, abyste splatili dluh. V takovém případě se dostanete do spirály a nedopadne to dobře. Dříve nebo později skončíte u lichváře, který vás připraví o vše. Právě ty takzvané značkové společnosti mají nástroje, jak vám jako klientovi v těchto situacích pomoci a mají společný zájem na tom, aby klient takovéto tíživé období přečkal.

- e) Kolik Kč dlužily české domácnosti na konci roku 2014 na bankovních spotřebitelských úvěrech a kolik Kč na nebankovních spotřebitelských úvěrech?

Na bankovních spotřebitelských úvěrech dlužily české domácnosti 199,7 mld. a na nebankovních úvěrech 77,7 mld.

3. ÚKOL:

Pan Novák je náruživým divákem filmů, proto si chce pořídit nové domácí 3D kino. Až v prodejně zjistil, že vybraný model stojí 34 000,- Kč, což je více než předpokládal. V obchodě mu nabídli různé varianty splátkového prodeje.

- a) Určete, jaká z nabízených variant („1/10“, „10+“, „0 % + 11 x 10%“, „Zdarma 6“) by byla pro pana Nováka nejvýhodnější?

Navýšení/varianty	„1/10“	„10+“	„0 % + 11 x 10%“	„Zdarma 6“
Akontace	$0,1 \cdot 34\,000$ = 3 400 Kč	$0,1 \cdot 34\,000$ = 3 400 Kč	0 Kč	0 Kč
Doba splatnosti	$0,1 \cdot 34\,000$ = 3 400 Kč	$0,05 \cdot 34\,000$ = 1 700 Kč	$0,1 \cdot 34\,000$ = 3 400 Kč	34 000 Kč (jednorázově po 6 měsících)
Výše měsíční splátky	10 měsíců	22 měsíců	11 měsíců	6 měsíců
Navýšení	$10 \cdot 3\,400$ + 3 400 = 37 400 Kč	$22 \cdot 1\,700$ + 3 400 = 40 800 Kč	$11 \cdot 3\,400 + 0$ = 37 400 Kč	$1 \cdot 34\,000 + 0$ = 34 000 Kč
RPSN	$37\,400 - 34\,000$ = 3 400 Kč	$40\,800 - 34\,000$ = 6 800 Kč	$37\,400 - 34\,000$ = 3 400 Kč	0 Kč

Z tabulky jednoznačně vyplývá, že nejvýhodnější variantou je pro pana Nováka varianta splácení „Zdarma 6“, která mu nabízí nulové navýšení i RPSN, ale pouze za předpokladu, že úvěr splatí do 6 měsíců.

- b) Rozhodněte, jaká varianta splátkového prodeje je pro pana Nováka vhodná, pokud víte, že vzhledem k jeho příjmu, je pro něho výhodnější splácet delší dobu nižší částky?

Pokud víme, že pro pana Nováka je vhodnější splácet delší dobu a nižší splátky, tak připadá v úvahu varianta „10+“, která nabízí půjčku na 22 měsíců. Pan Novák by mohl využít i variantu „Zdarma 6“, která nabízí splácení po dobu 36 měsíců, ale za jiných podmínek než při splacení za 6 měsíců.

4. ÚKOL:

Němcovi se rozhodli pro koupi nových kuchyňských elektrospotřebičů v celkové hodnotě 75 000,- Kč. Protože nečekali tak vysokou částku, chybí jim 35 000,- Kč, tuto částku mohou získat:

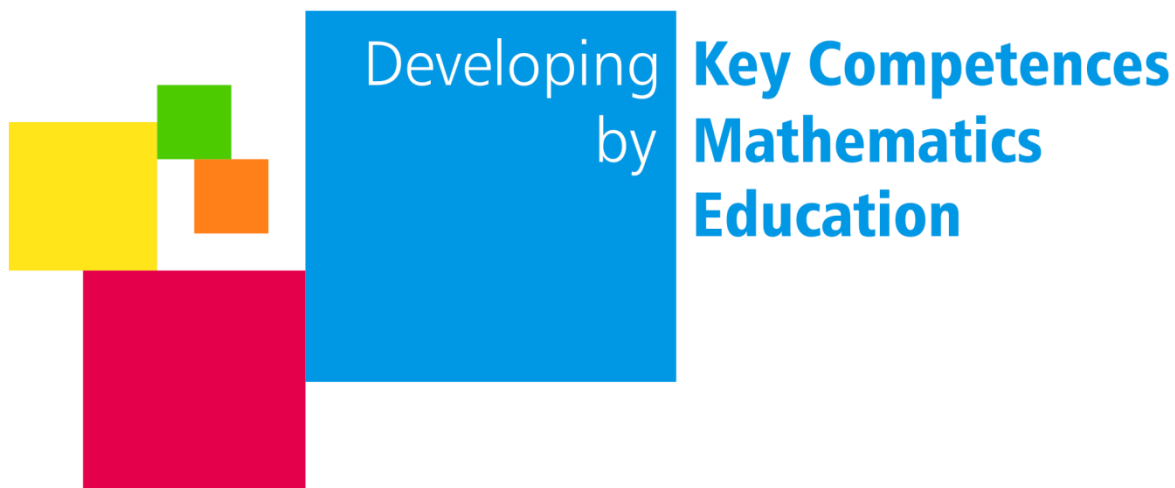
- I. Jako spotřebitelský úvěr od banky, s měsíční splátkou ve výši 820,- Kč, úrokovou mírou 5,39 %, dobou splatnosti 4 roky, poplatkem za schválení 400,- Kč a poplatkem za vedení účtu 30,- Kč měsíčně.
- II. Od nebankovní společnosti za následujících podmínek měsíční splátka 1 600,-Kč, dobou splatnosti 2 roky, poplatkem za schválení 500,- Kč a poplatkem za vedení účtu 100,- Kč měsíčně.
- III. Od splátkové společnosti, která nabízí variantu „1/10“.

a) Jaké je navýšení u jednotlivých variant úvěrů?

Němcovi by museli bance uhradit za spotřebitelský úvěr 41 200,- Kč, RPSN tohoto úvěru činí 8,669 %. Nebankovní společnosti by Němcovi museli splatit 41 300,- Kč, tomuto úvěru odpovídá RPSN ve výši 18,094 %. Splátkové společnosti by zaplatili 38 500,- Kč. Nabídce „1/10“ odpovídá RPSN ve výši 26,27%.

b) Jaký úvěr je pro Němcovi nejvýhodnější?

Na základě RPSN můžeme říci, že nejvýhodnější je úvěr nabízený bankou.



Spotřebitelské úvěry

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák by měl získat obecné informace týkající se spotřebitelských úvěrů, je schopen porovnat a rozhodnout o výhodnosti účelového a neúčelového spotřebitelského úvěru, orientuje se mezi bankovními a nebankovními společnostmi, dle situace dokáže zhodnotit, jaký druh společnosti je vhodnější

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí a matematické gramotnosti

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí druh spotřebitelského úvěru (účelový, neúčelový) a dle situace rozhoduje, jaká nabídka je vhodnější (výhodnější)
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulatory (počítače, tablety), interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje tři cvičení se zaměřením na spotřebitelské úvěry, rozdíly mezi bankovními a nebankovními společnostmi a účelovými a neúčelovými úvěry.

První cvičení nejprve žáci vyplní dle svých představ a zkušeností o spotřebitelském úvěru, svá tvrzení mohou doplnit o informace, které najdou na Internetu. Poté následuje společný brainstorming, na základě něhož si žáci do svých listů dopíší další informace, které uvedli jejich spolužáci, či doplnil vyučující.

Ve druhém cvičení se žáci seznámí s bankovními a nebankovními úvěry. Na Internetu najdou informace o bankovních a nebankovních společnostech a v úkolu za a) mají napsat alespoň 3 rozdíly mezi těmito společnostmi. Při společné diskusi vede učitel žáky k uvědomění si výhod a nevýhod obou druhů úvěrů a zhodnocení v jaké situaci, zvolí výhodnější úvěr. V úkolu za b) rozdělí instituce na bankovní a nebankovní. Pokud jsme to již neprovedli v předešlém cvičení, tak je vhodné u tohoto cvičení probrat podmínky schválení úvěru (bankovní společnosti mají více podmínek na poskytnutí úvěru - zajištění úvěru, dostatečně vysoký zdroj příjmu, ...).

V posledním cvičení žáci pracují s účelovými a neúčelovými úvěry. Úkol za a) slouží po krátkém vysvětlení k motivační části. Děti si uvědomují hodnotu peněz a rozhodují se, kdy využít hotovostních úvěrů a kdy bezhotovostních. Kritickou položkou je elektronika, protože není přesně specifikováno, o jaký druh se jedná, tím pádem nemůžeme odvodit hodnotu

zboží a těžko tak rozhodnout o hotovostní a bezhotovostní variantě. V tomto případě nám nejde o jednoznačné řešení, ale o argumentaci dětí, aby porozuměly pojmům hotovostní a bezhotovostní a na tomto příkladě dokázaly nabitě znalosti aplikovat a své rozhodnutí zdůvodnit.

V úkolu za b) porovnávají žáci údaje v tabulkách a rozhodují o výhodnosti parametrů účelových a neúčelových úvěrů. Tímto cvičením zjišťujeme, jak žáci jednotlivým údajům rozumí (rozdvíjíme matematickou a finanční gramotnost), protože např. u minimální výše úvěru je „výhodnější“ menší číslo a naopak u délky splácení je pro klienta „výhodnější“ větší číslo. Žáci by měli na základě porovnání zjistit, že účelové úvěry jsou o trochu výhodnější. Nicméně v tomto okamžiku bychom žáky měli upozornit, že podmínky se úvěr od úvěru liší a záleží na podmínkách poskytovatele (pro názornost doporučujeme najít na internetových stránkách srovnání různých úvěrových společností, např. <http://www.penize.cz/srovnani/spotrebitelske-uvery/porovnat>).

Účelové úvěry mají také své nevýhody - delší doba schválení, nutnost doložení více dokladů před přidělením úvěru a především ÚČELOVOST úvěru. Závěrem je, že pokud si musíme vzít úvěr, tak dopředu musíme promyslet, na co úvěr budeme potřebovat, jaké jsou naše možnosti splácení,...

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Napište, co to je spotřebitelský úvěr.

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Podle poskytovatele úvěrů rozdělujeme spotřebitelské úvěry na BANKOVNÍ a NEBANKOVNÍ.

a) Napište alespoň 3 rozdíly mezi bankovními a nebankovními spotřebitelskými úvěry.

.....

.....

.....

b) Rozdělte následující společnosti na bankovní a nebankovní společnosti:

ČSOB	Provident Financial	Česká spořitelna
Cetelem ČR, a.s.	Home Credit, a.s.	Komerční banka
GE money bank	ESSOX, s.r.o.	COFIDIS, s.r.o
Raiffeisenbank	Citibank	Ferratum (tzv. finská půjčka)

bankovní instituce	nebankovní společnosti

3. ÚKOL:

Dále můžeme spotřebitelské úvěry rozdělit podle způsobu jejich využití na účelové a neúčelové.

- a) Zakroužkujte obrázky zobrazující produkty, na které můžeme využít hotovostní úvěr, a škrtněte obrázky, na které se využívá bezhotovostní úvěr.



Rekonstrukce nebo vybavení bytu či domu

elektronika

každodenní nákup



Večeře ve dvou



dovolená nebo studijní pobyt



automobil

- b) V následující tabulce jsou uvedeny základní parametry účelového a neúčelového spotřebitelského úvěru a na základě porovnání parametrů rozhodněte u každého údaje, který je výhodnější. napište, kde či od koho si můžeme půjčit peníze.

	Účelové úvěry	Neúčelové úvěry	Výhodnější varianta (účelový/neúčelový)
Minimální výše úvěru	50 000 Kč – 100 000 Kč	5 000 Kč – 50 000 Kč	
Maximální výše úvěru	500 000 Kč – 2 000 000 Kč	50 000 Kč – 1 000 000 Kč	
Minimální doba splácení	6 měsíců – 24 měsíců	6 měsíců – 24 měsíců	
Maximální doba splácení	60 měsíců – 144 měsíců	52 měsíců – 120 měsíců	
Úroková míra (% p.a.)	5,9 - 13,38 %	7,1 - 17,57 %	
Poplatek za správu a vedení úvěru (měsíčně)	0 Kč - 150 Kč	0 Kč - 150 Kč	
Poplatek za schválení a poskytnutí úvěru	0 Kč až 1% z úvěru	0 Kč až 1,5% z úvěru	
RPSN od (% p.a.)	8,1 – 13,14 %	8,7 – 18,74 %	

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Napište, co to je spotřebitelský úvěr.

Spotřebitelský úvěr je typ úvěru určený ke krytí nepodnikatelských účelů. Využívá se k nákupu spotřebního zboží, automobilu, vybavení a modernizaci domácnosti, dovolené, úhradu nákladů studia (tuzemského i zahraničního) a hobby (sport, sběratelství,...), či na splacení závazků mezi občany. Jde o krátkodobé a střednědobé úvěry s pevnou úrokovou mírou, dlouhodobé úvěry se využívají jen zřídka při vyšší vypůjčené částce.

2. ÚKOL:

Podle poskytovatele úvěrů rozdělujeme spotřebitelské úvěry na BANKOVNÍ a NEBANKOVNÍ.

a) Napište alespoň 3 rozdíly mezi bankovními a nebankovními spotřebitelskými úvěry

BANKOVNÍ	NEBANKOVNÍ
podmínky poskytnutí úvěru jsou složitější (zajištění úvěru, dostatečně vysoký zdroj příjmu, ...)	snazší získání úvěru (většinou bez ručitele)
schválení trvá delší dobu	můžeme získat do několika hodin po podání žádosti
vyšší minimální vypůjčená částka od 20 000 Kč	vypůjčená částka se může pohybovat již od 3 000 Kč
nižší úroková sazba	úrokové sazby jsou výrazně vyšší

b) Rozdělte následující společnosti na bankovní a nebankovní společnosti:

bankovní instituce	nebankovní společnosti
ČSOB	Provident Financial
Česká spořitelna	Cetelem ČR, a.s.
Komerční banka	Home Credit, a.s.
GE money bank	ESSOX, s.r.o.
Raiffeisenbank	COFIDIS, s.r.o.
Citibank	
Ferratum Bank	

3. ÚKOL:

Dále můžeme spotřebitelské úvěry rozdělit podle způsobu jejich využití na účelové a neúčelové.

a) Zakroužkujte obrázky zobrazující produkty, na které můžeme využít hotovostní úvěr, a škrtněte obrázky, na které se využívá bezhotovostní úvěr.



Rekonstrukce nebo vybavení bytu či domu



elektronika



každodenní nákup



Večeře ve dvou



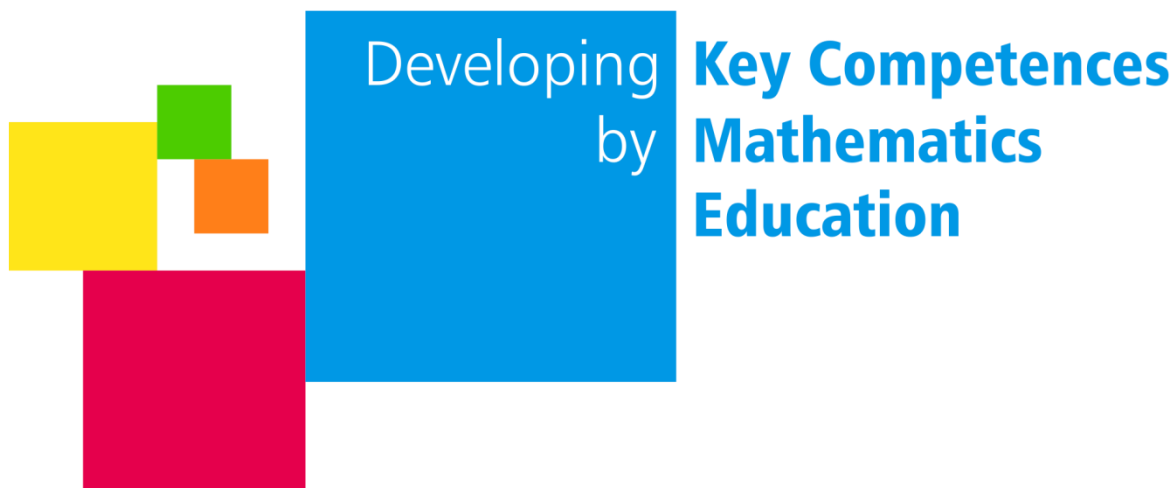
dovolená nebo studijní pobyt



automobil

- b) V následující tabulce jsou uvedeny základní parametry účelového a neúčelového spotřebitelského úvěru a na základě porovnání parametrů rozhodněte u každého údaje, který je výhodnější. napište, kde či od koho si můžeme půjčit peníze.

	Účelové úvěry	Neúčelové úvěry	Výhodnější varianta (účelový/neúčelový)
Minimální výše úvěru	50 000 Kč – 100 000 Kč	5 000 Kč – 50 000 Kč	neúčelový
Maximální výše úvěru	500 000 Kč – 2 000 000 Kč	50 000 Kč – 1 000 000 Kč	účelový
Minimální doba splácení	6 měsíců – 24 měsíců	6 měsíců – 24 měsíců	neúčelový
Maximální doba splácení	60 měsíců – 144 měsíců	52 měsíců – 120 měsíců	účelový
Úroková míra (% p.a.)	5,9 - 13,38 %	7,1 - 17,57 %	účelový
Poplatek za správu a vedení úvěru (měsíčně)	0 Kč - 150 Kč	0 Kč - 150 Kč	stejně
Poplatek za schválení a poskytnutí úvěru	0 Kč až 1% z úvěru	0 Kč až 1,5% z úvěru	účelový
RPSN od (% p.a.)	8,1 – 13,14 %	8,7 – 18,74 %	účelový



Spotřebitelské úvěry, RPSN

Jakub Maršán

Cíl aktivity: žák je schopen posoudit, zda je žádoucí čerpat finanční úvěr, dokáže plnit závazky smlouvy a splácet úvěr, prohlubuje své znalosti práce s grafy a tabulkami, na základě RPSN, koeficientu navýšení a úrokové sazby by měl dokázat zhodnotit výhodnost úvěru

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní znalosti a dovednosti z oblasti funkčních závislostí a matematické a finanční gramotnosti, řešení lineárních rovnic, procenta, práce s tabulkami a grafy

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému; žák správně zhodnotí nabídky spotřebitelského úvěru a dle situace rozhoduje, jaká nabídka je vhodnější (výhodnější)
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhájí své řešení
- **Kompetence sociální a personální** – účinně spolupracuje ve skupině při řešení daného úkolu, přispívá k diskusi v malé skupině i celé třídy, seznamuje se se světem financí - znalosti, dovednosti a hodnotové postoje z této oblasti přispívají k rozvoji finanční gramotnosti žáků
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, kalkulačky (počítače, tablety), interaktivní tabule

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list obsahuje tři cvičení se zaměřením na spotřebitelské úvěry – výběr nejvhodnější varianty, srovnání ukazatelů, ... Úkoly vycházejí z praxe a pro jejich správné řešení je nutná schopnost práce s tabulkami a grafy.

První cvičení je zaměřeno na práci s tabulkami. Důležité je, aby žáci pracovali pečlivě s porozuměním a rozlišovali údaje uvedené v tabulkách, liší se např. v periodách splácení, počtu splátek, ...

Druhé cvičení přináší práci se spojnicovým grafem a porovnání vztahu mezi úrokovou sazbou a RPSN. Zde je důležité, aby žáci uměli pracovat s grafy, vyčíst z nich potřebné údaje a s nimi dále pracovat. Učitel by měl klást důraz na žákovu čtenářskou gramotnost, aby opravdu zpracovával a odpovídal na to, na co se jej v zadání (otázkách) ptáme. Důležité je také vyvození závěru, že RPSN je ve sledovaném období vyšší než úroková sazba a zdůvodnění, proč tomu tak je a jestli tomu tak bude vždy.

V posledním cvičení žáci propojují finanční, matematickou a čtenářskou gramotnost. Zpracování tohoto úkolu zabere žákům více času, mimo správného výběru z tabulky žáci musejí vybrané údaje spočítat a zdůvodnit své závěry. Necháme žáky si zvolit, zda budou mechanicky počítat, či k výpočtům využijí internetové kalkulačky nebo zkombinují obě možnosti.

Žáci mohou pracovat ve dvojicích i samostatně, při kontrole správnosti řešení a vyvození závěrů je vhodná společná práce řízená učitelem a řízená diskuse.

Pokud jsme s žáky dostatečně probrali a procvičili uvedené učivo (třeba ve dvou předešlých pracovních listech). Tak můžeme tento pracovní list zadat žákům za domácí úkol, aby měli dostatek času se nad příklady zamyslet, zvolit správné řešení a své závěry zdůvodnit.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Pavel se rozhodl, že koupí svého nového automobilu zafinancuje uzavřením úvěru, ale protože této problematice nerozumí, myslel si, že využije on-line kalkulačku, aby si vybral ten nejvýhodnější úvěr. Na základě údajů, které znal, vyplnil políčka v on-line kalkulačce, ale když klikl na tlačítko „SPOČÍTEJ“, zobrazilo se „Problém aplikace, snažíme se problém v co nejkratší době odstranit. Omlouváme se za potíže.“

Na základě údajů, které Pavel zadal, pomozte Pavlovi spočítat, kolik zaplatí za jednotlivé úvěry a jaký z nich je výhodnější.

1. nabídka úvěru

Kalkulačka pro snadný výpočet výše spotřebitelského úvěru			
Výše úvěru	350 000		Kč
Perioda splátek:	měsíční		
Počet splátek	60		Kč
Výše splátky:	6 550		Kč
Poplatek za uzavření smlouvy:	400		Kč
Jiné pravidelné náklady spojené s čerpáním úvěru	500	Kč	ročně
CELKEM zaplatíte:			
RPSN:			

2. nabídka úvěru

Kalkulačka pro snadný výpočet výše spotřebitelského úvěru		
Výše úvěru	350 000	Kč
Perioda splátek:	pololetní	
Počet splátek	10	Kč
Výše splátky:	39 750	Kč
Poplatek za uzavření smlouvy:	600	Kč
Jiné pravidelné náklady spojené s čerpáním úvěru	500 Kč	ročně
CELKEM zaplatíte:		
RPSN:		

.....

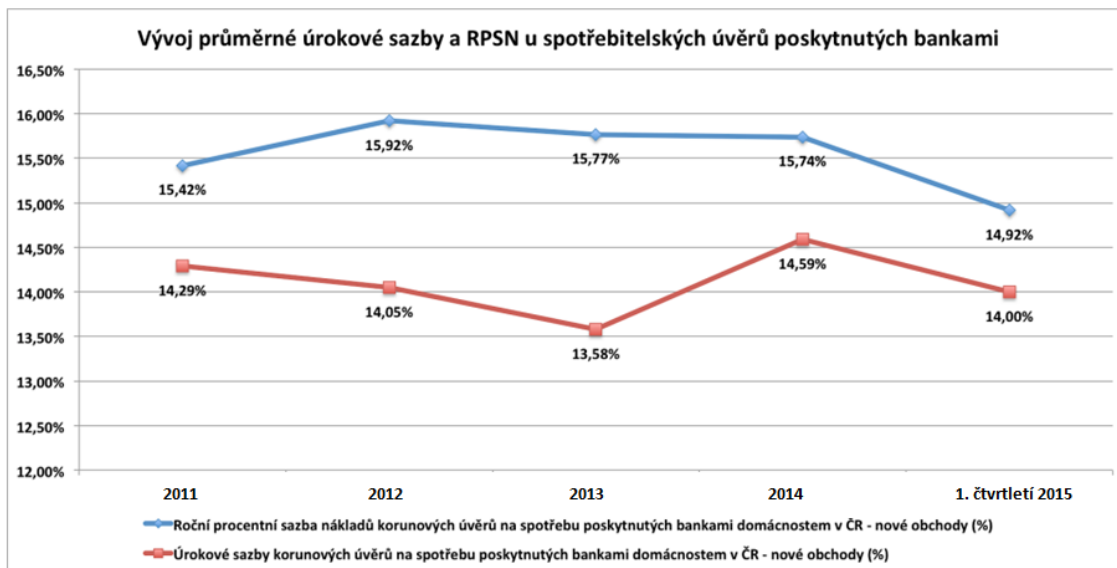
.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Následující graf zobrazuje trend vývoje RPSN a úrokové sazby v období od roku 2011 do prvního čtvrtletí roku 2015.



Určete z grafu:

- a) Zda se v zobrazovaném období úroková sazba a RPSN zvýšily nebo snížily a o kolik procent?

.....

.....

- b) V jakém roce byl největší a nejmenší rozdíl mezi výší RPSN a úrokové sazby?

.....

.....

- c) V jakém období byl nejvyšší nárůst úrokové sazby a v jakém největší pokles RPSN, o kolik procent se v těchto období dané ukazatele změnily?

.....

.....

3. ÚKOL:

Holubovi se rozhodli pro rekonstrukci střechy a výměnu oken jejich rodinného domu.

Společnost jim rekonstrukci vyčíslila na 200 000,- Kč. Tuto sumu nemají k dispozici, a proto se rozhodují mezi 2 nabídkami z reklamních letáků:

1. varianta

Výhodné úvěry bez zbytečných poplatků				
Výše úvěru	splatnost 24 měsíců	splatnost 48 měsíců	splatnost 72 měsíců	Roční úroková míra
100 000 Kč	5 240 Kč	3 018 Kč	2 376 Kč	Od 9,75 %
200 000 Kč	10 480 Kč	5 824 Kč	4 850 Kč	
300 000 Kč	15 720 Kč	8 736 Kč	7 128 Kč	
400 000 Kč	20 960 Kč	11 648 Kč	9 504 Kč	

*RPSN od 19,25 %

2. varianta

Naše úvěry s nejnižšími splátkami na trhu				
Výše úvěru	splatnost 24 měsíců	splatnost 48 měsíců	splatnost 72 měsíců	Roční úroková míra
100 000 Kč	5 340 Kč	2 912 Kč	2 275 Kč	Od 11,1 %
150 000 Kč	8 010 Kč	4 518 Kč	3 705 Kč	
200 000 Kč	10 680 Kč	6 024 Kč	4 780 Kč	
250 000 Kč	13 350 Kč	7 530 Kč	5 975 Kč	

*RPSN od 19,25 %

Splátka neobsahuje poplatek za poskytnutí úvěru ve výši 1 000,- Kč a poplatek za správu úvěrového účtu 210,- Kč.

- a) Holubovi si nemohou dovolit příliš zatížit rodinný rozpočet, proto se rozhodli pro splácení po dobu 72 měsíců, vypočítejte náklady na úvěr u obou nabídek. Rozhodněte jaká z nabídek je výhodnější.

.....

.....

.....

- b) Na rekonstrukci novomanželům přispějí rodiče 100 000 Kč, vypočítejte, jaká varianta úvěrů je pro Holubovi nejvýhodnější, pokud víme, že si mohou dovolit měsíčně zaplatit až 3 000,- Kč?

.....

.....

.....

- c) Porovnejte nejvýhodnější produkt z úkolu za a) a b).

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Pavel se rozhodl, že koupí svého nového automobilu zafinancuje uzavřením úvěru, ale protože této problematice nerozumí, myslel si, že využije on-line kalkulačku, aby si vybral ten nejvýhodnější úvěr. Na základě údajů, které znal, vyplnil políčka v on-line kalkulačce, ale když klikl na tlačítko „SPOČÍTEJ“, zobrazilo se „Problém aplikace, snažíme se problém v co nejkratší době odstranit. Omlouváme se za potíže.“

Na základě údajů, které Pavel zadal, pomozte Pavlovi spočítat, kolik zaplatí za jednotlivé úvěry a jaký z nich je výhodnější.

1. nabídka úvěru

Kalkulačka pro snadný výpočet výše spotřebitelského úvěru			
Výše úvěru	350 000		Kč
Perioda splátek:	měsíční		
Počet splátek	60		Kč
Výše splátky:	6 550		Kč
Poplatek za uzavření smlouvy:	400		Kč
Jiné pravidelné náklady spojené s čerpáním úvěru	500	Kč	ročně
CELKEM zaplatíte:			
RPSN:			

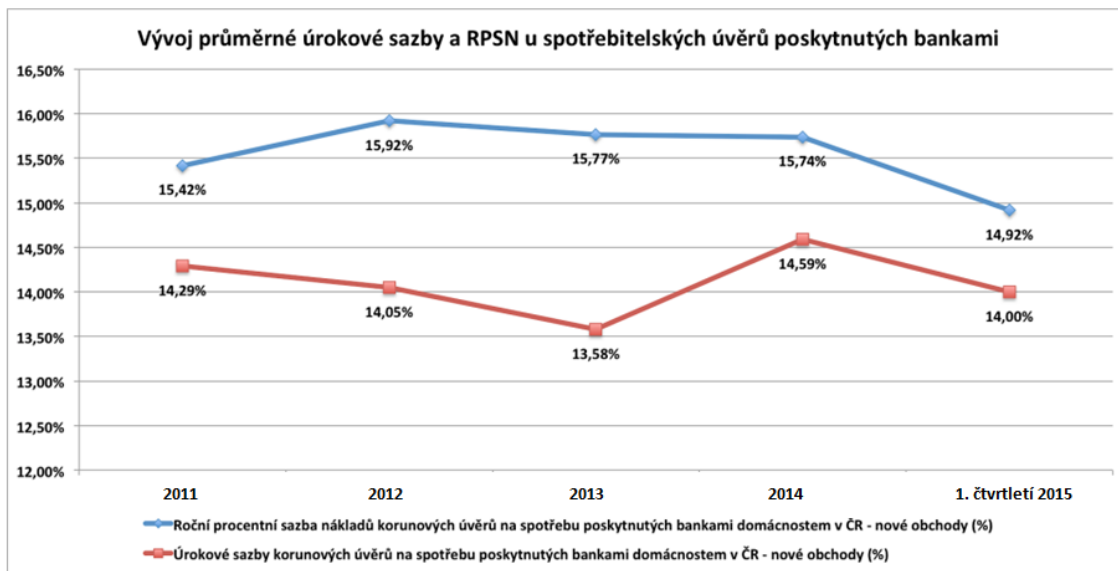
2. nabídka úvěru

Kalkulačka pro snadný výpočet výše spotřebitelského úvěru		
Výše úvěru	350 000	Kč
Perioda splátek:	pololetní	
Počet splátek	10	Kč
Výše splátky:	39 750	Kč
Poplatek za uzavření smlouvy:	600	Kč
Jiné pravidelné náklady spojené s čerpáním úvěru	500 Kč	ročně
CELKEM zaplatíte:		
RPSN:		

Za první nabídku Pavel zaplatí 395 540,- Kč, této nabídce odpovídá RPSN ve výši 5,086 %.
 Za druhou nabídku Pavel zaplatí 400 600,- Kč, této nabídce odpovídá RPSN ve výši 5,149 %.
 Podle výše RPSN můžeme rozhodnout, že výhodnější je první nabídka.

2. ÚKOL:

Následující graf zobrazuje trend vývoje RPSN a úrokové sazby v období od roku 2011 do prvního čtvrtletí roku 2015.



Určete z grafu:

- a) Zda se v zobrazovaném období úroková sazba a RPSN zvýšily nebo snížily a o kolik procent?

RPSN se ve sledovaném období snížila o 0,5%. Rovněž se snížila o procentní sazba 0,29%.

- b) V jakém roce byl největší a nejmenší rozdíl mezi výší RPSN a úrokové sazby?

Nejmenší rozdíl mezi těmito ukazateli byl na konci sledovaného období, tj. v 1. čtvrtletí 2015 a největší byl v roce 2013.

- c) V jakém období byl nejvyšší nárůst úrokové sazby a v jakém největší pokles RPSN, o kolik procent se v těchto období dané ukazatele změnily?

Největší nárůst úrokové sazby byl mezi léty 2013 a 2014 a to 1,01% a největší pokles (– 0,82%) RPSN byl mezi léty 2014 a 2015.

3. ÚKOL:

Holubovi se rozhodli pro rekonstrukci střechy a výměnu oken jejich rodinného domu. Společnost jim rekonstrukci vyčíslila na 200 000,- Kč. Tuto sumu nemají k dispozici, a proto se rozhodují mezi 2 nabídkami z reklamních letáků:

1. varianta

Výhodné úvěry bez zbytečných poplatků				
Výše úvěru	splatnost 24 měsíců	splatnost 48 měsíců	splatnost 72 měsíců	Roční úroková míra
100 000 Kč	5 240 Kč	3 018 Kč	2 376 Kč	Od 9,75 %
200 000 Kč	10 480 Kč	5 824 Kč	4 850 Kč	
300 000 Kč	15 720 Kč	8 736 Kč	7 128 Kč	
400 000 Kč	20 960 Kč	11 648 Kč	9 504 Kč	

*RPSN od 19,25 %

2. varianta

Naše úvěry s nejnižšími splátkami na trhu				
Výše úvěru	splatnost 24 měsíců	splatnost 48 měsíců	splatnost 72 měsíců	Roční úroková míra
100 000 Kč	5 340 Kč	2 912 Kč	2 275 Kč	Od 11,1 %
150 000 Kč	8 010 Kč	4 518 Kč	3 705 Kč	
200 000 Kč	10 680 Kč	6 024 Kč	4 780 Kč	
250 000 Kč	13 350 Kč	7 530 Kč	5 975 Kč	

*RPSN od 19,25 %

- a) Holubovi si nemohou dovolit příliš zatížit rodinný rozpočet, proto se rozhodli pro splácení po dobu 72 měsíců, vypočítejte náklady na úvěr u obou nabídek. Rozhodněte jaká z nabídek je výhodnější.

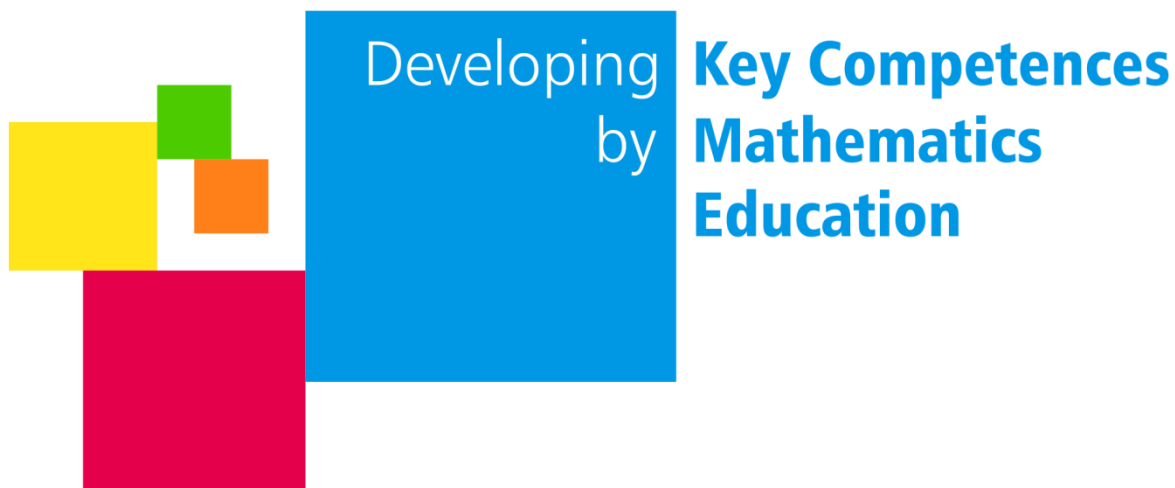
Náklady za 1. variantu činí 349 200,- Kč a výše RPSN je 22,55 %, Náklady za 2. variantu jsou 355 960,- Kč a RPSN činí 24,309 %. Z výpočtu vyplývá, že výhodnější je 1. varianta i když uvedená výše splátky byla vyšší, ale byly v ní započteny i poplatky.....

- b) Na rekonstrukci novomanželům přispějí rodiče 100 000 Kč, vypočítejte, jaká varianta úvěrů je pro Holubovi nejvýhodnější, pokud víme, že si mohou dovolit měsíčně zaplatit až 3 000,- Kč?

Z první varianty nabídky mohou využít úvěr se splatností 72 měsíců, jehož RPSN činí 21,54 %. Z druhé varianty nabídky mohou volit z úvěrů se splatností 48 měsíců s RPSN 24,535 % a z úvěru se splatností 72 měsíců s RPSN ve výši 24,417 %. Nejvýhodnější je úvěr se splácením 72 měsíců s měsíčními splátkami 2 376,- Kč.

- c) Porovnejte nejvýhodnější produkt z úkolu za a) a b).

Při vzájemném porovnání vychází jako výhodnější půjčka ve výši 100 000 Kč, se splácením 72 měsíců s měsíčními splátkami 2 376,- Kč.



Bottle Design

Alena Maříková

Cíl aktivity: vypočet povrchu a objemu válce, užití v aplikačních úlohách, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

objem a povrch válce

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Bottle Design softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohy 1 a 2 je vhodné použít při probrání učiva objem a povrch válce jako procvičování, upevňování znalostí a hledání různých způsobů řešení. Tyto pracovní listy bych doporučila použít i jako opakovací test po probrání učiva.

Úlohu 3 je vhodné použít jako doplněk po probrání učiva objem válce k upevňování znalostí a schopnosti odhadu objemu jednotlivých těles.

Úlohu 4 lze použít i jako hodinový projekt, jenž slouží k procvičování a upevňování znalostí objemu válce a rozvíjení žákovy kreativity. Učitel může vyhlásit i soutěž o sestavení nejkreativnějšího poháru, aby žáci nesestavili pohár např. pouze jako válec.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách¹, nebo na stránkách², kde jsou přiložena i instruktážní videa.

¹ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

² Zdroj: <http://dalest.keny.net.cz/>

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Pan Novák si chce pořídit válec na úpravu svého antukového kurtu. Na výběr má dva válce.

První válec má průměr 50cm a šířku 100cm.

Druhý válec má průměr 100cm a šířku 50cm.

a) Vypočítej objem obou válců.

b) Vypočítej povrch obou válců (bez podstav).

c) Pan Novák si chce pořídit ten válec, který pro něj bude po jednom otočení nejefektivnější. Který si má koupit?

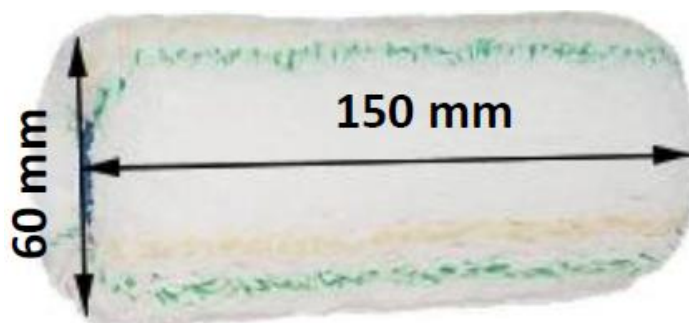
Své řešení ověř pomocí aplikace Bottle Design



2. ÚKOL:

- Vypočítej objem válečku na malování. Výsledek vyjádři v cm^3 .
- Vypočítej povrch (bez podstav) válečku na malování. Výsledek vyjádři v cm^2 .
- Kolikrát se otočí váleček, budeme-li v místnosti malovat pruh od země až ke stropu, který je široký jako náš váleček.

Výška místnosti je 2,82m.



3. ÚKOL:

- Narýsuj řezy níže uvedených těles.
- Narýsované řezy sestroj pomocí 2 – 7bodů v aplikaci Bottle Design a tím zrekonstruuuj jednotlivé lahve.
- Za pomoci aplikace Bottle Design zjisti, která z tvých lahví má největší objem a která povrch?



4. ÚKOL:

V aplikaci Bottle Design vytvoř pohár pro vítěze volejbalového turnaje.

- a) Použij nejméně čtyři záchytné body.
- b) Vítězné družstvo získá 6 lahví dětského šampaňského (0,3l), jejichž obsah se musí do poháru vejít.
- c) Jaká by byla nejmenší výška poháru tvaru válce s poloměrem podstavy 5cm.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Pan Novák si chce pořídit válec na úpravu svého antukového kurtu. Na výběr má dva válce.

První válec má průměr 50cm a šířku 100cm.

Druhý válec má průměr 100cm a šířku 50cm.

- Vypočítej objem obou válců.
- Vypočítej povrch obou válců (bez podstav).
- Pan Novák si chce pořídit ten válec, který pro něj bude po jednom otočení nejefektivnější. Který si má koupit?

Své řešení ověř pomocí aplikace Bottle Design

$$\begin{array}{ll} V_1 = 785,398 \text{ dm}^3 & S_1 = 785,398 \text{ dm}^2 \\ V_2 = 785,398 \text{ dm}^3 & S_2 = 785,398 \text{ dm}^2 \end{array}$$

Po jednom otočení budou oba válce stejně efektivní, protože jejich povrch je stejný.

5. ÚKOL:

- Vypočítej objem válečku na malování. Výsledek vyjádři v cm³.
- Vypočítej povrch (bez podstav) válečku na malování. Výsledek vyjádři v cm².
- Kolikrát se otočí váleček, budeme-li v místnosti malovat pruh od země až ke stropu, který je široký jako náš váleček.

Výška místnosti je 2,82m.

$$\begin{array}{l} \text{c)} \\ o = 2 \cdot \pi \cdot r \\ o = 2 \cdot \pi \cdot 30 \\ o = 18,84 \text{ cm} \end{array}$$

Počet otočení: $282 : 18,84 = 14,97$

Váleček se otočí 15 krát.

4. ÚKOL:

V aplikaci Bottle Design vytvoř pohár pro vítěze volejbalového turnaje.

- a) Použij nejméně čtyři záchytné body.
- b) Vítězné družstvo získá 6 lahví dětského šampaňského (0,3l), jejichž obsah se musí do poháru vejít. Jaká by byla nejmenší výška poháru tvaru válce s poloměrem podstavy 5cm.

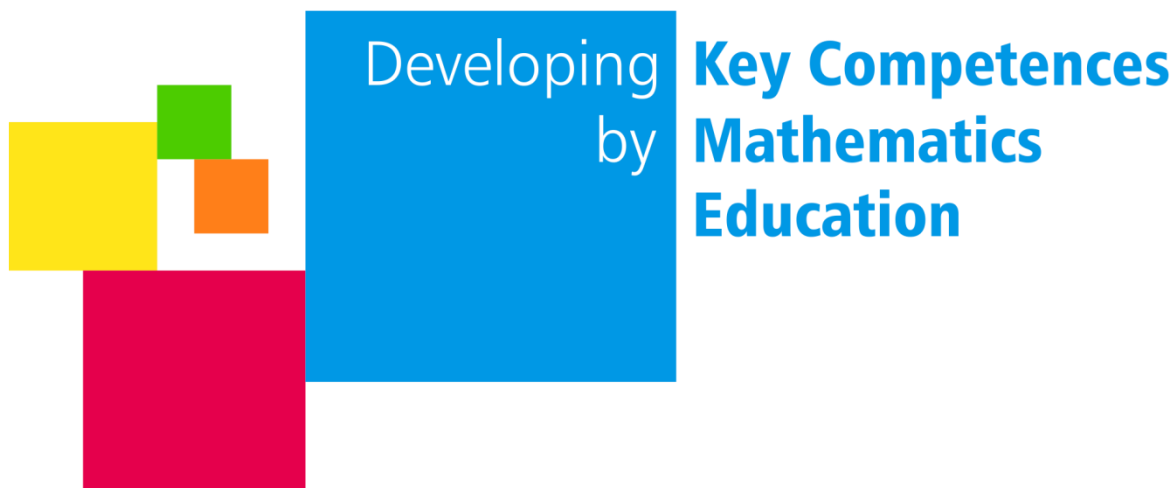
b) Objem poháru musí být nejméně 1800 cm³

$$1800 = \pi \cdot r^2 \cdot v$$

$$1800 = \pi \cdot 25 \cdot v$$

$$v = 22,92 \text{ cm} \doteq 23 \text{ cm}$$

Nejmenší výška poháru tvaru válce je 23 cm



Cubix

Alena Maříková

Cíl aktivity: vypočet objemu a povrchu krychle, práce s modely tvořenými z krychlí, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Cubix softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohu 1 je možno zadat před probíráním učiva objem krychle a kvádrů nebo po seznámení s učivem jako procvičování a hledání nových strategií nebo dokonce jako opakovací test na konci probraného celku. V tomto případě je vhodné použít úlohu před probíráním učiva objemu krychle a kvádrů. Žáci mohou dojít k daným vzorečkům nebo novým strategiím sami.

Úlohy 2, 3 a 4 slouží k procvičování a hledání nových strategií při výpočtu objemu a povrchu složitějších těles.

Úloha 5 slouží k procvičování a hledání nových strategií při výpočtu objemu a povrchu složitějších těles. Dále slouží k procvičování představivosti při rýsování nárysu, půdorysu a bokorysu těles. Úlohu lze použít i jako opakovací test. Je pravděpodobné, že se dětem výpočty a nárysy nevejdou na jednu stranu listu, tudíž je důležité děti na to upozornit a říci, že v tomto případě si mohou půjčit další papír nebo rýsovat nárys a půdorys na druhou stranu listu.

Úloha 6 slouží k objevování a pochopení co nejvíce strategií při výpočtu objemu a povrchu složitějších těles.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách³, nebo na stránkách⁴, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

³ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

⁴ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

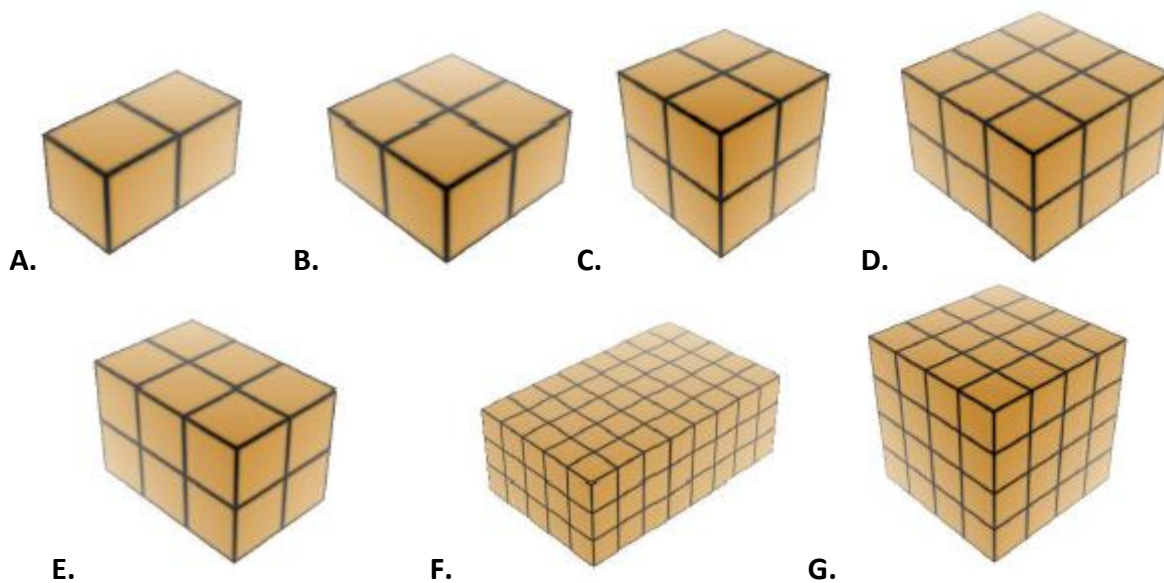
PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Zjisti objem a povrch daných hranolů, které jsou složeny z jednotkových krychlí.

Najdi nejjednodušší způsob řešení, bez počítání za pomoci vzorečku.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set A).



	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
V (cm ³)							
S (cm ²)							

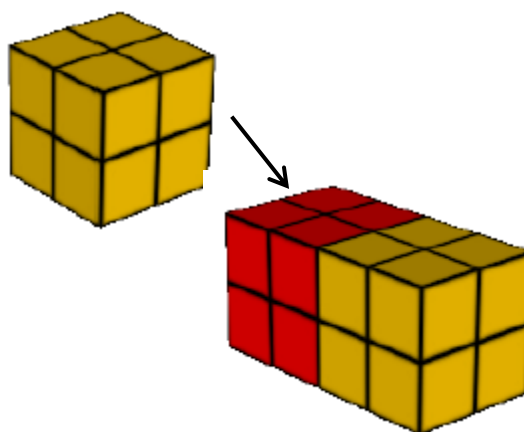
Co se stane, když délku, šířku nebo výšku kostky zvýšíme o jeden celek?

Objem:

Povrch:

Objem:

Povrch:

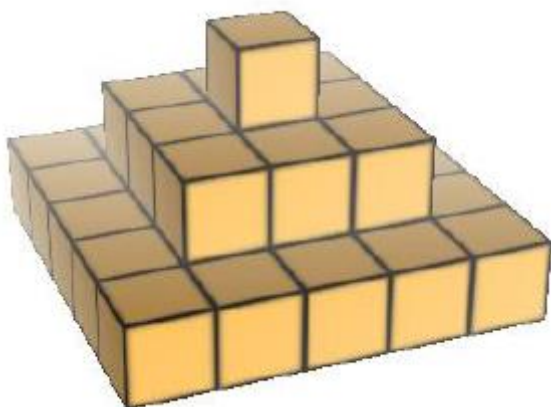


2. ÚKOL:

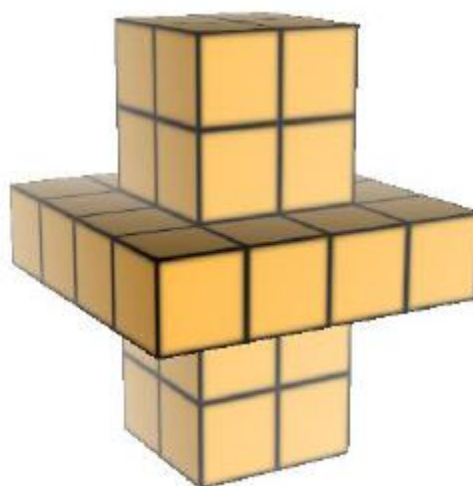
Jaký je objem a povrch níže uvedených útvarů, které jsou sestaveny z jednotkových krychlí?

- Bez počítání odhadni, jaký je objem útvarů.
- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) daných útvarů.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set B).



A.



B.

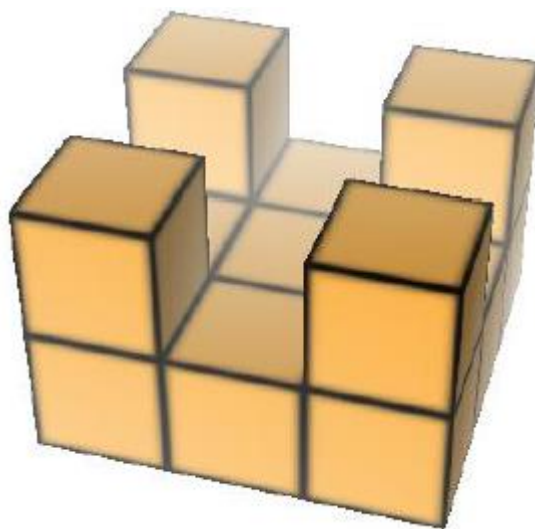
	Odhad	Konečný výsledek
$V_1 \text{ (cm}^3\text{)}$		
$V_2 \text{ (cm}^3\text{)}$		
$S_1 \text{ (cm}^2\text{)}$		
$S_2 \text{ (cm}^2\text{)}$		

3. ÚKOL:

Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, sestaveného z jednotkových krychlí?

- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) celého tělesa.
- Vypočítej objem a povrch útvaru, který je doplňkem daného útvaru. Po spojení obou útvarů vznikne krychle $3\text{cm} \times 3\text{cm} \times 3\text{cm}$. Doplňěk sestav v programu CE.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set B).



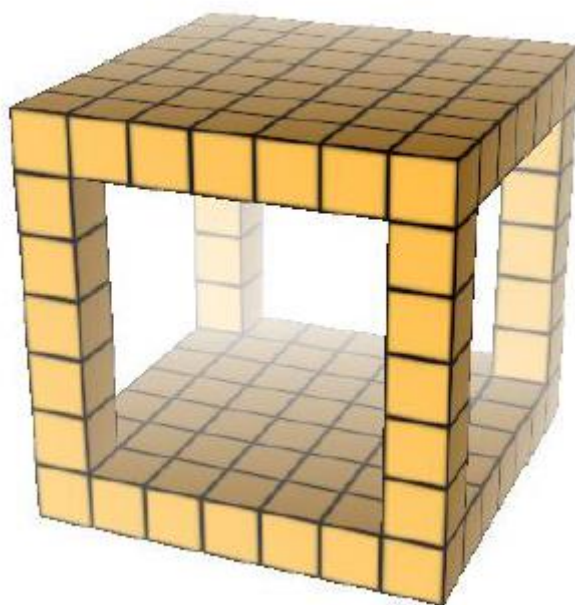
	V (cm ³)	S (cm ²)
Těleso		
Doplňěk		

4. ÚKOL:

Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, sestaveného z jednotkových krychlí?

- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) celého tělesa.
- Vypočítej objem a povrch útvaru, který je doplňkem daného útvaru. Po spojení obou útvarů vznikne krychle $7\text{cm} \times 7\text{cm} \times 7\text{cm}$. Doplněk sestav v aplikaci CE.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set C).



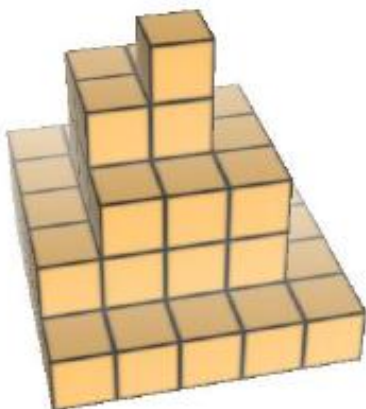
	V (cm ³)	S (cm ²)
Těleso		
Doplněk		

5. ÚKOL:

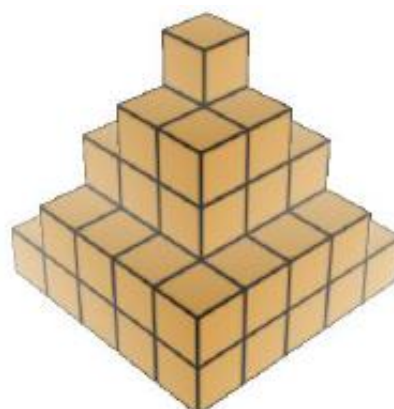
Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, sestaveného z jednotkových krychlí?

- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) celého tělesa.
- Vypočítej objem a povrch útvaru, který je doplňkem daného útvaru. Po spojení obou útvarů vznikne krychle $7\text{cm} \times 7\text{cm} \times 7\text{cm}$. Doplněk sestav v aplikaci CE.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set C) nebo Cubix Editor.



1. pohled:



2. pohled:

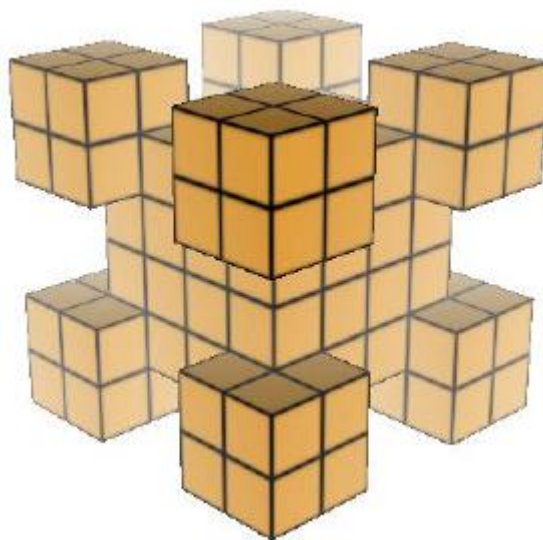
	Konečný výsledek
$V (\text{cm}^3)$	
$S (\text{cm}^2)$	

6. ÚKOL:

Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, který je sestaven z jednotkových krychlí?

Vymysli různé strategie pro výpočet objemu a povrchu.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set C).



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Zjisti objem a povrch daných hranolů, které jsou složeny z jednotkových krychlí.

Najdi nejjednodušší způsob řešení, bez počítání za pomoci vzorečku.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set A).

	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
$V \text{ (cm}^3\text{)}$	2	4	8	18	12	120	64
$S \text{ (cm}^2\text{)}$	10	16	24	42	32	158	96

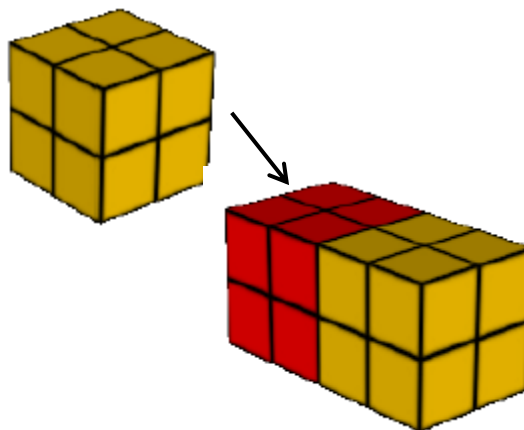
Co se stane, když délku, šířku nebo výšku kostky zvýšíme o jeden celek?

Objem: 8 cm^3

Povrch: 24 cm^2

Objem: 16 cm^3

Povrch: 40 cm^2



2. ÚKOL:

Jaký je objem a povrch níže uvedených útvarů, které jsou sestaveny z jednotkových krychlí?

- Bez počítání odhadni, jaký je objem útvarů.
- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) daných útvarů.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set B).

	Odhad	Konečný výsledek
$V_1 \text{ (cm}^3\text{)}$		35

$V_2 \text{ (cm}^3\text{)}$		32
$S_1 \text{ (cm}^2\text{)}$		86
$S_2 \text{ (cm}^2\text{)}$		80

3. ÚKOL:

Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, sestaveného z jednotkových krychlí?

- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) celého tělesa.
- Vypočítej objem a povrch útvaru, který je doplňkem daného útvaru. Po spojení obou útvarů vznikne krychle $3\text{cm} \times 3\text{cm} \times 3\text{cm}$. Doplněk sestav v programu CE.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set B).

	$V \text{ (cm}^3\text{)}$	$S \text{ (cm}^2\text{)}$
Těleso	13	46
Doplněk	14	42

4. ÚKOL:

Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, sestaveného z jednotkových krychlí?

- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) celého tělesa.
- Vypočítej objem a povrch útvaru, který je doplňkem daného útvaru. Po spojení obou útvarů vznikne krychle $7\text{cm} \times 7\text{cm} \times 7\text{cm}$. Doplněk sestav v aplikaci CE.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set C).

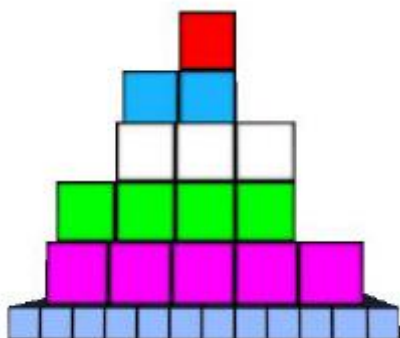
	V (cm ³)	S (cm ²)
Těleso	118	324
Doplňěk	225	230

5. ÚKOL:

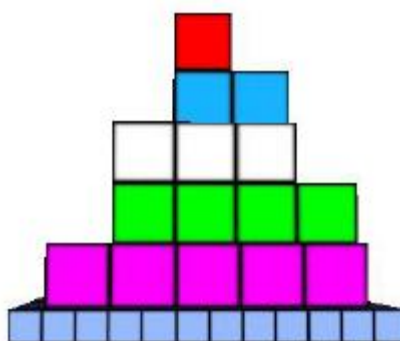
Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, sestaveného z jednotkových krychlí?

- Objem celého tělesa vypočítej metodou „rozděl a panuj“. Rozděl každý útvar na menší části (barevně je odliš), vypočítej jejich objem a poté jednotlivé výsledky spoj do konečného výsledku.
- Vypočítej povrch (i s podstavou) celého tělesa.
- Vypočítej objem a povrch útvaru, který je doplňkem daného útvaru. Po spojení obou útvarů vznikne krychle 7cmx7cmx7cm. Doplněk sestav v aplikaci CE.

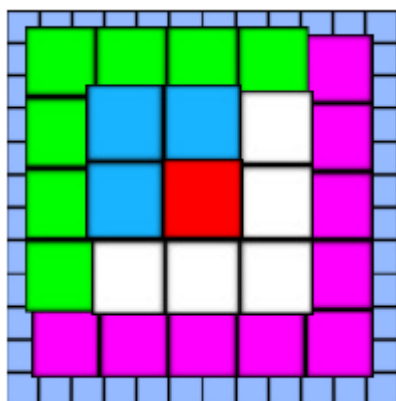
Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set C) nebo Cubix Editor.



nárys:



bokorys:



půdorys:

	Konečný výsledek
V (cm ³)	55
S (cm ²)	110

6. ÚKOL:

Jaký je objem a povrch níže uvedeného útvaru, který je sestaven z jednotkových krychlí?

Vymysli různé strategie pro výpočet objemu a povrchu.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix (set C).

$$V_1 = 8 \text{ cm}^3$$

$$V_8 = 8 \cdot 8$$

$$V_8 = 64 \text{ cm}^3$$

$$V = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$V = 64 \text{ cm}^3$$

$$V = (V_8 + V) - 8$$

$$\underline{V = 120 \text{ cm}^3}$$

$$S = 6 \cdot (a \cdot a)$$

$$S = 6 \cdot 12$$

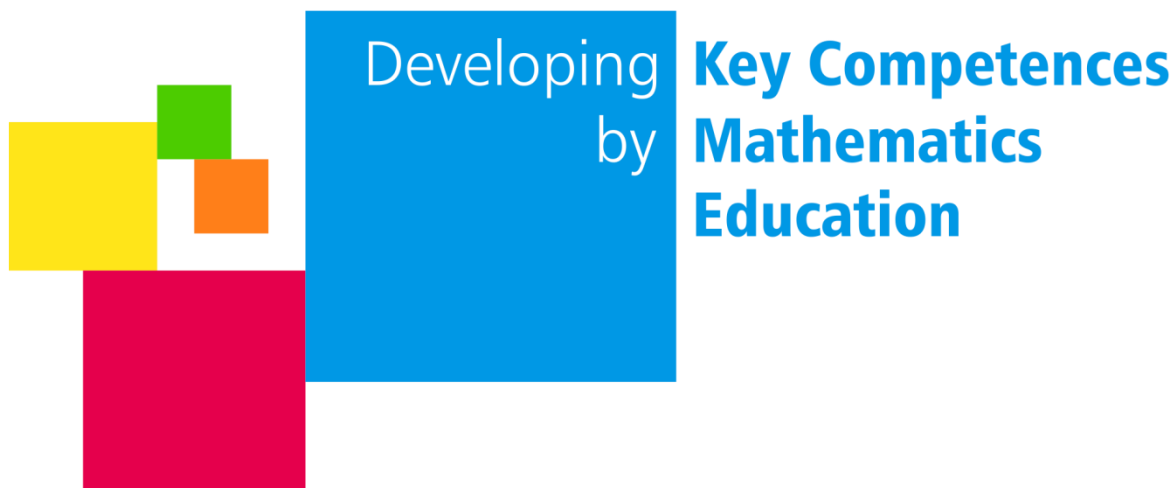
$$S = 72 \text{ cm}^2$$

$$S = 8 \cdot (3 \cdot 4 + 3 \cdot 3)$$

$$S = 168 \text{ cm}^2$$

$$S = 168 + 72$$

$$\underline{S = 240 \text{ cm}^2}$$



Cubix Editor

Alena Maříková

Cíl aktivity: vypočet objemu krychle, práce s modely tvořenými z krychlí, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 6., 7., 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, rýsovací potřeby, aplikace Cubix Editor softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohy 1 až 8 jsou určeny pro žáky šestých ročníků.

Úlohu 1 je vhodné použít před probíráním učiva objemu krychle a kvádrů. Žáci mohou dojít k souvislosti mezi počtem kostek a objemu krychle (kvádrů) sami.

Úlohy 2 a 4 je možné zadat po seznámení s učivem povrch krychle a kvádrů jako procvičování a hledání nových strategií a před probíráním učiva objem kvádrů a krychle. Žáci mohou dojít k souvislosti mezi počtem kostek a objemu krychle (kvádrů) sami. Dokonce ho můžeme použít jako opakovací test na konci probraného celku.

Úlohy 3, 7 a 8 je vhodné použít po probrání vlastností krychle, k jejímu procvičování a rýsování nárysu, půdorysu a bokorysu. Slouží k rozvíjení prostorové představivosti.

Úlohy 5 a 6 je možné zadat po seznámení s učivem objem krychle (kvádrů) jako procvičování a hledání nových strategií, ale i před probíráním tohoto učiva. Žáci mohou sami dojít k souvislosti mezi počtem přidaných kostek a rozdílu objemu krychle s objemem dané stavby.

Úlohu 9 je vhodné použít v sedmém ročníku při opakování geometrie šestého ročníku, jako upevňování a prohlubování znalostí a prostorové představivosti. V šesté třídě by žákům mohl dělat problém zadaný poměr.

Úlohu 10 je vhodné zadat jako procvičování a upevňování znalostí objemů jednotlivých těles v osmém ročníku. Úlohu by šlo zadat i v nižších ročnících, pokud by se vyřadil poslední příklad, kde se vyskytuje mocnina čísla nebo by se pro žáky nižších ročníků upravil ($1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3$).

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách⁵, nebo na stránkách⁶, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

⁵ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

⁶ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>



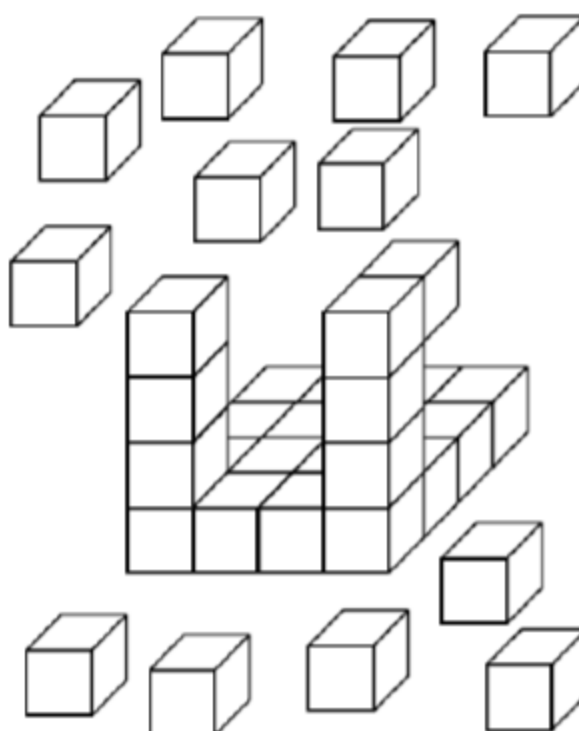
PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Na obrázku je rozestavěná stavba krychle o rozměrech hrany 4 cm. Jedna krychle na obrázku má rozměry 1cm × 1cm × 1cm.

- Určete, zda rozházené kostky – krychle stačí na dostavění celé krychle.
- Vypočítej objem a povrch rozestavěné stavby
- Kolik krychlí potřebujeme na stavbu celé krychle o rozměrech 4cm × 4cm × 4cm?
- Kolik krychlí potřebujeme na stavbu kvádrů o rozměrech 5cm × 2cm × 4cm?

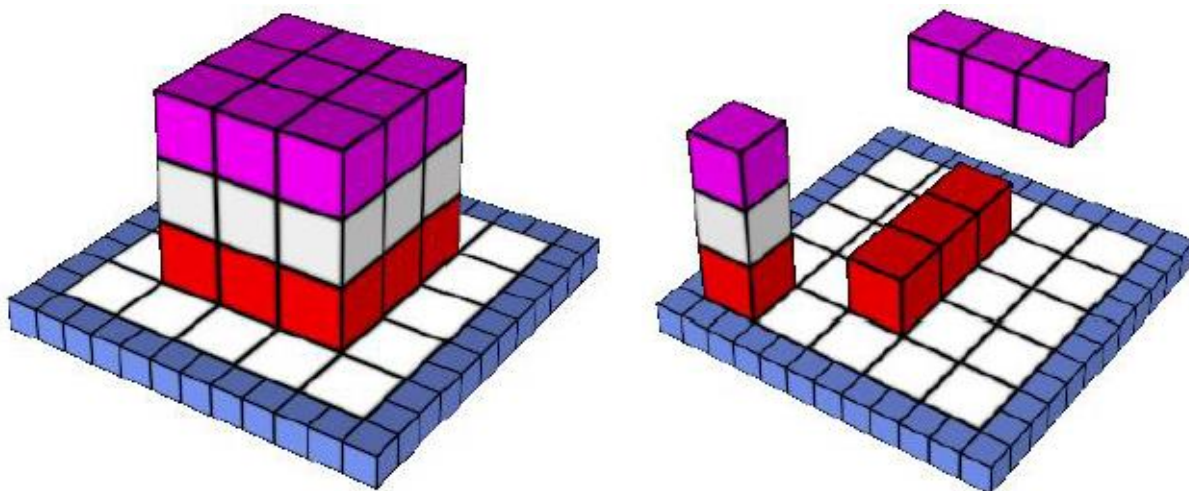
Řešení ověř v aplikaci Cubix Editor.



2. ÚKOL:

Z krychle o rozměrech $3 \times 3 \times 3$ lze vyříznout hranol $3 \times 1 \times 1$. Níže na obrázku jsou zobrazeny tři takové hranoly.

- Kolik takových hranolů lze v krychli najít?
- Jaký je povrch dané krychle a celkový povrch těchto tří hranolů?
- Jaký je objem krychle a z kolika krychliček se velká krychle skládá?

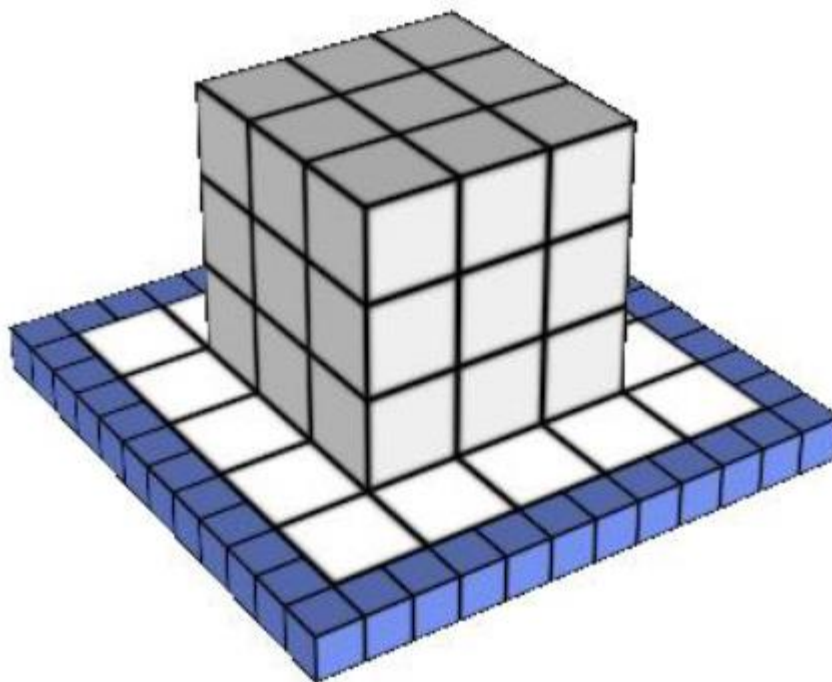


3. ÚKOL:

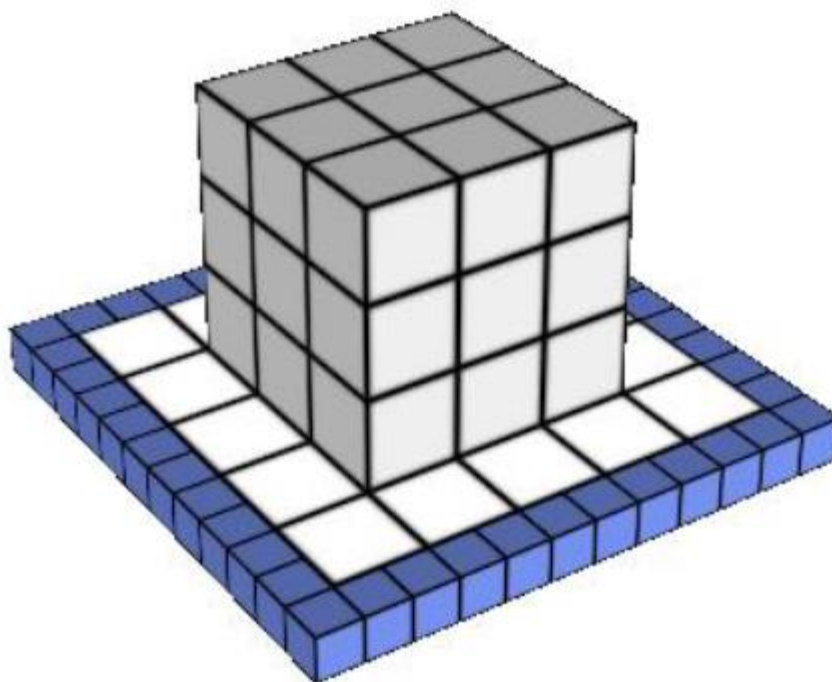
Vezmi 9 červených, 9 žlutých a 9 modrých krychlí a postav z nich velkou krychli tak, aby se v každém hranolu $3 \times 1 \times 1$ vyskytovala jedna červená, jedna žlutá a jedna zelená krychle.

Nejdříve příklad vyřeš vybarvením jednotlivých krychliček v pracovním listě a poté ověř v aplikaci Cubix Editor.

1. pohled



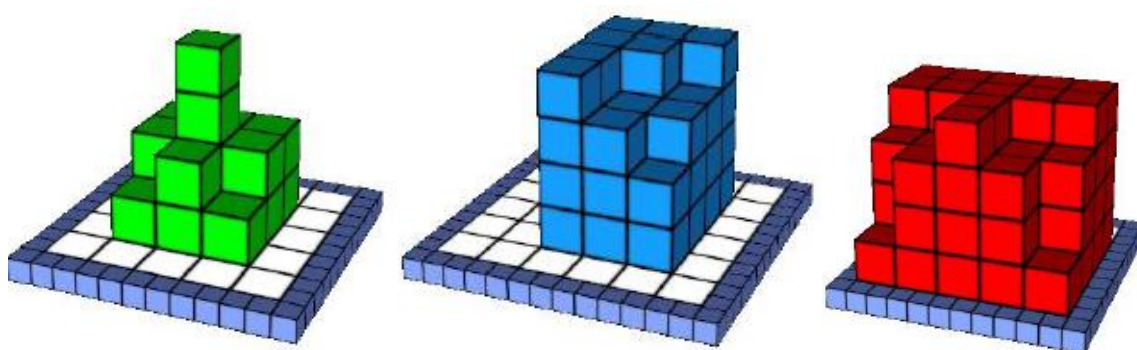
2. pohled



4. ÚKOL:

Půdorys každé stavby na obrázku je čtverec nebo obdélník.

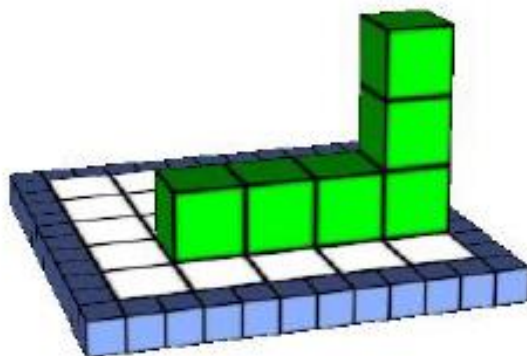
- Zelená stavba má v prvním podlaží 9 krychlí, ve druhém 7 krychlí, ve třetím 1 a ve čtvrtém také 1 krychli. Totéž určete pro červenou i modrou stavbu.
- Kolik krychlí potřebuješ na každou stavbu? Ověř tak, že stavbu postavíš.
- Kolik krychlí vidíš u každé stavby při pohledu shora?
- Franta si chce přebarvit zelenou stavbu na žlutou. Přelepí jednotlivé čtverečky žlutými nálepkami. Potřebuje jich 41. Kolik nálepek potřebuje na přebarvení červené a modré stavby?



5. ÚKOL:

- Vypočítej objem dané stavby, jenž je sestavená z jednotkových krychliček.
- Kolik jednotkových krychliček je potřeba přidat na stavbu, aby vznikla velká krychle $4 \times 4 \times 4$? Doplněk do krychle sestav v aplikaci CE.
- Vypočítej objem vzniklé krychle.

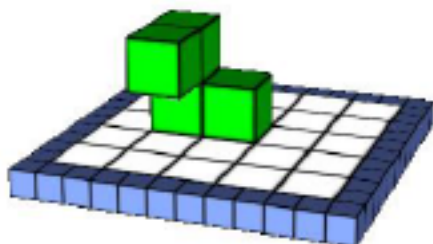
Řešení ověř pomocí aplikace Cubix Editor.



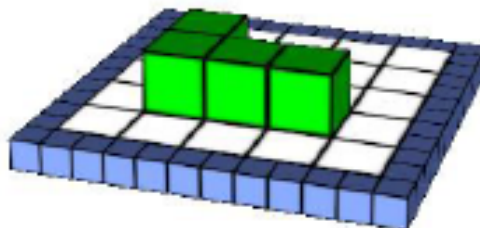
6. ÚKOL:

- Jaký je nejmenší možný počet jednotkových krychlí, které je potřeba přidat ke každé z níže uvedených staveb, aby z nich vznikla krychle?
- Vypočítej objem jednotlivých staveb i vzniklých krychlí.

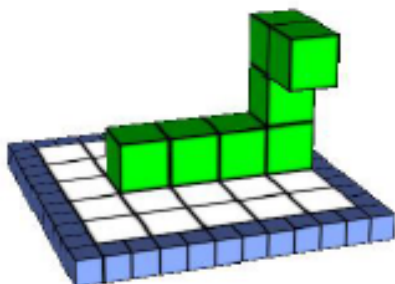
Řešení sestav a ověř v aplikaci Cubix Editor.



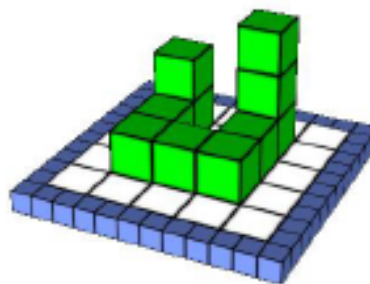
A.



B.



C.



D.

7. ÚKOL:

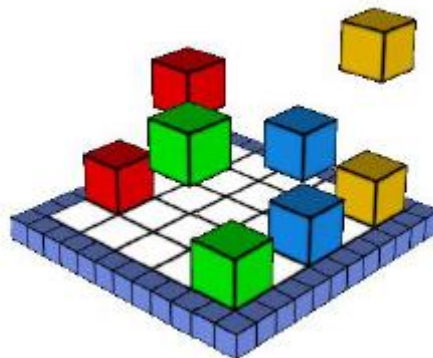
- a) V aplikaci Cubix Editor uspořádej 9 červených, 9 modrých a 9 žlutých jednotkových kostek do krychle, která má rozměry 3cm x 3cm x 3cm. Řádek a sloupec musí obsahovat právě 2 kostky různé barvy.
- b) Barevně nakresli její nárys, půdorys a bokorys. Rozměry zvol libovolně tak, aby se ti daná stavba vešla na papír.

Do rámečku nakresli nárys, půdorys a bokorys stavby.

8. ÚKOL:

- Máš 8 malých kostiček a každé dvě jsou různé barvy. Sestav z nich kostku tak, aby každá strana obsahovala jednu ze všech barev.
- Barevně nakresli její nárys, půdorys a bokorys. Rozměry zvol libovolně tak, aby se ti daná stavba vešla na papír

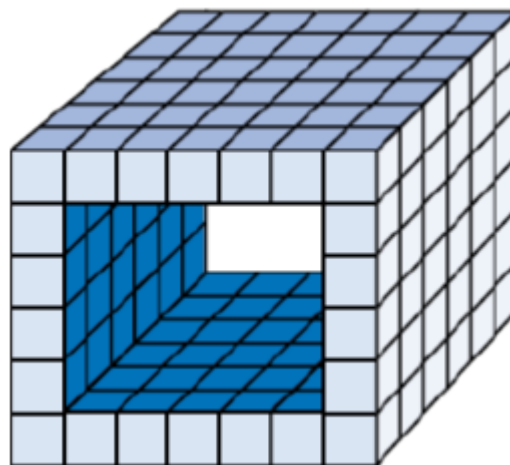
Své řešení sestav v aplikaci Cubix Editor.



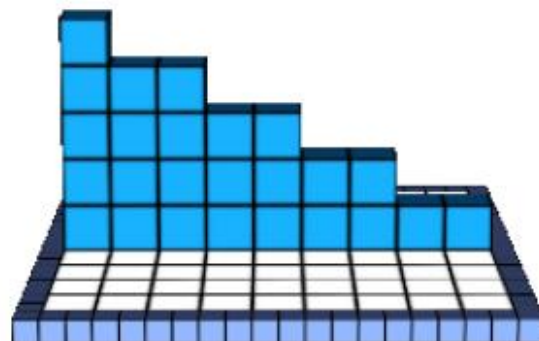
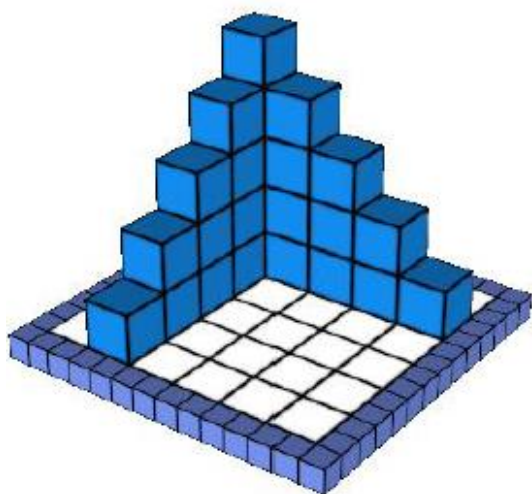
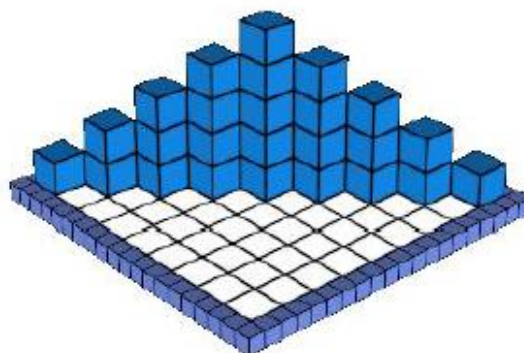
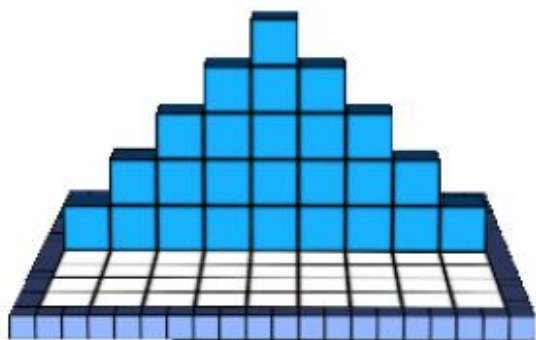
Do rámečku nakresli nárys, půdorys a bokorys stavby.

9. ÚKOL:

- Z kolika krychliček je slepeno těleso na obrázku?
- Nakresli nárys tělesa. Stranu krychličky kresli v poměru 1:3, jestliže objem krychličky je 27 cm^3 .
- Vypočítej objem tohoto tělesa v dm^3 , jestliže objem krychličky je 27 cm^3 .
- Vypočítej povrch tohoto tělesa v dm^2 .



Součet $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ reprezentuje konstrukci z jednotkových kostek takto:



10.ÚKOL:

Pomocí aplikace Cubix Editor sestav modely podle dalších součtů

a) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$

b) $2 + 4 + 6 + 8$

c) $1^2 + 2^2 + 3^2$

Vypočítej objemy vzniklých staveb (cm³):

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ**1. ÚKOL:**

Na obrázku je rozestavěná stavba krychle o rozměrech hrany 4 cm. Jedna krychle na obrázku má rozměry 1cm × 1cm × 1cm.

- a) Určete, zda rozházené kostky – krychle stačí na dostavění celé krychle.
- b) Vypočítej objem a povrch rozestavěné stavby
- c) Kolik krychlí potřebujeme na stavbu celé krychle o rozměrech 4cm × 4cm × 4cm?
- d) Kolik krychlí potřebujeme na stavbu kvádrů o rozměrech 5cm × 2cm × 4cm?

Řešení ověř v aplikaci Cubix Editor.

- a) ne b) $V=23 \text{ cm}^3$ $S=76 \text{ cm}^2$ c) 64 d) 40

2. ÚKOL:

Z krychle o rozměrech 3 x 3 x 3 lze vyříznout hranol 3 x 1 x 1. Níže na obrázku jsou zobrazeny tři takové hranoly.

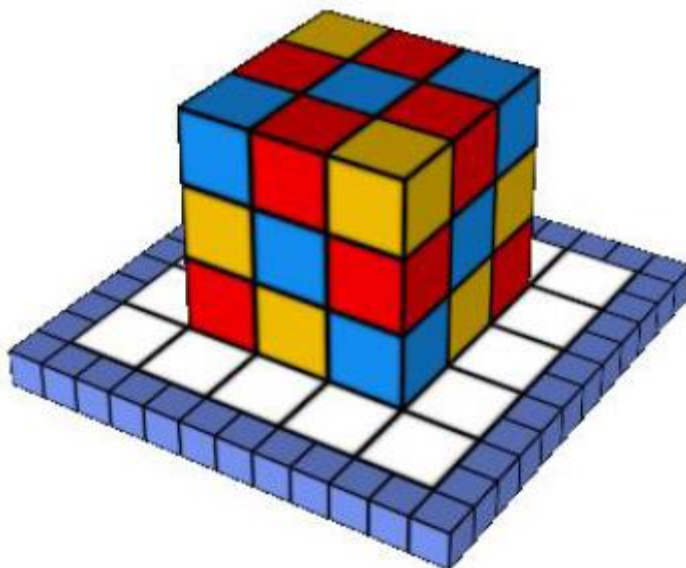
- e) Kolik takových hranolů lze v krychli najít?
- f) Jaký je povrch dané krychle a celkový povrch těchto tří hranolů?
- g) Jaký je objem krychle a z kolika krychliček se velká krychle skládá?

- a) 15 hranolů b) $S_1=54 \text{ cm}^2$ a $S_2=42 \text{ cm}^2$ c) $V=27 \text{ cm}^3$, 27 krychliček

3. ÚKOL:

Vezmi 9 červených, 9 žlutých a 9 modrých krychlí a postav z nich velkou krychli tak, aby se v každém hranolu $3 \times 1 \times 1$ vyskytovala jedna červená, jedna žlutá a jedna zelená krychle.

Nejdříve příklad vyřeš vybarvením jednotlivých krychliček v pracovním listě a poté ověř v aplikaci Cubix Editor.



4. ÚKOL:

Půdorys každé stavby na obrázku je čtverec nebo obdélník.

- Zelená stavba má v prvním podlaží 9 krychlí, ve druhém 7 krychlí, ve třetím 1 a ve čtvrtém také 1 krychli. Totéž určete pro červenou i modrou stavbu.
- Kolik krychlí potřebuješ na každou stavbu? Ověř tak, že stavbu postavíš.
- Kolik krychlí vidíš u každé stavby při pohledu shora?
- Franta si chce přebarvit zelenou stavbu na žlutou. Přelepuje jednotlivé čtverečky žlutými nálepkami. Potřebuje jich 41. Kolik nálepek potřebuje na přebarvení červené a modré stavby?

a)

	1. podlaží	2. podlaží	3. podlaží	4. podlaží
Modrá	12	12	11	7
Červená	20	8	18	12

b) zelená - 18

modrá - 42

červená - 68

c) zelená - 9

modrá - 12

červená - 20

d) červená - 92

modrá - 68

5. ÚKOL:

- Vypočítej objem dané stavby, jenž je sestavená z jednotkových krychliček.
- Kolik jednotkových krychliček je potřeba přidat na stavbu, aby vznikla velká krychle $4 \times 4 \times 4$? Doplněk do krychle sestav v aplikaci CE.
- Vypočítej objem vzniklé krychle.

Řešení ověř pomocí aplikace Cubix Editor.

a) $V=6 \text{ cm}^3$

b) 58 krychliček

c) $V=64 \text{ cm}^3$

6. ÚKOL:

- Jaký je nejmenší možný počet jednotkových krychlí, které je potřeba přidat ke každé z níže uvedených staveb, aby z nich vznikla krychle?
- Vypočítej objem jednotlivých staveb i vzniklých krychlí.

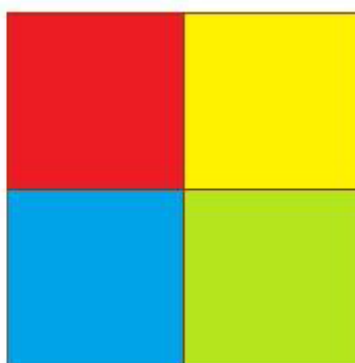
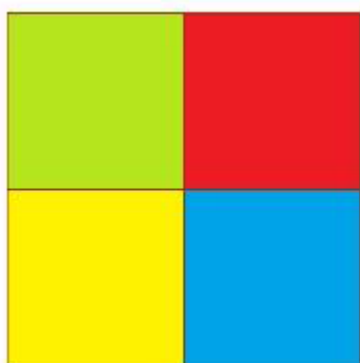
Řešení sestav a ověř v aplikaci Cubix Editor.

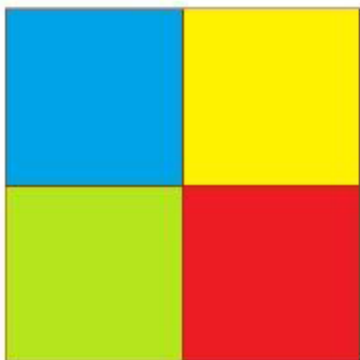
	A.	B.	C.	D.
Počet přidanych kostiček	4	4	7	10
Objem dané stavby (cm^3)	8	27	64	27
Objem hotové krychle (cm^3)	4	23	57	17

8. ÚKOL:

- Máš 8 malých kostiček a každé dvě jsou různé barvy. Sestav z nich kostku tak, aby každá strana obsahovala jednu ze všech barev.
- Barevně nakresli její nárys, půdorys a bokorys. Rozměry zvol libovolně tak, aby se ti daná stavba vešla na papír

Své řešení sestav v aplikaci Cubix Editor.





9. ÚKOL:

- Z kolika krychlíček je slepeno těleso na obrázku?
- Nakresli nárys tělesa. Stranu krychličky kresli v poměru 1:3, jestliže objem krychličky je 27 cm^3 .
- Vypočítej objem tohoto tělesa v dm^3 , jestliže objem krychličky je 27 cm^3 .
- Vypočítej povrch tohoto tělesa v dm^2 .

a) 132 krychlíček

c) $V=35,64 \text{ dm}^3$

d) $V=3,08 \text{ dm}^3$

10.ÚKOL:

Pomocí aplikace Cubix Editor sestav modely podle dalších součtů

- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$
- $2 + 4 + 6 + 8$
- $1^2 + 2^2 + 3^2$

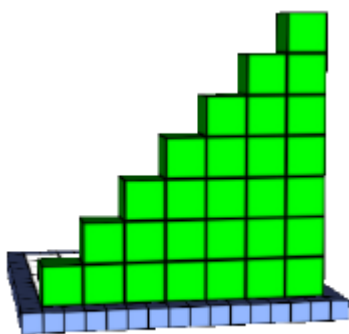
Vypočítej objemy vzniklých staveb (cm^3):

a) $V=28 \text{ cm}^3$

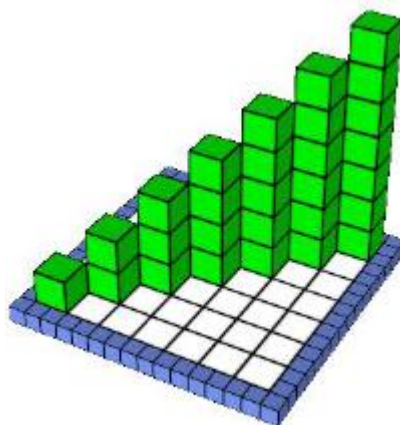
c) $V=20 \text{ cm}^3$

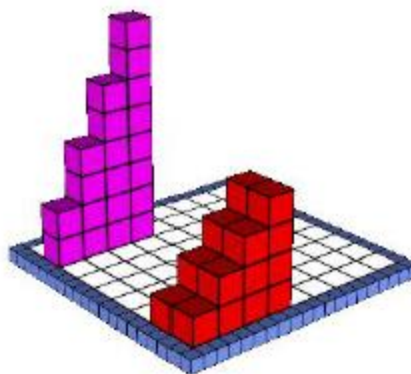
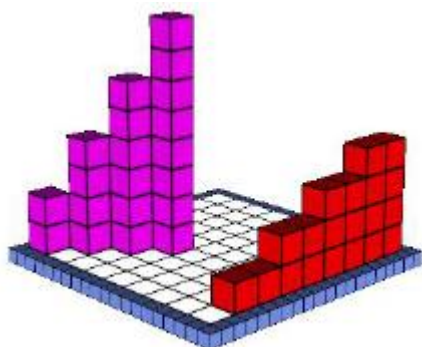
d) $V=14 \text{ cm}^3$

Příklady možných řešení:

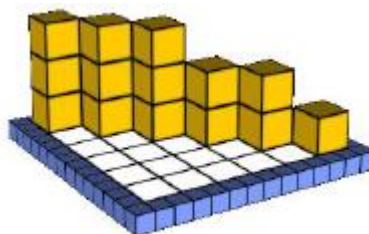
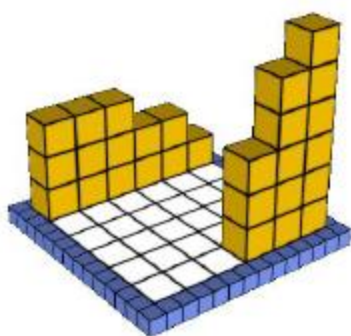


a)

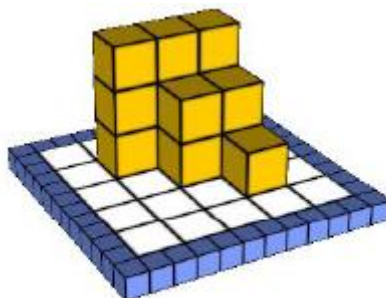
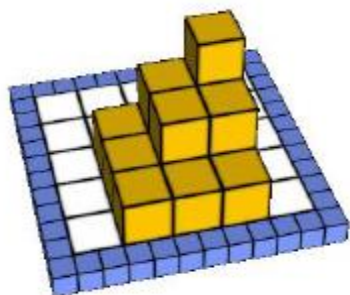


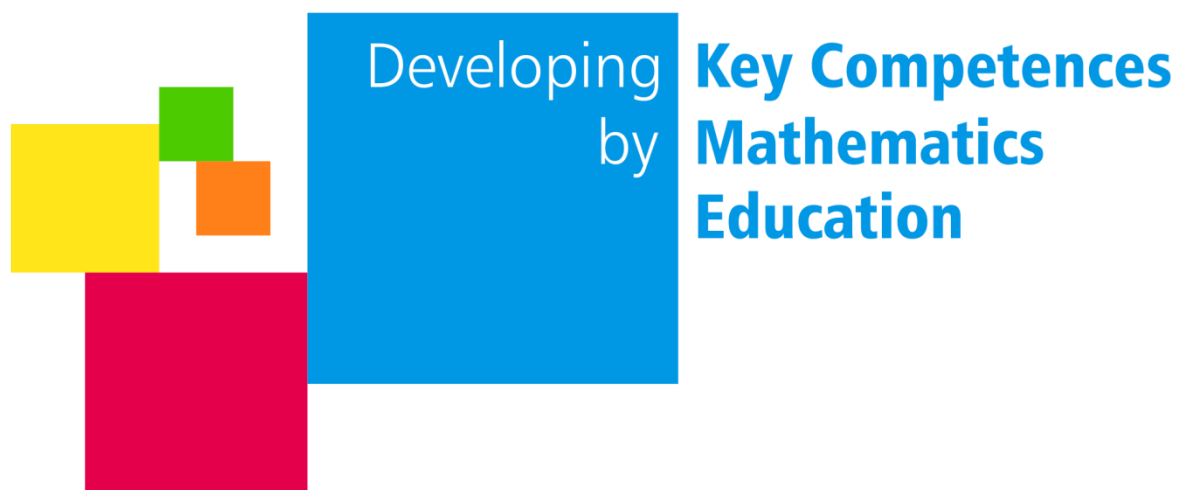


b)



c)





Cubix Shadow

Alena Maříková

Cíl aktivity: odhad a výpočet objemu a povrchu krychle, práce s modely tvořenými z krychlí, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Cubix Shadow softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohy 1, 2 a 3 je vhodné použít po probrání učiva objem krychle nebo také jako doplněk hodiny při procvičování a upevňování znalostí. Slouží k rozvíjení prostorové představivosti. Úlohy lze použít i v osmém ročníku, záleží na postavení ŠVP školy.

Úlohy 4, 5 a 6 je vhodné použít po probrání učiva objem a povrch krychle nebo také při procvičování a upevňování znalostí. Slouží k rozvíjení prostorové představivosti. Stavby můžeme nechat děti postavit i v aplikaci Cubix Editor, kde nemají k dispozici daný stín. Výhodou je také možnost uložení sestavené stavby. Úlohy lze použít i v osmém ročníku, záleží na postavení ŠVP školy.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách⁷, nebo na stránkách⁸, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

⁷ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

⁸ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

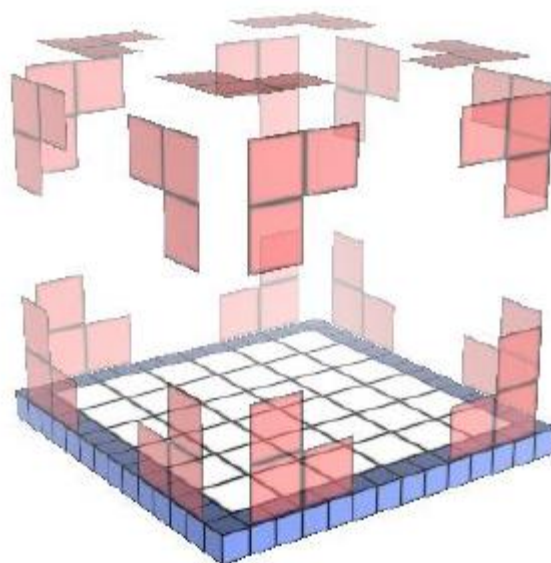
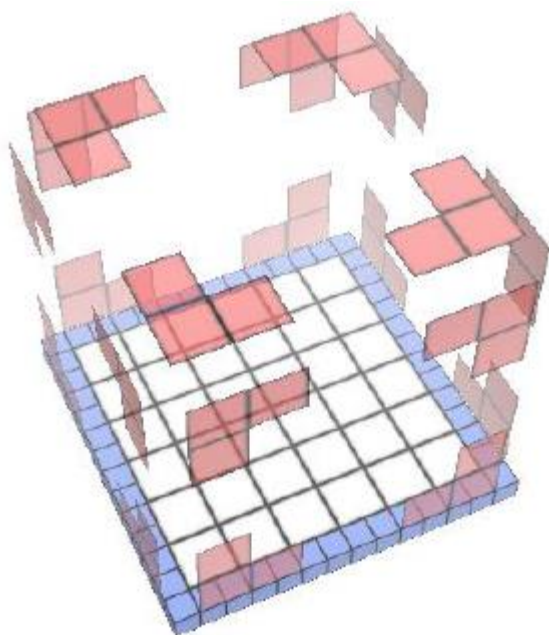
Podle níže uvedeného stínu sestav v Cubix Editoru stavbu. Na stavbu použij:

a) 32 kostek

b) 12 kostek

Vypočítej a porovnej objemy obou staveb. Všechny krychličky mají délku strany 1cm.

Stavbu podle stínu natrénuj a ověř v aplikaci Cubix Shadow.



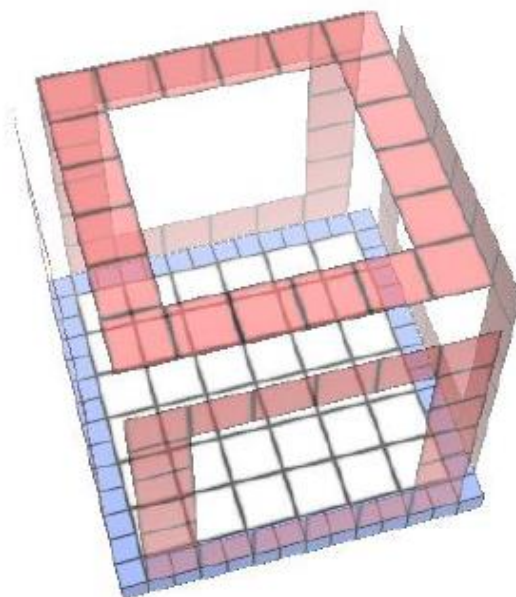
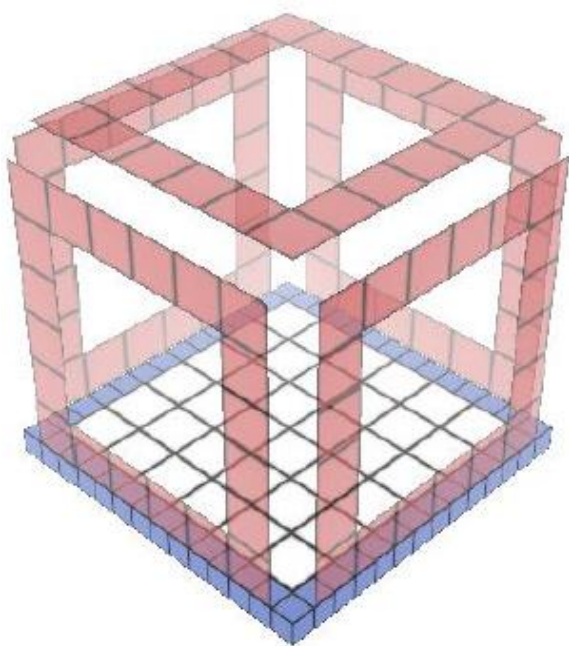
2. ÚKOL:

Podle níže uvedeného stínu sestav v Cubix Editoru stavbu. Na stavbu použij:

- a) 56 kostek
- b) 48 kostek
- c) 24 kostek

Vypočítej a porovnej objemy obou staveb. Všechny krychličky mají délku strany 1cm.

Stavbu podle stínu natrénuj a ověř v aplikaci Cubix Shadow.



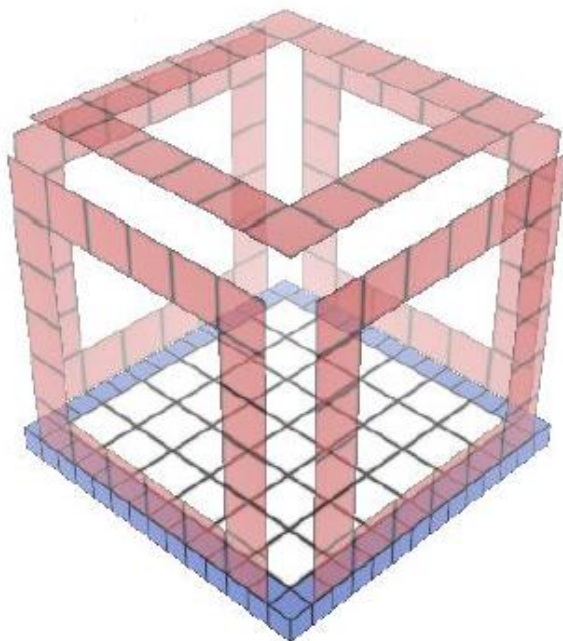
3. ÚKOL:

Z jakého nejmenšího počtu kostek, je možné sestavit stavby, dle zadaných stínů?

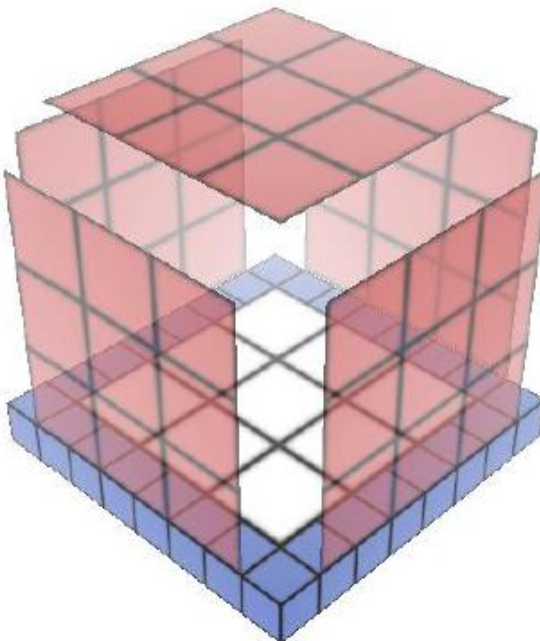
Nejdříve odhadni počet kostek a poté postav stavbu v programu Cubix Editor.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix Shadow, nalezením daných stínů v jednotlivých setech.

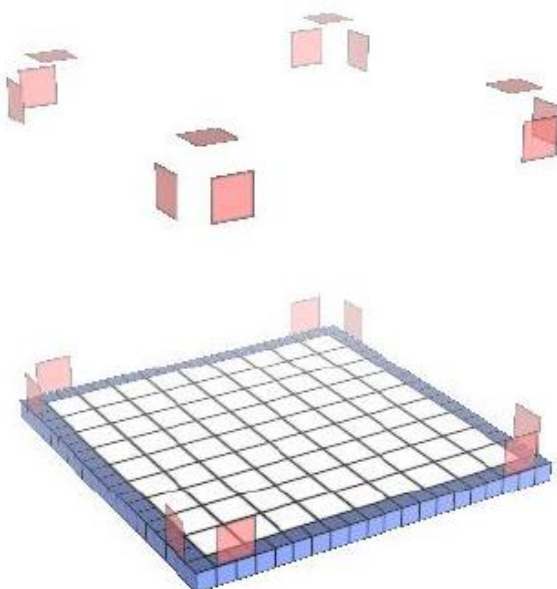
A.



B.



C.



	Odhad	Výpočet
A.		
B.		
C.		

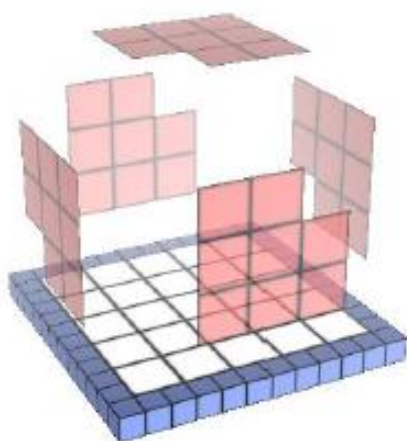
4. ÚKOL:

Zadané stíny najdi v aplikaci Cubix Shadow.

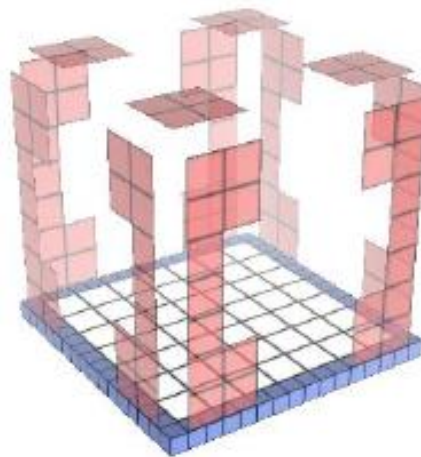
- Postav stavby dle stínů.
- Nejprve odhadni a poté vypočítej objem i povrch jednotlivých staveb (všechny krychličky mají délku strany 1cm).

EASY SET

Použij 18 kostek:



Použij 76 kostek:



	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		
Povrch (cm ²)		

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		
Povrch (cm ²)		

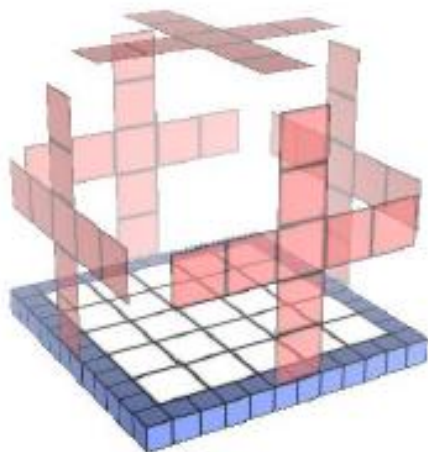
5. ÚKOL:

Zadané stíny najdi v aplikaci Cubix Shadow.

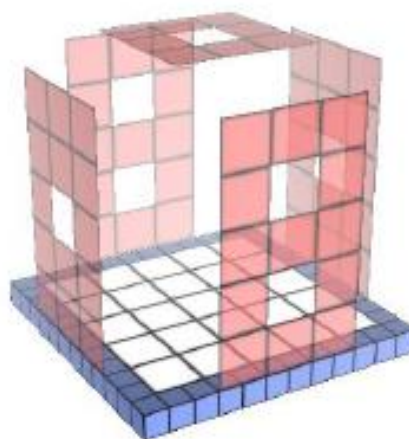
- Postav stavby dle stínů.
- Nejprve odhadni a poté vypočítej objem i povrch jednotlivých staveb (všechny krychličky mají délku strany 1cm).

MODERATE SET

Použij 12 kostek:



Použij 34 kostek:



	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		
Povrch (cm ²)		

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		
Povrch (cm ²)		

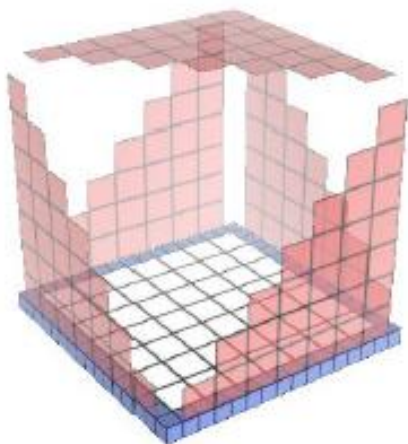
6. ÚKOL:

Zadané stíny najdi v aplikaci Cubix Shadow.

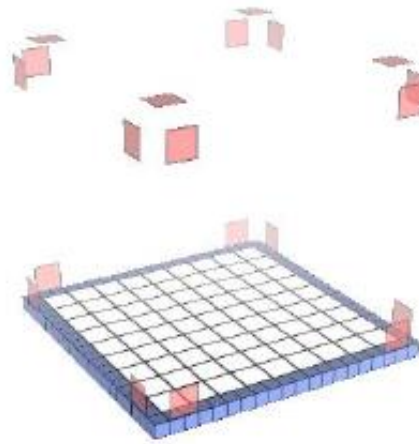
- Postav stavby dle stínů.
- Nejprve odhadni a poté vypočítej objem i povrch jednotlivých staveb (všechny krychličky mají délku strany 1cm).

HARD SET

Použij 28 kostek:



Použij 4 kostky:



	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		
Povrch (cm ²)		

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		
Povrch (cm ²)		

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Podle níže uvedeného stínu sestav v Cubix Editoru stavbu. Na stavbu použij:

a) 32 kostek

b) 12 kostek

Vypočítej a porovnej objemy obou staveb. Všechny krychličky mají délku strany 1cm.

Stavbu podle stínu natrénuj a ověř v aplikaci Cubix Shadow.

a) $V_1=32 \text{ cm}^3$

b) $V_2=12 \text{ cm}^3$

2. ÚKOL:

Podle níže uvedeného stínu sestav v Cubix Editoru stavbu. Na stavbu použij:

a) 56 kostek

b) 48 kostek

c) 24 kostek

Vypočítej a porovnej objemy obou staveb. Všechny krychličky mají délku strany 1cm.

Stavbu podle stínu natrénuj a ověř v aplikaci Cubix Shadow.

a) $V_1=56 \text{ cm}^3$

b) $V_2=48 \text{ cm}^3$

c) $V_3=24 \text{ cm}^3$

3. ÚKOL:

Z jakého nejmenšího počtu kostek, je možné sestavit stavby, dle zadaných stínů?

Nejdříve odhadni počet kostek a poté postav stavbu v programu Cubix Editor.

Své řešení ověř v aplikaci Cubix Shadow, nalezením daných stínů v jednotlivých setech.

	Odhad	Výpočet
A.		24
B.		9
C.		4

4. ÚKOL:

Zadané stíny najdi v aplikaci Cubix Shadow.

- Postav stavby dle stínů.
- Nejprve odhadni a poté vypočítej objem i povrch jednotlivých staveb (všechny krychličky mají délku strany 1cm).

EASY SET

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		18
Povrch (cm ²)		48

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		76
Povrch (cm ²)		232

5. ÚKOL:

Zadané stíny najdi v aplikaci Cubix Shadow.

- Postav stavby dle stínů.
- Nejprve odhadni a poté vypočítej objem i povrch jednotlivých staveb (všechny krychličky mají délku strany 1cm).

MODERATE SET

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		12
Povrch (cm ²)		60

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		34
Povrch (cm ²)		108

6. ÚKOL:

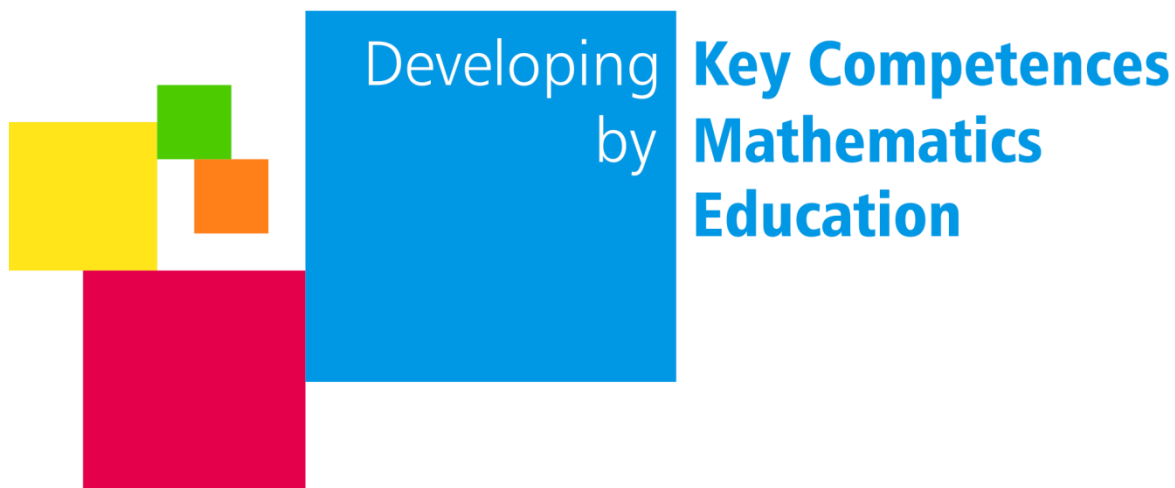
Zadané stíny najdi v aplikaci Cubix Shadow.

- a) Postav stavby dle stínů.
- b) Nejprve odhadni a poté vypočítej objem i povrch jednotlivých staveb (všechny krychličky mají délku strany 1cm).

HARD SET

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		28
Povrch (cm ²)		168

	Odhad	Výpočet
Objem (cm ³)		4
Povrch (cm ²)		24



Geometrický paradox $64=65$?

Jana Kaňková

Cíl aktivity: zájmová hodina geometrie, ukázka využití Fibonacciho posloupnosti

Ročník: 7. – 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

geometrie v rovině – obsah čtyřúhelníku

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, přiložený soubor v programu GeoGebra

Metodický a didaktický komentář:

Žáci řeší zadaný geometrický problém. Na čtvercovou síť narýsují čtverec 8×8 a rozstříhají jej dle předlohy. Z takto vzniklých dílků poskládají opět obdélník.

Porovnají obsahy čtverce 8×8 a obdélníku 13×5 , ač po přeskládání se jeví totožné, obsahy jsou rozdílné. Jak je to možné?

Poznámky:

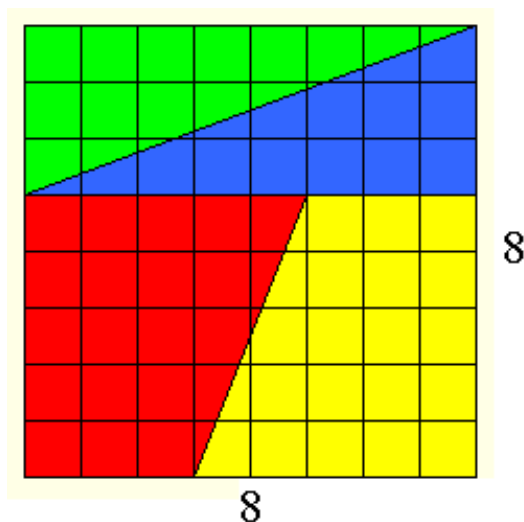
K pracovnímu listu je přiložen soubor v programu GeoGebra – Kankova- Fibonacciho posloupnost.ggb

PRACOVNÍ LIST

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem
Kankova- Fibonacciho posloupnost.ggb

1. ÚKOL:

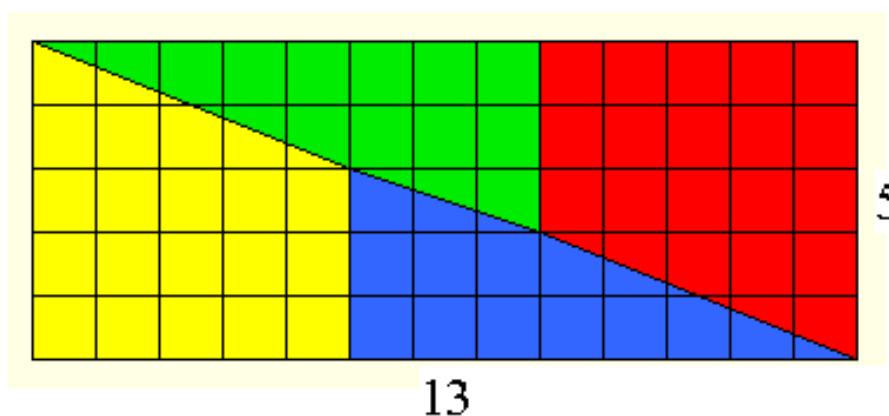
Na čtvercovou síť narýsujte čtverec 8×8 cm. Následně jej rozstříhejte dle předlohy.



Obrázek 1 – Rozdělení čtverce

2. ÚKOL:

Vzniklé dílky přeskládejte do tvaru obdélníku (dle předlohy).



Obrázek 2 - Předloha pro obdélník

3. ÚKOL:

Je možné, aby ze čtverce, který má obsah 64 cm^2 , vznikl obdélník s obsahem 65 cm^2 ?

Pokus se o vysvětlení problému. (použij k podrobnějšímu narýsování program GeoGebra, k důkazu pak podobnost trojúhelníků).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

Body E a F neleží v přímce. Vzniká nám mnohoúhelník $KFEH$, jenž má obsah 1 cm^2 .

Provedeme důkaz pomocí podobnosti trojúhelníků.



Obrázek 3 - Řešení v programu GeoGebra

Nechť bod M náleží na přímce KL a prodloužené straně EF trojúhelníka EFN . Jestli je EFK přímka a ne lomená čára, potom by bod M musel splynout s bodem K .

Užijeme podobnost trojúhelníků EFN a EML , dostaneme:

$$|ML| : |FN| = |EL| : |EN|$$

$$|ML| : 3 = 13 : 8$$

$$|ML| = (13 : 8) \cdot 3$$

$$|ML| = 4,875$$

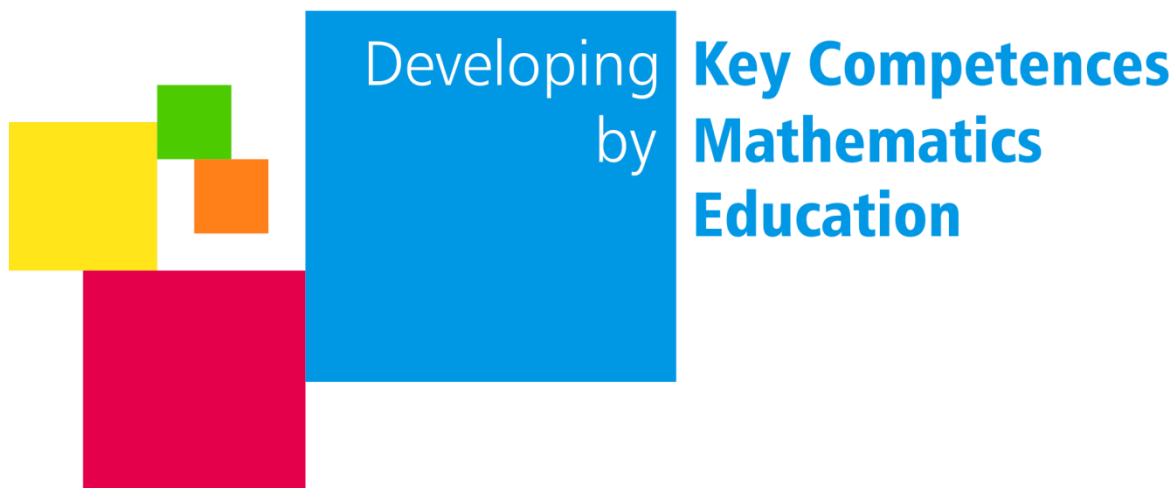
Délka strany ML je 4,875, zatímco KL měří 5. Body M a K nejsou proto totožné.

Zajímavost: Tento příklad je propojen s Fibonacciho posloupností, vypíšeme-li si délky stran rovinných útvarů: 8, 13, 5. Vidíme členy Fibonacciho posloupnosti, které následují za sebou.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Pozn.:

Takto lze sestavit libovolný příklad. Využijeme-li tři členy posloupnosti, jdoucí po sobě a sestojíme čtverec o délce strany prostřední cifry a obdélník ze zbývajících dvou.



Geometrie kolem nás

Tomáš Zoubek

Cíl aktivity: představit žákům vybrané geometrické jevy, se kterými se setkávají v běžném životě, tak aby pochopili jejich geometrickou podstatu, pomocí prováděných aktivit upevňovali své znalosti a dovednosti, rozvíjeli příslušné klíčové kompetence a přirozeným způsobem získávali vědomí o sepětí matematiky s reálným životem.

Ročník: 6. - 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základy práce s programem GeoGebra

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení daných problémů z reálného života uplatňuje vhodné metody, dříve získané znalosti a dovednosti. Využívá při tom tvořivé myšlení a intuici
- **Kompetence k učení** – k řešení daných úkolů je třeba využívat kombinace v minulosti získaných znalostí a dovedností spolu s novými, samostatně osvojenými informacemi, žák se učí získávat informace, propojovat je za účelem dosažení cíle, učí se přistupovat ke zdrojům informací kriticky, informace tvořivě zpracovávat a využívat při řešení problému
- **Kompetence sociální a personální** – pracovní listy lze uplatnit při skupinové práci, výsledky jsou poté prezentovány před třídou, žák tak při aktivitách přispívá k vytváření a udržování hodnotných mezilidských vztahů, dokáže spolupracovat, tak aby tým dosáhl žádaného cíle

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, volně stažitelné programy GeoGebra⁹ a Phun¹⁰, předpřipravené pracovní soubory spustitelné v těchto programech (jejich názvy spolu s umístěním jsou uvedeny v jednotlivých pracovních listech)

⁹ Zdroj: <https://www.geogebra.org/>

¹⁰ Zdroj: <http://phun.en.softonic.com>

PRACOVNÍ LIST

Pracovní listy v programech GeoGebra a Phun jsou přiloženy jako samostatné soubory s názvy

02_Geogebra_sikmy_vrh_model.ggb 02_Phun_sikmy_vrh_model.phz

1. ÚKOL:

Otevřete soubor 02_Geogebra_sikmy_vrh_model.ggb. Využijte možnosti měnit úhel α a zkuste odhadnout, při jakém úhlu bude vzdálenost dopadu největší.

Váš odhad:

2. ÚKOL:

Otevřete soubor 02_Phun_sikmy_vrh_model.phz.

3. ÚKOL:

Pomocí nástroje *Obdélník* vyberte celý mechanismus děla a pomocí nástroje *Otáčení* můžete měnit úhel náklonu děla.



4. ÚKOL:

Přemístěte kouli do děla, umístěte na ní stopovku a teprve až potom vystřelte pomocí tlačítka *šipka dolu*. Vystřelte pod úhlem 30° a 60° a potom pod úhly 20° a 70°

Porovnejte dostřel u těchto dvojic úhlů.



30° a 60° :

20° a 70° :

5. ÚKOL:

Najdete ještě nějaké dvojice úhlů se stejnou velikostí? Pokud ano, jaké?

Vaše dvojice úhlů:

.....

.....

.....

.....

.....

.....



PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Zkuste si představit, jaký tvar vytvoří volně zavěšený řetízek a nakreslete ho.

2. ÚKOL:

V 17. století se matematici zabývali problémem s vyjádřením rovnice tvaru, který jste si představili a přibližně nakreslili. Tato křivka dostala název řetězovka právě podle toho, že vychází z tvaru volně zavěšeného řetězu. Galileo Galilei tvrdil, že onou hledanou rovnicí je $f(x) = x^2$. avšak matematici Gottfried Leibniz, Christiaan Huygens, David Gregory a Johann Bernoulli tvrdili, že správnou rovnicí je $f(x) = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$.

Pojďme je rozsoudit.

3. ÚKOL:

Křivky, které jsou popsány rovnicemi, mezi nimiž budeme rozhodovat, najdete na následujících listech tohoto pracovního listu. Prohlédněte si je a napište váš odhad jaká je podle vás správná rovnice řetězovky.

Odhadovaná rovnice:

4. ÚKOL:

K dispozici máte řetízek a obrázky dvou křivek s rovnicemi. Vymyslete postup, jakým by se dala za pomoci obrázků a řetízku, odhalit správná rovnice řetězovky.

Váš postup:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ÚKOL:

Svůj vymyšlený postup realizujte a napište vámi zjištěnou rovnici řetězovky, a kdo měl ve sporu v 17. století pravdu:

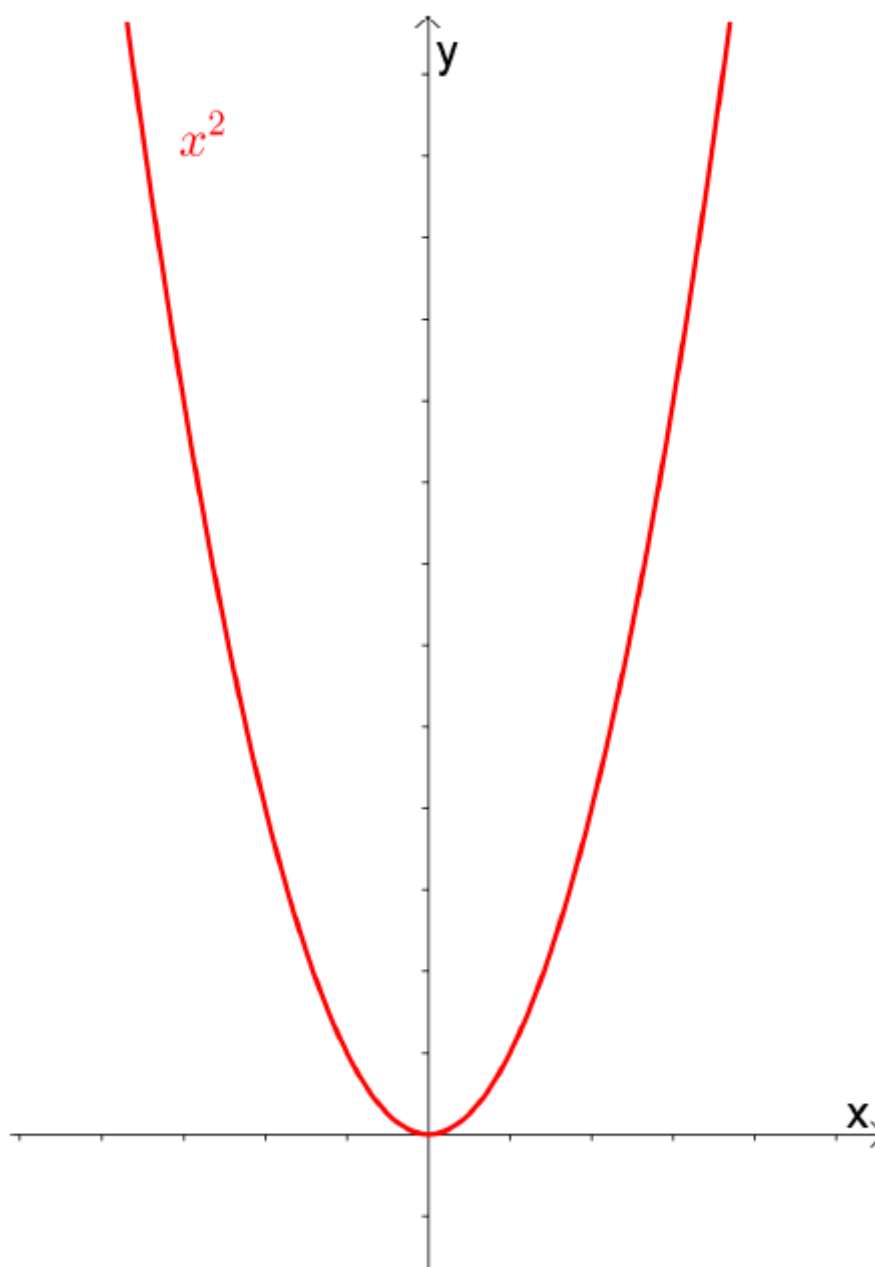
Zjištěná rovnice řetězovky:.....

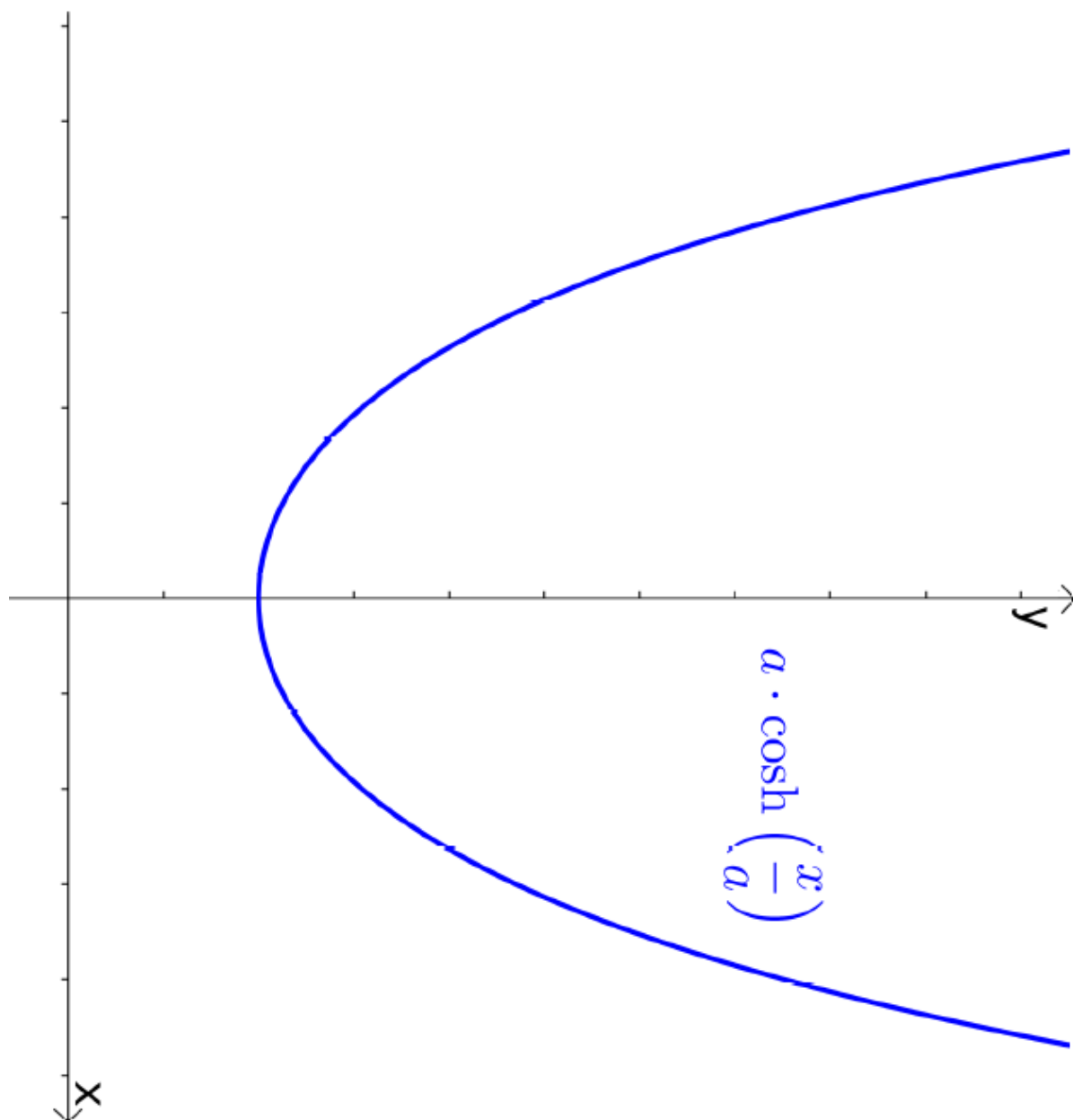
Objevitel/é rovnice řetězovky:

6. ÚKOL:

Vyhledejte (v učebnicích pro vyšší ročníky nebo na internetu) název křivky, které patří druhá rovnice.

Druhou křivkou je:.....



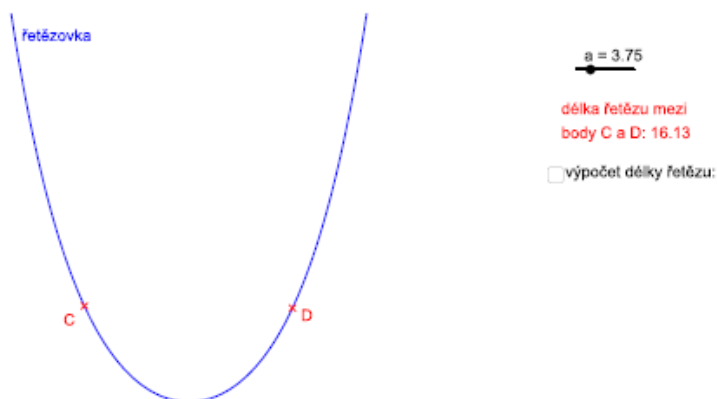


PRACOVNÍ LIST

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem
03_pracovni_list_retezovka.ggb

1. ÚKOL:

Otevřete si v programu GeoGebra soubor 03_pracovni_list_retezovka.ggb. Zobrazí se vám následující okno:

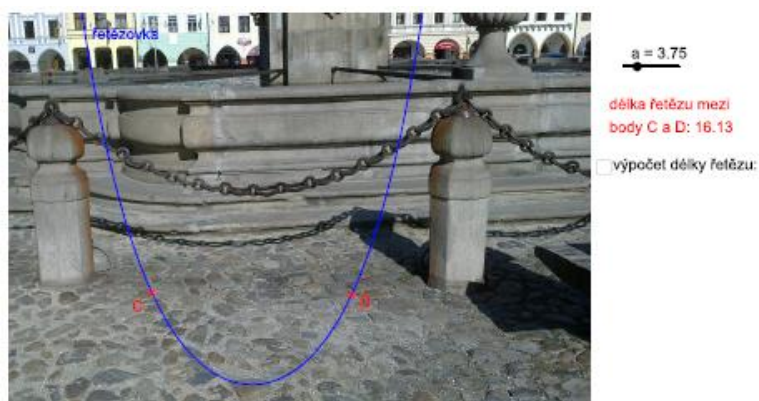


2. ÚKOL:

V pravém horním rohu vidíte parametr a . Měňte jeho hodnotu a všimněte si, jak se mění tvar křivky. Dále můžete posouvat body C a D a sledovat změnu délky křivky mezi těmito body.

3. ÚKOL:

Vložte obrázek 03_retez.png. Šířka obrázku je dána jeho rohy, které leží v bodech A a B . Obrázek zmenšete pomocí přepsání souřadnic bodů A a B tak, že $A = (-20.81, -0.98)$ a $B = (19.19, -0.98)$. Nezapomeňte, že v programu GeoGebra se místo desetinné čárky píše tečka. Výsledný obrázek by měl vypadat takto:



4. ÚKOL:

Nastavte parametr a tak, aby tvar řetězovky co možná nejpřesněji kopíroval tvar řetězu na obrázku a body A a B posuňte tak, aby tvořily koncové body řetězu na obrázku, Zapište délku řetězu mezi body A a B .

Délka řetězu:

5. ÚKOL:

Nyní zkontrolujte délku řetězu pomocí vzorce pro výpočet délky křivky. Zaškrtněte políčko délka řetězu pomocí prověšení. Objeví se nám políčka, kam zadáme délku prověšení řetězu a vzdálenost mezi body C a D a délka řetězu se nám již sama spočítá

6. ÚKOL:

Zjistěte prověšení řetězu a vzdálenost bodů C a D . Nejprve sestrojte úsečku CD . Velikost této úsečky zapišeme do políčka *vzdálenost mezi body C a D* . Poté sestrojíme střed úsečky CD . Z tohoto středu vedte kolmici k úsečce CD . Dostaneme průsečík kolmice s řetězem. Tuto hodnotu napište do políčka *prověšení řetězu*. Zapište délku řetězu a porovnejte obě hodnoty délky řetězu.

Spočítaná délka řetězu:

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Přiložte řetízek, který dostanete, na prázdný papír (druhá strana tohoto pracovního listu). Konec řetízku, na kterém není přívěsek, bude u delšího kraje papíru. Tímto koncem řetízku budete pohybovat po kraji papíru a postupně dělejte kroužek kolem pozice přívěsku.

2. ÚKOL:

Porovnejte váš obrázek s křivkami na třetí a čtvrté stránce.

3. ÚKOL:

Odhadněte pomocí podobnosti s obrázky křivek, jakou bude mít vaše nakreslená křivka rovnici.

Váš odhad:

4. ÚKOL:

Vymyslete postup (pomocí obrázků křivek a řetízku), jak ověřit váš odhad.

Postup:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ÚKOL:

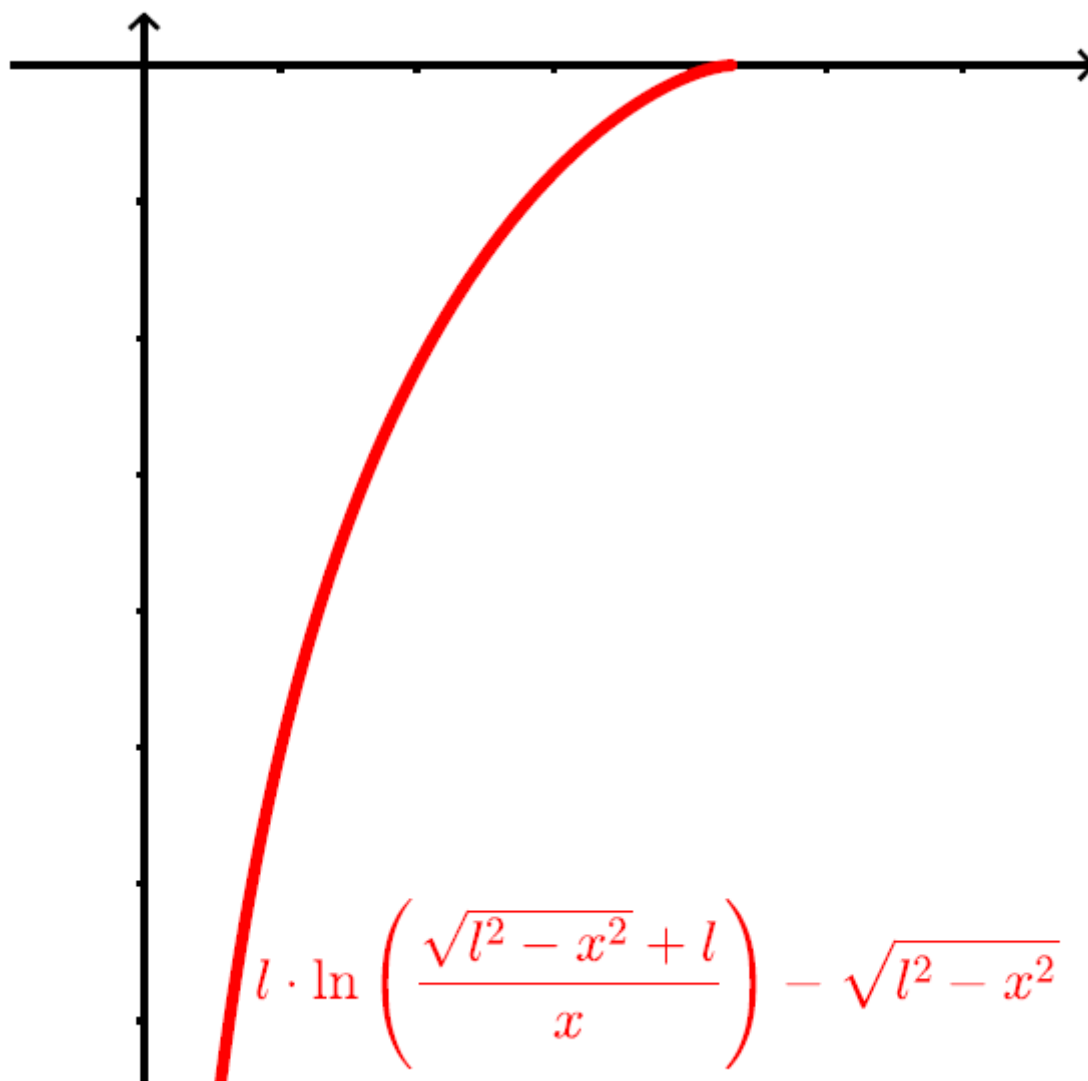
Realizujte váš postup a запиšte zjištěnou rovnici vaší nakreslené křivky.

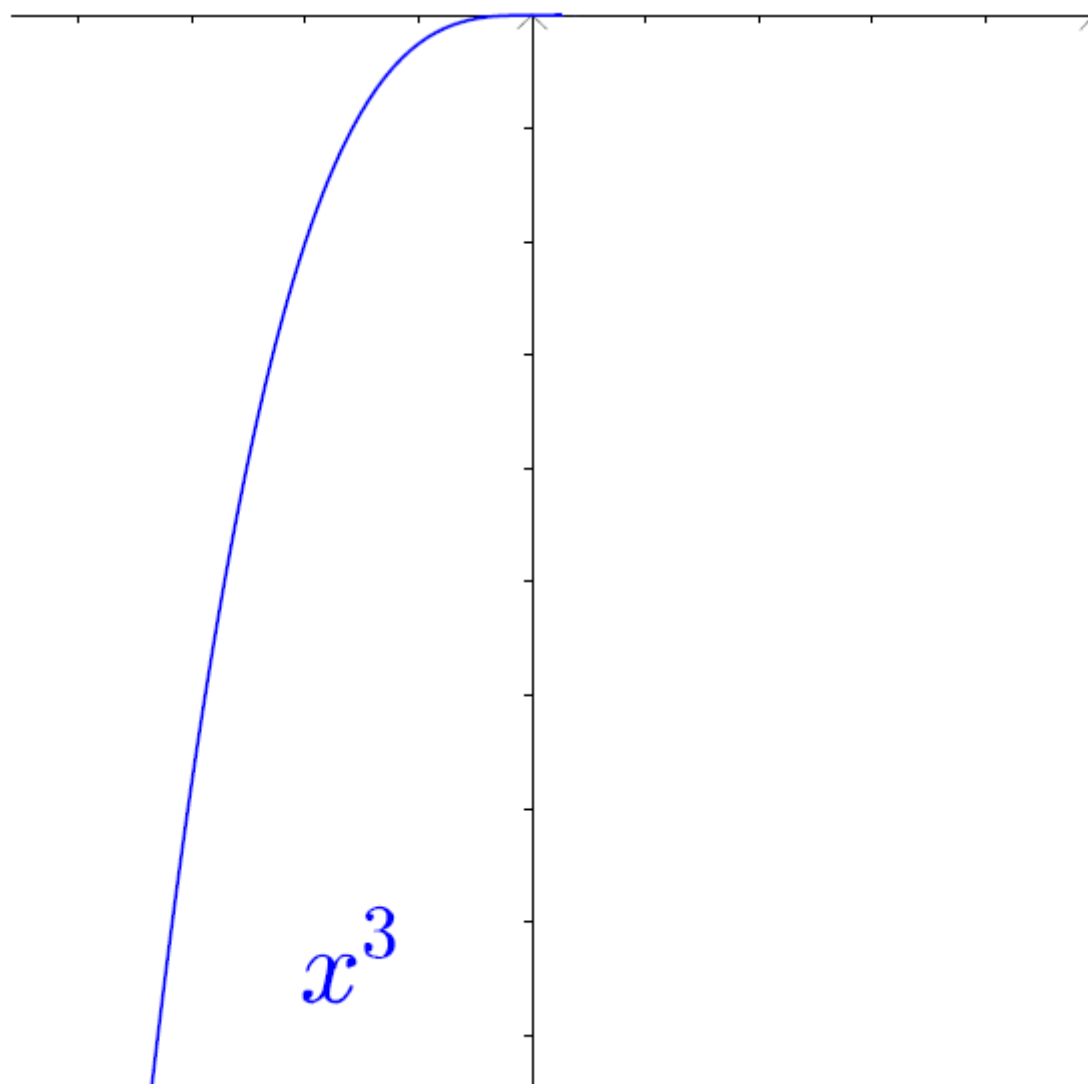
Zjištěná rovnice:



Stránka pro zachycení trajektorie řetízku







PRACOVNÍ LIST

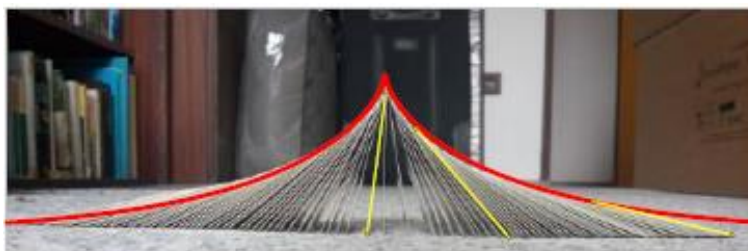
1. ÚKOL:

Sestavte z balíčku karet stavbu jako na obrázku. Návod: Stačí balíček karet rozprostřít do pásu a pak na straně, kde se začal pás rozvíjet, ho začnete zvedat. Nakonec dostanete karty do pozice jako je na obrázku.



2. ÚKOL:

Můžete si všimnout, že nám hřbety karet vykreslují zajímavou křivku stejnou jako na dalším obrázku.



3. ÚKOL:

Zkuste popřemýšlet a napište, jak se budou lišit vzdálenosti jednotlivých žlutých úsečků zobrazených na obrázku.

Váš názor:

.....

.....

.....

.....

4. ÚKOL:

Posouvejte vrchol křivky do stran a запиšte, jak se tvar křivky mění.

Změna křivky:

5. ÚKOL:

Vyhledejte definice následujících pojmů:

Řetězovka:

.....
.....
.....

Exponenciální funkce:

.....
.....
.....

Traktrix:

.....
.....
.....

6. ÚKOL:

Pomocí definic z 5. úkolu přiřadte křivce, kterou tvoří hřbety karet, její název.

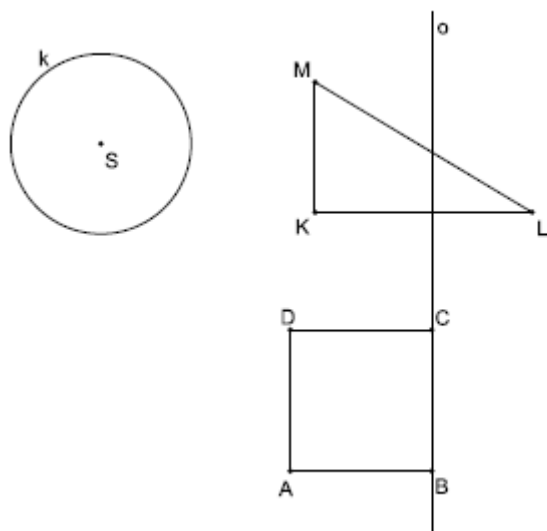
Vyhledejte definice následujících pojmů

Název křivky:.....

PRACOVNÍ LIST

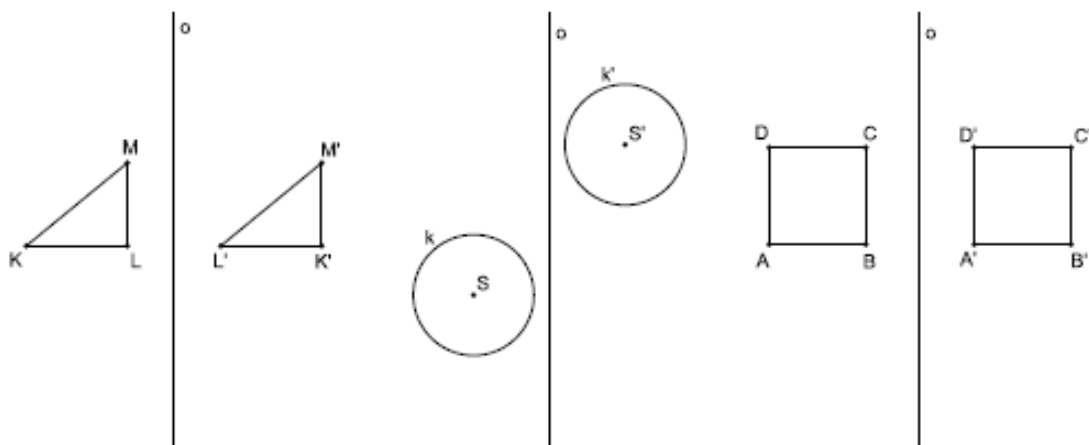
1. ÚKOL:

Zobrazte obrazy geometrických útvarů na obrázku v osově souměrnosti podle osy o .



2. ÚKOL:

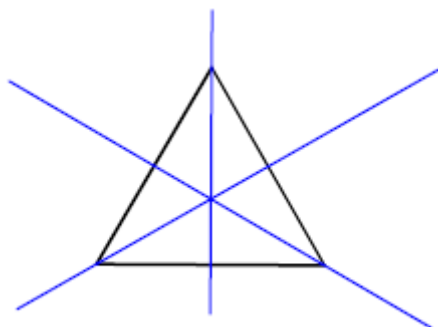
Rozhodněte, zda jsou geometrické útvary na obrázku správně zobrazeny v osově souměrnosti podle osy o . Opravte případné chyby.



3. ÚKOL:

Vyznačte v geometrických úvarech na obrázku osy, podle nichž jsou souměrné.

Příklad:



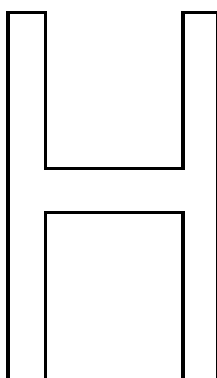
A.



B.



C.



4. ÚKOL:

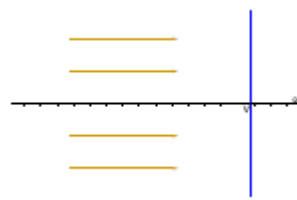
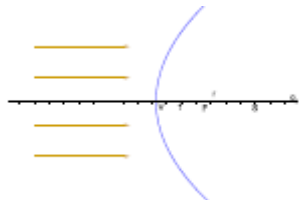
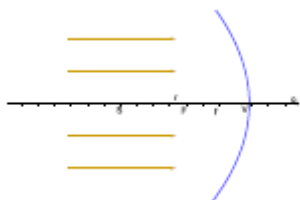
Na obrázku, kde vidíte odraz kůlu na vodní hladině, znázorněte osu, podle níž se kůl ve vodní hladině zobrazuje.



PRACOVNÍ LIST

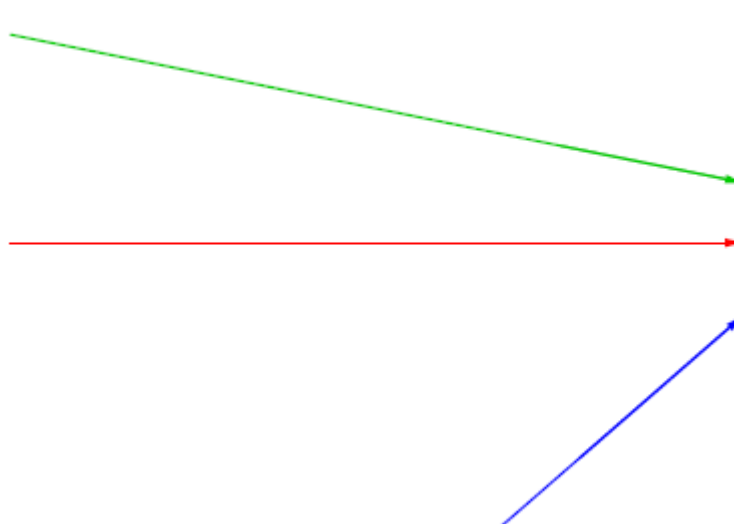
1. ÚKOL:

Zakroužkujte obrázek představující rovinné zrcadlo.



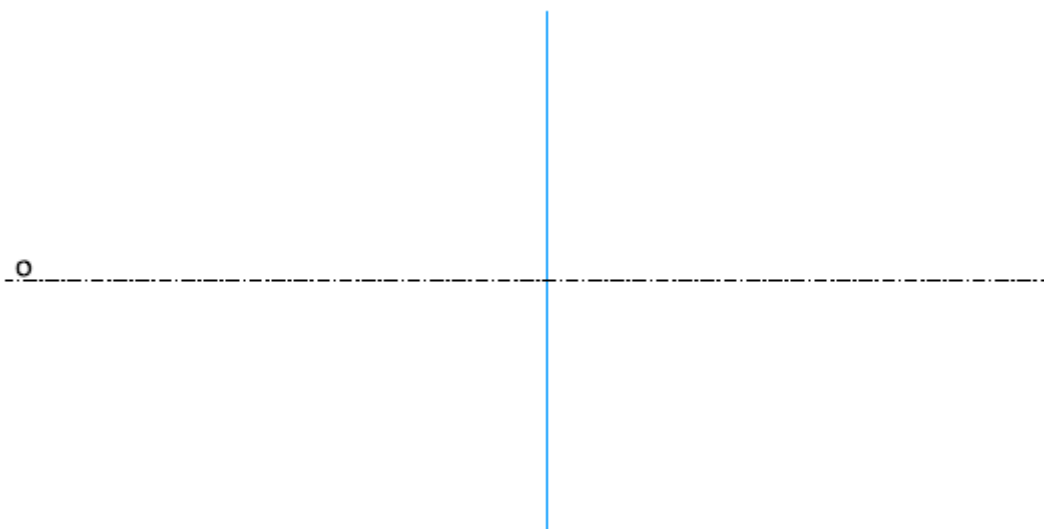
2. ÚKOL:

Dokreslete, jak se budou paprsky na obrázku odrážet.



3. ÚKOL:

Nakreslete nějaký objekt a pak ho zobrazte podle daného zrcadla.



4. ÚKOL:

Napište, kde se můžeme setkat s rovinnými zrcadly. Proč si myslíte, že jsou na těchto místech využívána?

.....

.....

.....

.....

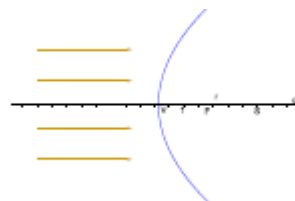
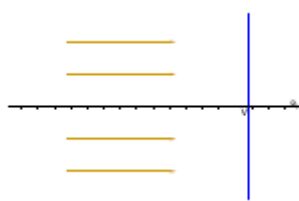
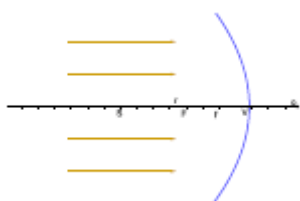
.....

.....

PRACOVNÍ LIST

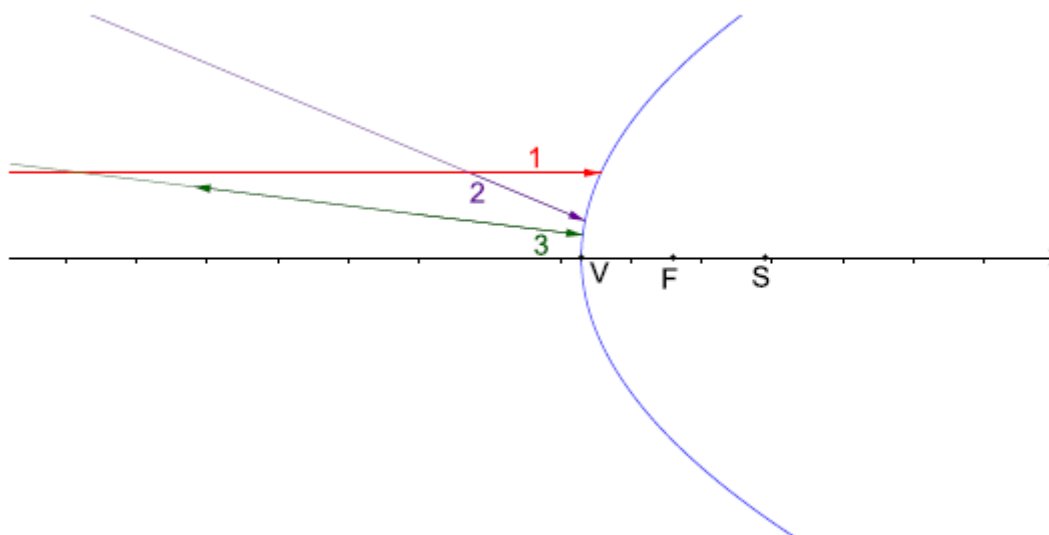
1. ÚKOL:

Zakroužkujte obrázek představující vypuklé zrcadlo.



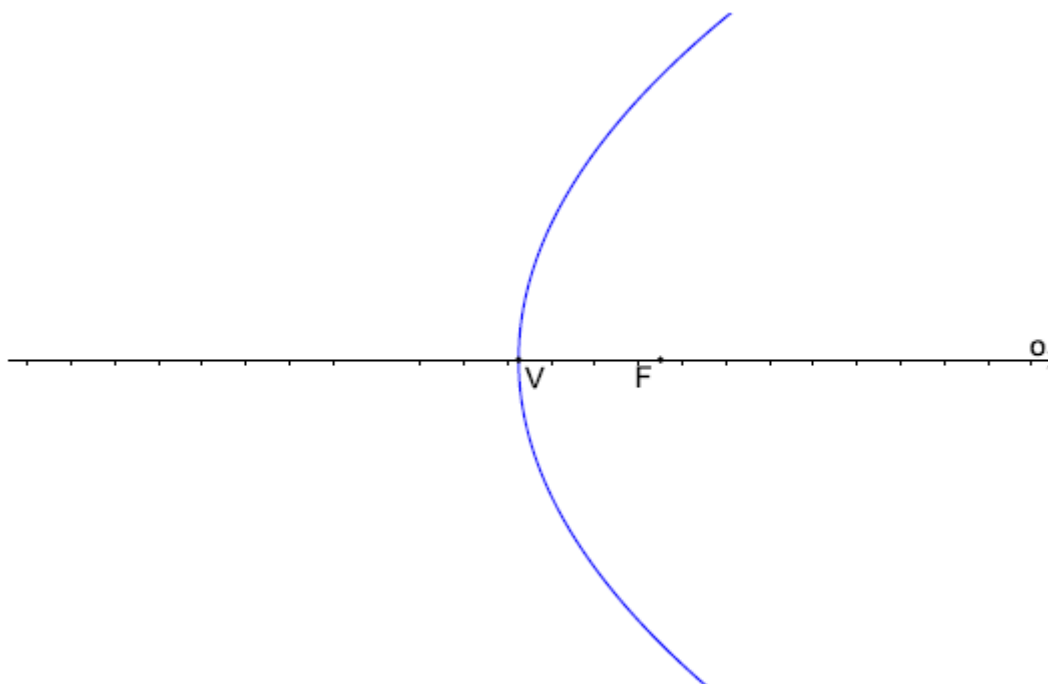
2. ÚKOL:

Dokreslete, jak se budou paprsky na obrázku odrážet.



3. ÚKOL:

Nakreslete nějaký objekt a pak ho zobrazte podle daného zrcadla.



4. ÚKOL:

Napište, kde se můžeme setkat s vypuklými zrcadly. Proč si myslíte, že jsou na těchto místech využívána?

.....

.....

.....

.....

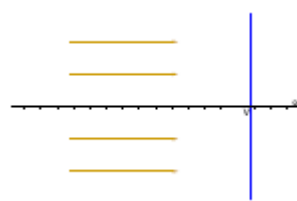
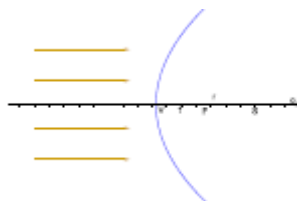
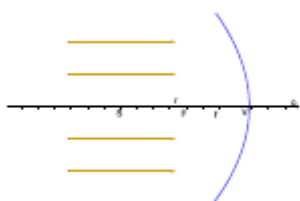
.....

.....

PRACOVNÍ LIST

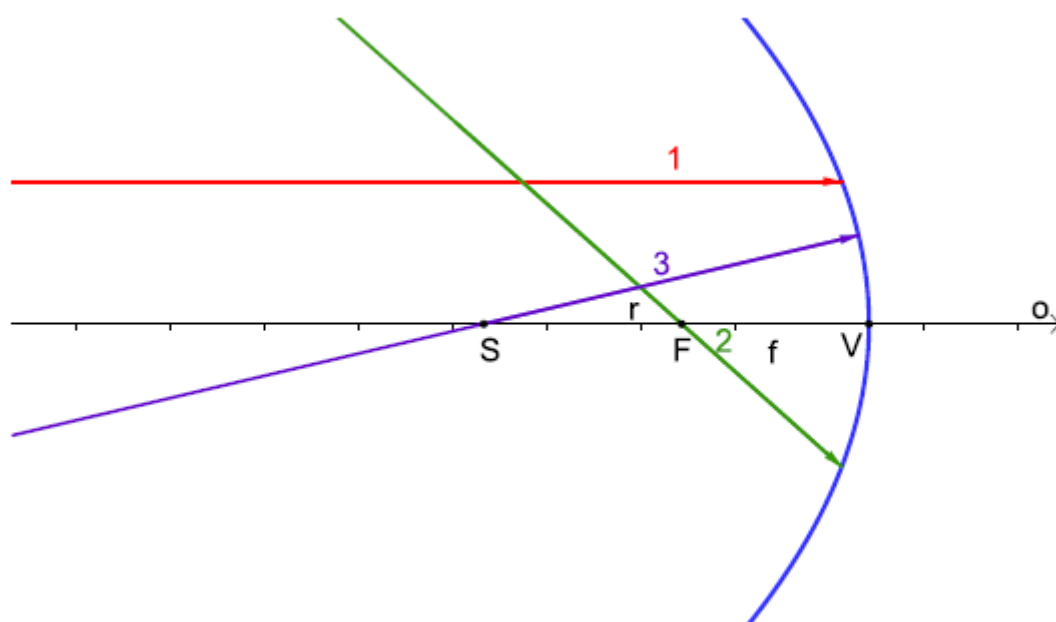
1. ÚKOL:

Zakroužkujte obrázek představující duté zrcadlo.



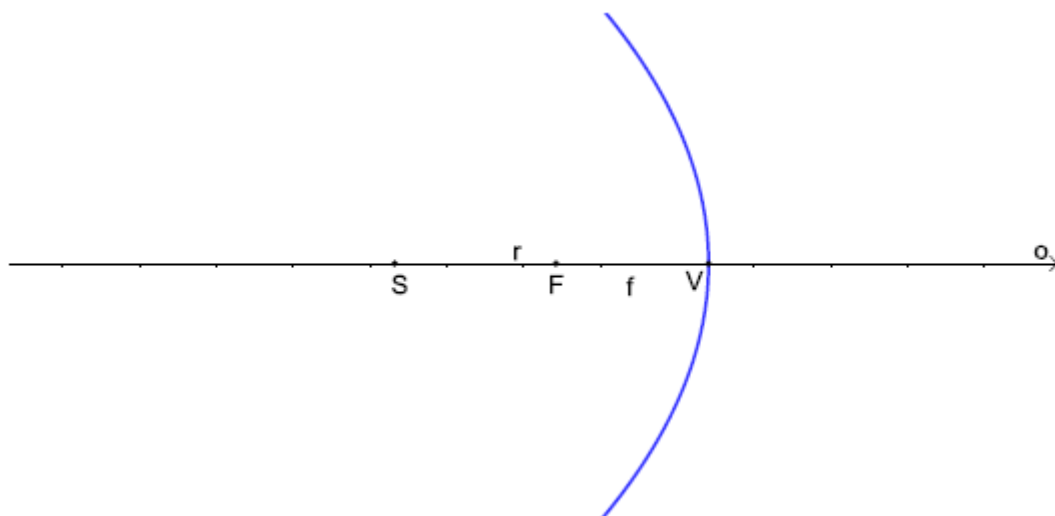
2. ÚKOL:

Dokreslete, jak se budou paprsky na obrázku odrážet.



3. ÚKOL:

Nakreslete nějaký objekt a pak ho zobrazte podle daného zrcadla.



4. ÚKOL:

Napište, kde se můžeme setkat s dutými zrcadly. Proč si myslíte, že jsou na těchto místech využívána?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PRACOVNÍ LIST

Pracovní list v programu GeoGebra je přiložen jako samostatný soubor s názvem

06_pracovni_list_spec_typ_epicykloidy.ggb

1. ÚKOL:

Vyhledejte a napište co je to epicykloida.

Epicykloida:

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Otevřete soubor 06_pracovni_list_spec_typ_epicykloidy.ggb.

3. ÚKOL:

Zjistěte velikosti poloměrů r_1 a r_2 .

$r_1 =$ $r_2 =$

4. ÚKOL:

Zkuste pohybovat modrým křížkem po kružnici. Načrtněte tvar křivky, který jste dostali.

5. ÚKOL:

Vyhledejte na internetu obrázky následujících křivek a překreslete je.

Deltoid

Řetězovka

Karioida

Neroida

6. ÚKOL:

Je některá z těchto křivek tou, kterou jste nakreslili ve 4. úkolu? Pokud ano, napište jaká

.....

7. ÚKOL:

Měňte poloměry r_1 a r_2 . Budeme dostávat pořád stejnou křivku? Pokud ne, napište při jaké podmínce, ji budeme dostávat.

Vaše závěry:

.....

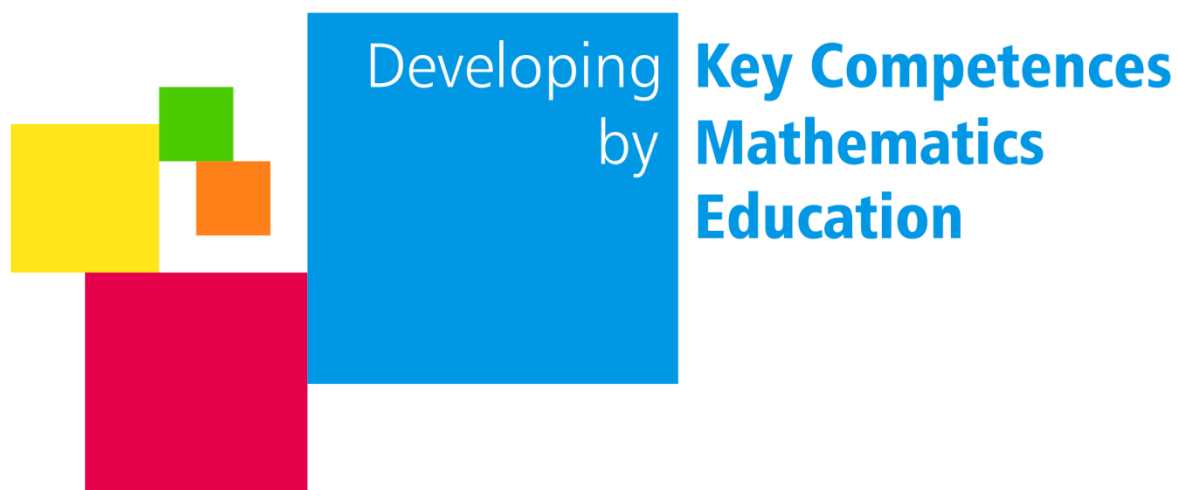
.....

.....

.....

.....

.....



Kružnice a kruh

Veronika Šulová

Cíl aktivity: zavedení kružnice a kruhu, obvodu kružnice a obsahu kruhu, upevnění dané problematiky na příkladech

Ročník: 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

poměr

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, rýsovací potřeby, kalkulačka

Metodický a didaktický komentář:

V prvních dvou úlohách žáci intuitivně dokážou odhadnout, které body patří kruhu a které kružnici. Na této úloze si ujasní rozdíl mezi těmito pojmy.

Žáci úlohu 4 řeší pomocí kalkulačky. Výsledky zapisují do tabulky. Odvození vzorečku jim buď ukáže učitel, nebo se o něj pokusí sami. Díky této úloze žáci uvidí, proč tento vztah platí a díky aktivitě si ho lépe zapamatují

Šestá úloha může být pro žáky těžko pochopitelná. Je třeba, aby si situaci znázornili.

V úloze 7 si žáci musí uvědomit, že pro narysování kružnice potřebují znát její poloměr. Musí ho tedy vyjádřit ze vztahu pro délku kružnice.

Při zavádění obsahu kruhu si žáci pro lepší pochopení sami rozstříhají kruh na tyto části a sestaví z nich "kosodélník". Díky této úloze žáci uvidí, proč platí právě takový vztah.

V deváté úloze si žáci musí uvědomit, že koza spase jen to, na co dosáhne a jedná se o kruh. Situaci by si měli znázornit.

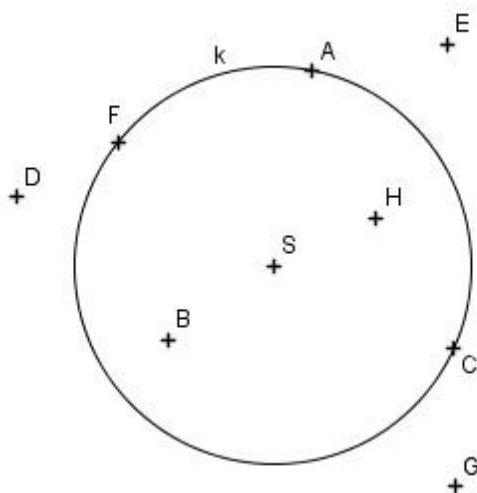
V úloze 10 stejně jako v úloze 7 potřebují žáci k narysování kružnice znát její poloměr. Musí ho tedy získat úpravou vztahu pro obsah kruhu.

PRACOVNÍ LIST

Co je kružnice a co kruh

1. ÚKOL:

Na obrázku je kružnice k se středem v bodě S . Rozhodni, které body na obrázku leží na kružnici k , a které na této kružnici neleží.

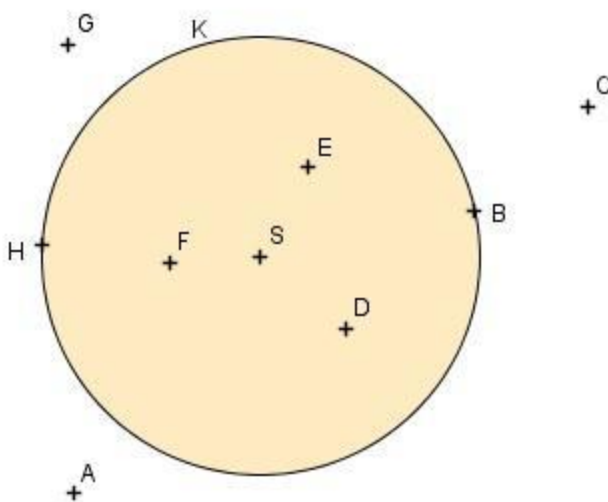


.....

.....

2. ÚKOL:

Na obrázku je kruh K se středem v bodě S . Rozhodni, které body na obrázku leží uvnitř kruhu K , a které leží vně tohoto kruhu.



.....

.....

3. ÚKOL:

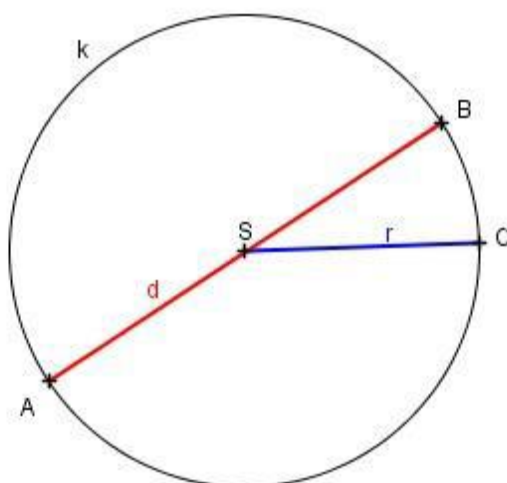
Které předměty na obrázku můžeme nazvat kružnicí a které kruhem?



Kružnice je množina všech bodů, které mají od jejího středu stejnou vzdálenost. Tato vzdálenost se nazývá poloměr a značí se r .

Kruh je množina všech bodů, které mají od středu vzdálenost r a menší než r . To znamená všechny body, které leží uvnitř kruhu a na kružnici, která ohraničuje tento kruh.

Kromě poloměru můžeme u kruhu mluvit také o průměru, který značíme d a platí, že $d=2 \cdot r$. Podívej se na obrázek.



Délka kružnice

4. ÚKOL:

Změřili jsme průměr a obvod dvou hrnečků a dvou hrnců. Tyto údaje jsme zapsali do tabulky. Zkus u každého hrnečku a hrnce vypočítat podíl jeho obvodu a průměru. Podívej se, co ti vyšlo.

	Průměr	Obvod	$\frac{o}{d}$
Hrneček 1	7cm	22cm	
Hrneček 2	12cm	37,5cm	
Hrnc 1	21cm	66cm	
Hrnc 2	30cm	94,2cm	

Vidíme, že číslo, které nám vyšlo je pokaždé přibližně 3,14. Toto číslo je stejné u všech kružnic a kruhů. Nazývá se Ludolfovo číslo a budeme ho označovat π .

Jestliže vždy platí, že $\frac{o}{d} = \pi$, můžeme tuto rovnici upravit na tvar $o = \pi \cdot d$ nebo také $o = \pi \cdot 2r$. Takto dokážeme vypočítat obvod kruhu, pokud známe jeho poloměr nebo průměr.

Obvod kružnice vypočteme pomocí vzorečku:

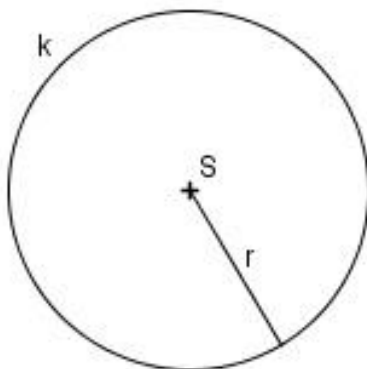
$$o = \pi \cdot d$$

nebo

$$o = \pi \cdot 2r.$$

5. ÚKOL:

Vypočítej obvod kružnice na obrázku. Použij pravítko.



6. ÚKOL:

Jakou dráhu ujede sedátko na kolotoči, jestliže je od středu kolotoče vzdálené $3m$?

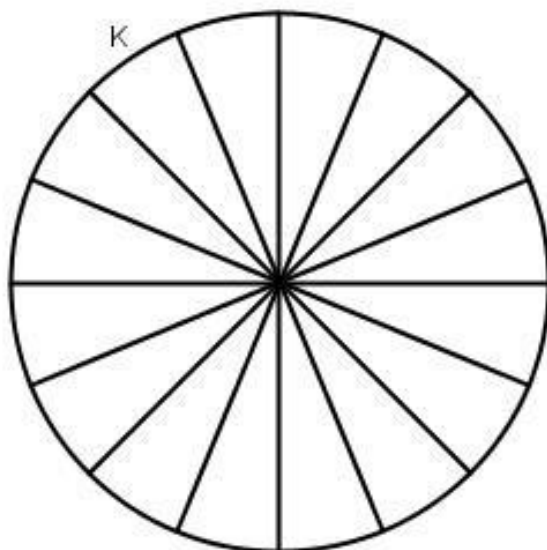
7. ÚKOL:

Narýsuj kružnici, jejíž délka $o=28,26\text{cm}$.

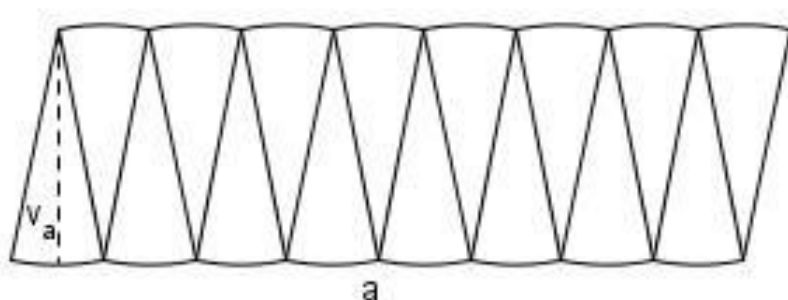


Obsah kruhu

Na obrázku je kruh K rozdělený na šestnáct stejných částí.



Kdybychom kruh rozstříhali na těchto šestnáct částí, můžeme ho přeskládat do útvaru podobného kosodélníku. Je jasné, že tento útvar má stejný obsah jako kruh K .



Obsah tohoto útvaru můžeme vypočítat stejně jako obsah kosodélníku. Přitom strana $a = \frac{O}{2}$ a výška na stranu a $v_a = r$.

$$S = a \cdot v_a = \frac{O}{2} \cdot r$$

Obvod kruhu vypočítáme $O = 2\pi r$. Dosadíme tedy tento vztah do rovnice pro obsah kruhu.

$$S = \frac{2\pi r}{2} \cdot r,$$

$$S = \pi r \cdot r,$$

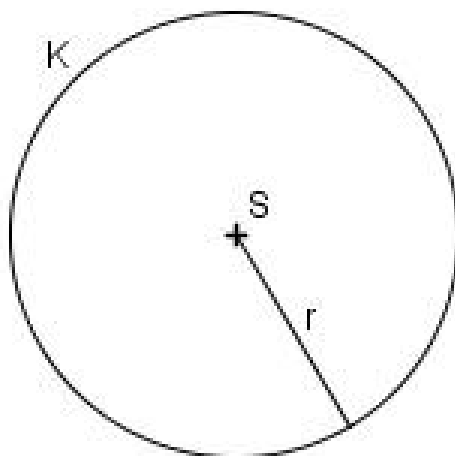
$$S = \pi r^2.$$

Obsah kruhu vypočítáme pomocí vzorečku:

$$\mathbf{S = \pi r^2.}$$

8. ÚKOL:

Vypočítej obsah kruhu na obrázku. Použij pravítko.



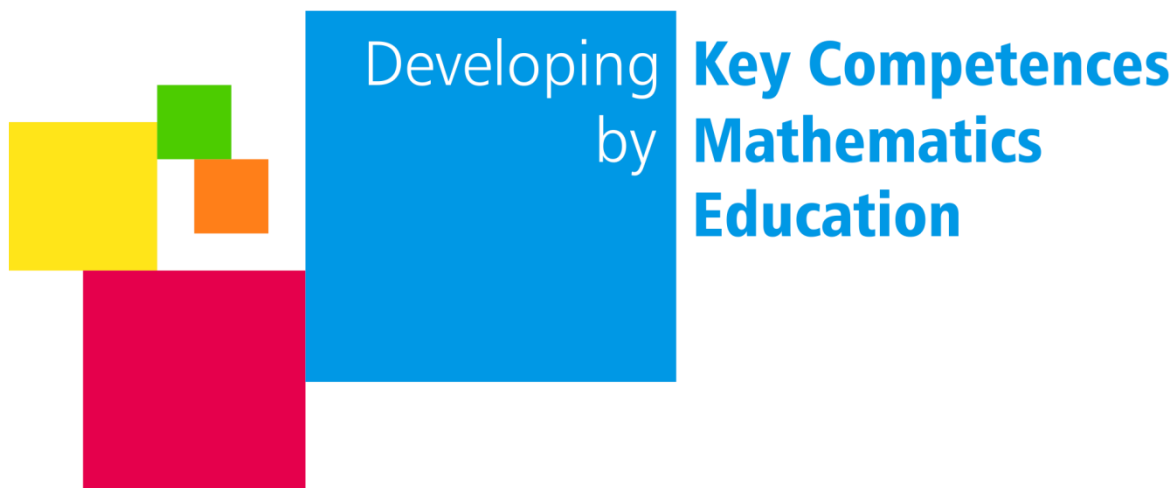
9. ÚKOL:

Sedlák má na dvorku ke kůlu uvázanou kozu na řetězu, který je dlouhý $5,5m$. Vypočítej, jak velkou plochu koza spase, jestliže spase vše, na co dosáhne? Výsledek zaokrouhli na m^2 .

10.ÚKOL:

Narýsuj kružnici, která ohraničuje kruh o obsahu $S=50,24\text{cm}^2$.





Math Wheel

Alena Maříková

Cíl aktivity: odhad a výpočet objemu kužele a válce, objevování vztahů mezi poloměrem podstavy a objemem tělesa, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 8., 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Math Wheel softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohy 1 až 5 jsou určeny pro osmý ročník a je doporučeno, kvůli jejich návaznosti, použít je postupně. Je vhodné je použít před probíráním učiva objem válce nebo po seznámení s touto látkou jako procvičování a upevňování učiva. Úlohy 1 a 5 lze použít jako opakovací test. V úloze 5 je vlastně shrnutí všeho, co si žák zapamatoval z práce na předchozích úlohách. Pro učitele je to dobrá zpětná vazba o žákově práci s předchozími úlohami

Úlohy 6 až 10 jsou určeny pro devátý ročník a je doporučeno, kvůli jejich návaznosti, použít je postupně. Je vhodné je použít před probíráním učiva objem válce nebo po seznámení s touto látkou jako procvičování a upevňování učiva. Úlohy 6 a 10 lze použít jako opakovací test. V úloze 10 je vlastně shrnutí všeho, co si žák zapamatoval z práce na předchozích úlohách. Pro učitele je to dobrá zpětná vazba o žákově práci s předchozími úlohami

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách¹¹, nebo na stránkách¹², kde jsou přiložena i instruktážní videa.

¹¹ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

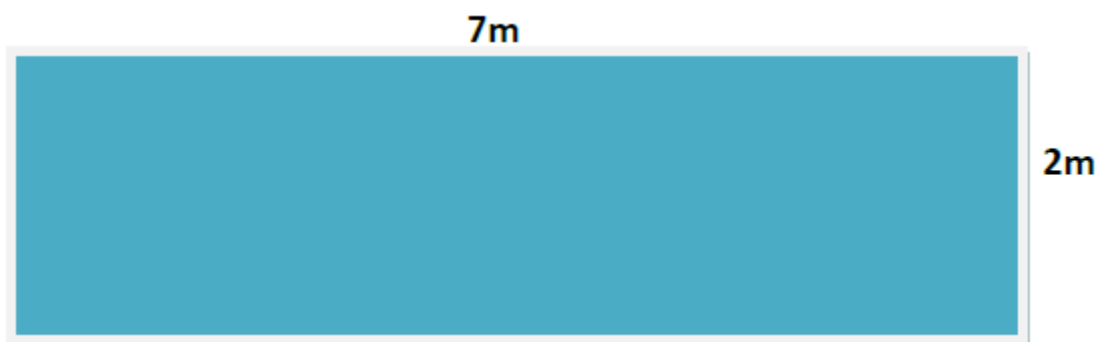
¹² Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Firma na výrobu koberců chce na pronajaté místo ve městě, umístit svoji reklamu ve tvaru obdélníku. Obdélník $7\text{m} \times 2\text{m}$ se bude otáčet kolem jedné ze stran tak, že bude vytvářet válec. Vypočítej, která ze stran by měla být osou otáčení, aby reklama zaujímala co nejmenší prostor?

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.



2. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry válce.

- a) Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
- b) V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného válce.
- c) Výpočtem objemu dvou posledních válců svůj odhad zkontroluj.
- d) Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem válce, změní-li se jeho výška.

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

					Odhad	
Poloměr (cm)	10	10	10	10	10	10
Výška (cm)	1	2	4	8	16	20
Objem (cm ³)						

3. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry válce.

- a) Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
- b) V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného válce.
- c) Výpočtem objemu dvou posledních válců svůj odhad zkontroluj.
- d) Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem válce, změní-li se jeho poloměr.

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

					Odhad	
Poloměr (cm)	1	2	4	8	16	20
Výška (cm)	10	10	10	10	10	10
Objem (cm ³)						

4. ÚKOL:

Pomocí již nalezených vztahů, porovnej objemy válců s níže zadanými rozměry:

a) $r = 7 \text{ cm}, v = 12 \text{ cm}$ a $r_1 = 12 \text{ cm}, v_1 = 7 \text{ cm}$

b) $r = 25 \text{ cm}, v = 17 \text{ cm}$ a $r_1 = 17 \text{ cm}, v_1 = 25 \text{ cm}$

c) $r = 90 \text{ cm}, v = 89 \text{ cm}$ a $r_1 = 89 \text{ cm}, v_1 = 90 \text{ cm}$

d) $r = 45 \text{ cm}, v = 24 \text{ cm}$ a $r_1 = 24 \text{ cm}, v_1 = 45 \text{ cm}$

Jaké obecné pravidlo jsi zjistil o poměru obou válců?

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.



5. ÚKOL:

Jak se změní objem válce jestliže:

- a) Snížíme výšku válce devětkrát?
- b) Zmenšíme poloměr devětkrát?
- c) Zmenšíme výšku i poloměr válce devětkrát?
- d) Výšku devětkrát snížíme a poloměr devětkrát zvětšíme?

Chceme-li zvětšit objem válce 64krát, kolikrát musíme zvětšit:

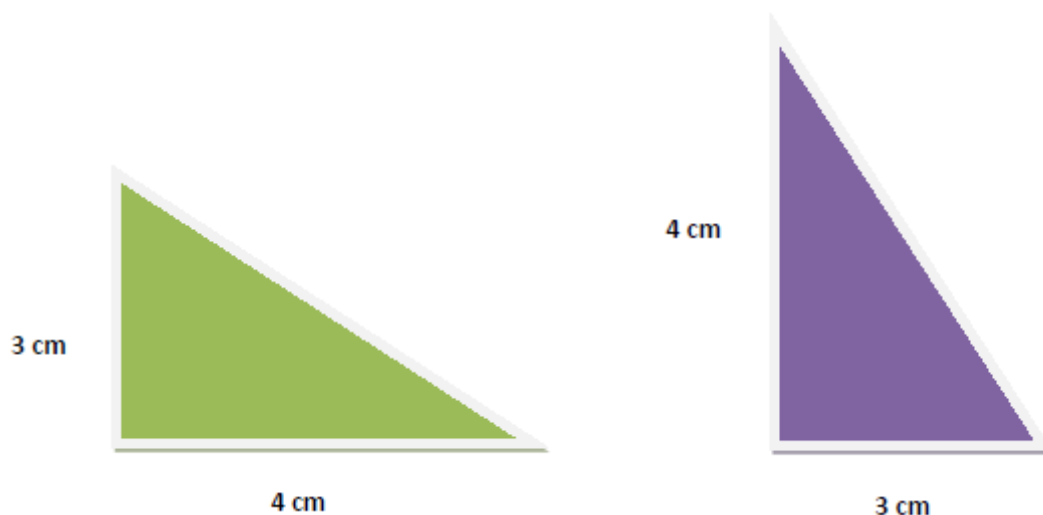
- e) Výšku válce?
- f) Poloměr válce?

Jednotlivá řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

6. ÚKOL:

Porovnejte objemy dvou kuželů, které vzniknout otáčením pravoúhlého trojúhelníku. Rozměry dvou svislých stran jsou 3 cm a 4 cm. Jeden trojúhelník rotuje kolem strany dlouhé 3 cm a druhý trojúhelník kolem strany dlouhé 4 cm.

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.



7. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry kužele.

- Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
- V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného kužele.
- Výpočtem objemu dvou posledních kuželů svůj odhad zkontroluj.
- Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem válce, změní-li se jeho výška.

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

					Odhad	
Poloměr (cm)	10	10	10	10	10	10
Výška (cm)	1	2	4	8	16	20
Objem (cm ³)						

8. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry kužele.

- Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
- V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného kužele.
- Výpočtem objemu dvou posledních válců svůj odhad zkontroluj.
- Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem kužele, změní-li se jeho poloměr.

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

					Odhad	
Poloměr (cm)	1	2	4	8	16	20
Výška (cm)	10	10	10	10	10	10
Objem (cm ³)						

9. ÚKOL:

Pomocí již nalezených vztahů, porovnej objemy válců s níže zadanými rozměry:

- | | | |
|---|---|--|
| a) $r = 5 \text{ cm}, v = 12 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 12 \text{ cm}, v_1 = 5 \text{ cm}$ |
| b) $r = 7 \text{ cm}, v = 24 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 24 \text{ cm}, v_1 = 7 \text{ cm}$ |
| c) $r = 21 \text{ cm}, v = 20 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 20 \text{ cm}, v_1 = 21 \text{ cm}$ |
| d) $r = 45 \text{ cm}, v = 28 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 28 \text{ cm}, v_1 = 45 \text{ cm}$ |

Jaké obecné pravidlo jsi zjistil o poměru obou kuželů válců?

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

10.ÚKOL:

Jak se změní objem kužele jestliže:

- a) Snížíme výšku kužele sedmkrát?
- b) Zmenšíme poloměr sedmkrát?
- c) Zmenšíme výšku i poloměr kužele sedmkrát?
- d) Výšku sedmkrát snížíme a poloměr sedmkrát zvětšíme?

Chceme-li zvětšit objem kužele 64krát, kolikrát musíme zvětšit:

- e) Výšku kužele?
- f) Poloměr kužele?

Jednotlivá řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Firma na výrobu koberců chce na pronajaté místo ve městě, umístit svoji reklamu ve tvaru obdélníku. Obdélník 7m x 2m se bude otáčet kolem jedné ze stran tak, že bude vytvářet válec. Vypočítej, která ze stran by měla být osou otáčení, aby reklama zaujímala co nejmenší prostor?

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

$$\begin{array}{ll} r_1 = 7 \text{ m} & r_2 = 2 \text{ m} \\ v_1 = 2 \text{ m} & v_2 = 7 \text{ m} \\ V_1 = 307,88 \text{ m}^3 & V_2 = 87,96 \text{ m}^3 \end{array}$$

Osou otáčení by měla být kratší strana, protože výsledný válec zaujímá menší prostor

2. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry válce.

- Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
- V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného válce.
- Výpočtem objemu dvou posledních válců svůj odhad zkontroluj.
- Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem válce, změní-li se jeho výška.

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

					Odhad	
Poloměr (cm)	10	10	10	10	10	10
Výška (cm)	1	2	4	8	16	20
Objem (cm ³)	314,16	628,32	1256,64	2513,27	5026,55	6283,19

Objem válce se zvětší tolikrát, kolikrát se zvětšila jeho výška.

3. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry válce.

- Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
 - V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného válce.
 - Výpočtem objemu dvou posledních válců svůj odhad zkontroluj.
 - Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem válce, změní-li se jeho poloměr.
- Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

	Odhad					
Poloměr (cm)	1	2	4	8	16	20
Výška (cm)	10	10	10	10	10	10
Objem (cm ³)	31,42	125,66	502,66	2010,62	8042,48	12566,37

Objem se zvětší s druhou mocninou čísla, o které se poloměr několikrát zvětšil.

4. ÚKOL:

Pomocí již nalezených vztahů, porovnej objemy válců s níže zadanými rozměry:

- | | | |
|---|---|--|
| a) $r = 7 \text{ cm}, v = 12 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 12 \text{ cm}, v_1 = 7 \text{ cm}$ |
| b) $r = 25 \text{ cm}, v = 17 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 17 \text{ cm}, v_1 = 25 \text{ cm}$ |
| c) $r = 90 \text{ cm}, v = 89 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 89 \text{ cm}, v_1 = 90 \text{ cm}$ |
| d) $r = 45 \text{ cm}, v = 24 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 24 \text{ cm}, v_1 = 45 \text{ cm}$ |

Jaké obecné pravidlo jsi zjistil o poměru obou válců?

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $V = 1847,26 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 1847,26 \text{ cm}^3$ |
| b) $V = 33\,379,42 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 22\,698,01 \text{ cm}^3$ |
| c) $V = 2\,264\,774,14 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 2\,239\,609,99 \text{ cm}^3$ |
| d) $V = 152\,681,40 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 81\,430,08 \text{ cm}^3$ |

Objemy jsou ve stejném poměru jako jejich poloměry.

5. ÚKOL:

Jak se změní objem válce jestliže:

- Snížíme výšku válce devětkrát?
- Zmenšíme poloměr devětkrát?
- Zmenšíme výšku i poloměr válce devětkrát?
- Výšku devětkrát snížíme a poloměr devětkrát zvětšíme?

Chceme-li zvětšit objem válce 64krát, kolikrát musíme zvětšit:

- Výšku válce?
- Poloměr válce?

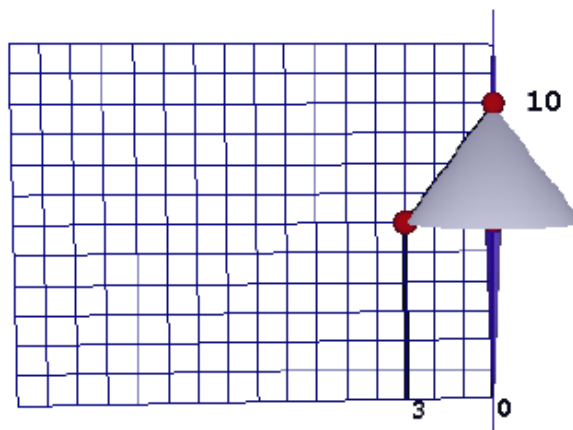
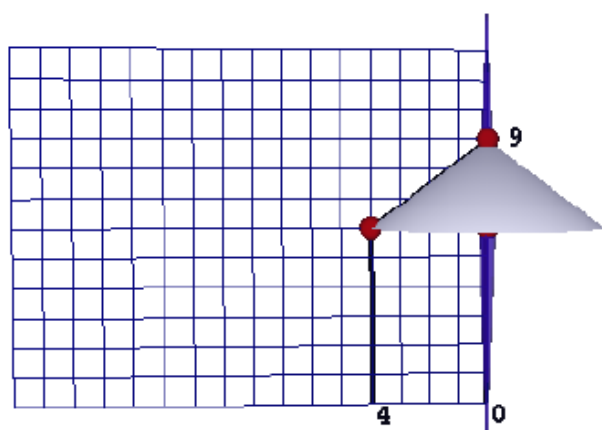
Jednotlivá řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

- Objem se zmenší 9x.
- Objem se zmenší 9^2 krát.
- Objem se zmenší $9 \cdot 9^2$ krát.
- Objem se zvýší 9x.
- Výšku musíme zvýšit 64x.
- Poloměr musíme zvětšit 8x.

6. ÚKOL:

Porovnejte objemy dvou kuželů, které vzniknout otáčením pravoúhlého trojúhelníku. Rozměry dvou svislých stran jsou 3 cm a 4 cm. Jeden trojúhelník rotuje kolem strany dlouhé 3 cm a druhý trojúhelník kolem strany dlouhé 4 cm.

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.



$$V_1 = 16\pi = 50,265 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 12\pi = 37,699 \text{ cm}^3$$

7. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry kužele.

- Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
 - V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného kužele.
 - Výpočtem objemu dvou posledních kuželů svůj odhad zkontroluj.
 - Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem válce, změní-li se jeho výška.
- Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

					Odhad	
Poloměr (cm)	10	10	10	10	10	10
Výška (cm)	1	2	4	8	16	20
Objem (cm ³)	104,72	209,44	418,88	837,76	1675,51	2094,39

Objem kužele se zvětší tolikrát, kolikrát se zvětšila jeho výška.

8. ÚKOL:

V následující tabulce, máte v každém sloupci rozměry kužele.

- Použitím aplikace Math Wheel vyplň první čtyři sloupce.
 - V posledních dvou sloupcích proved' odhad objemu daného kužele.
 - Výpočtem objemu dvou posledních válců svůj odhad zkontroluj.
 - Vyjádřete obecné pravidlo způsobu, jak se změní objem kužele, změní-li se jeho poloměr.
- Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

					Odhad	
Poloměr (cm)	1	2	4	8	16	20
Výška (cm)	10	10	10	10	10	10
Objem (cm ³)	10,47	41,89	167,55	670,21	2680,83	4188,79

Objem se zvětší s druhou mocninou čísla, o které se poloměr několikrát zvětšil.

9. ÚKOL:

Pomocí již nalezených vztahů, porovnej objemy válců s níže zadanými rozměry:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $r = 5 \text{ cm}$, $v = 12 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 12 \text{ cm}$, $v_1 = 5 \text{ cm}$ |
| b) $r = 7 \text{ cm}$, $v = 24 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 24 \text{ cm}$, $v_1 = 7 \text{ cm}$ |
| c) $r = 21 \text{ cm}$, $v = 20 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 20 \text{ cm}$, $v_1 = 21 \text{ cm}$ |
| d) $r = 45 \text{ cm}$, $v = 28 \text{ cm}$ | a | $r_1 = 28 \text{ cm}$, $v_1 = 45 \text{ cm}$ |

Jaké obecné pravidlo jsi zjistil o poměru obou kuželů válců?

Své řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| a) $V = 314,16 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 753,98 \text{ cm}^3$ |
| b) $V = 1231,50 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 4222,30 \text{ cm}^3$ |
| c) $V = 9236,28 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 8796,46 \text{ cm}^3$ |
| d) $V = 59\,376,10 \text{ cm}^3$ | $V_1 = 36\,945,13 \text{ cm}^3$ |

Objemy jsou ve stejném poměru jako jejich poloměry.

10. ÚKOL:

Jak se změní objem kužele jestliže:

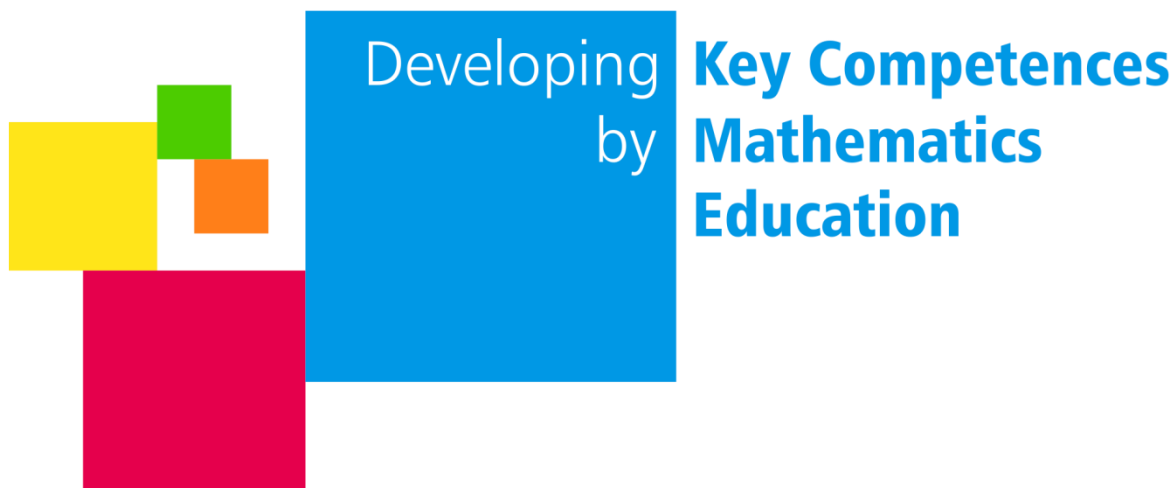
- Snížíme výšku kužele sedmkrát?
- Zmenšíme poloměr sedmkrát?
- Zmenšíme výšku i poloměr kužele sedmkrát?
- Výšku sedmkrát snížíme a poloměr sedmkrát zvětšíme?

Chceme-li zvětšit objem kužele 64krát, kolikrát musíme zvětšit:

- Výšku kužele?
- Poloměr kužele?

Jednotlivá řešení ověř pomocí aplikace Math Wheel.

- Objem se zmenší 7x.
- Objem se zmenší 7^2 krát.
- Objem se zmenší $7 \cdot 7^2$ krát.
- Objem se zvýší 7x.
- Výšku musíme zvýšit 64x.
- Poloměr musíme zvětšit 8x.



Množiny všech bodů dané vlastnosti

Renata Macourková

Cíl aktivity: seznámení s množinami, využití množin bodů dané vlastnosti při konstrukčních úlohách

Ročník: 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní geometrické útvary, vzájemné polohy útvarů, vzdálenost útvarů

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, rýsovací potřeby, kalkulačka

Metodický a didaktický komentář:

Žák se pomocí prvního příkladu seznámí s pojmem množina a prvek množiny a bude umět zapsat množinu. Dále se budeme věnovat množinám v geometrii.

Příklad 2 je úloha na propojení znalostí základních geometrických útvarů (kružnice) a množiny bodů daných vlastností.

Další příklady jsou zaměřené na základní množiny daných vlastností, které jsou potřeba při konstrukčních úlohách, jako je právě osa úsečky, osa úhlu, nebo Thaletova kružnice.

Všechny úlohy mohou sloužit jako samostatná práce, případně s dopomocí a radou učitele.

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

- a) Urči množinu všech žáků ve třídě.
- b) Urči množinu všech dívek ve třídě.
- c) Urči množinu všech chlapců ve třídě.
- d) Urči množinu všech žáků ve třídě, kteří mají domácího mazlíčka.
- e) Urči množinu všech žáků ve třídě, kteří hrají podvodní hokej.

Pokuste se tyto množiny zakreslit.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. ÚKOL:

Určete množinu všech bodů, které mají od bodu X vzdálenost 4,5 cm.

3. ÚKOL:

Určete všechny body, které mají od přímky p vzdálenost 3 cm.

Doplňující otázka: Jak by vypadala množina bodů, která by měla od přímky p vzdálenost menší (větší) než 3 cm?

4. ÚKOL:

Najděte všechny body, které mají stejnou vzdálenost od bodů A , B .

Doplňující otázka: Jak se tato množina bodů nazývá?

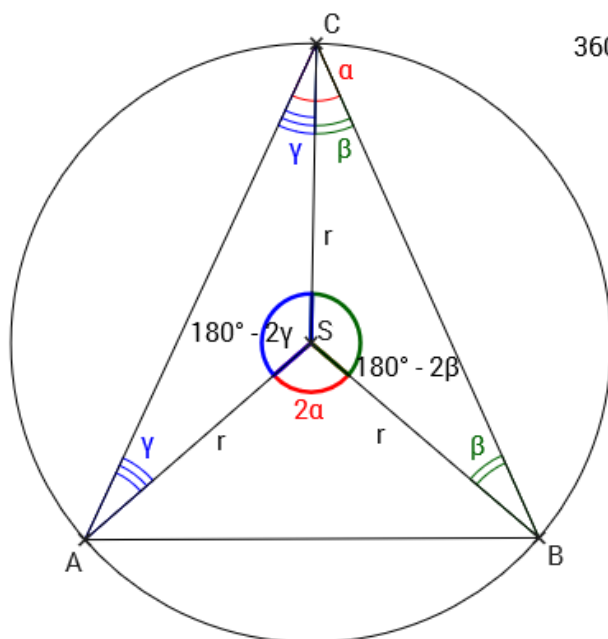
5. ÚKOL:

Najděte všechny body, které mají stejnou vzdálenost od různoběžek q , r .

Doplňující otázka: Jak se tato množina bodů nazývá?



Středový a obvodový úhel



$$360^\circ - (180^\circ - 2\beta) - (180^\circ - 2\gamma) = \text{červený středový úhel}$$

$$2\beta + 2\gamma = \text{červený středový úhel}$$

$$\beta + \gamma = \alpha$$

$$2(\beta + \gamma) = 2\alpha$$

Jak bude vypadat středový a obvodový úhel, pokud budou body A, B, S v jedné přímce?

Jak tuto kružnici nazýváme?

6. ÚKOL:

- Sestrojte množinu vrcholů úhlů, ze kterých je úsečka PQ vidět pod úhlem 90° .
- Sestrojte množinu vrcholů úhlů, ze kterých je úsečka PQ vidět pod úhlem 60° .

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

- a) Urči množinu všech žáků ve třídě.
- b) Urči množinu všech dívek ve třídě.
- c) Urči množinu všech chlapců ve třídě.
- d) Urči množinu všech žáků ve třídě, kteří mají domácího mazlíčka.
- e) Urči množinu všech žáků ve třídě, kteří hrají podvodní hokej.

Pokuste se tyto množiny zakreslit.

Nejprve žákům vysvětlíme, jak se množiny zapisují (do složených závorek, do kterých píšeme všechny prvky dané množiny). Potom sami označí hledané množiny a určí prvky jednotlivých množin. Tak jako zakresluje číselné obory, budeme postupovat u těchto množin.

2. ÚKOL:

Určete množinu všech bodů, které mají od bodu X vzdálenost 4,5 cm.

Pokud žáci nepřijdou na výsledek hned po uvědomění si vlastností kružnice, je vhodné použít pravítko a od bodu X naměřit vzdálenost 4,5 cm. Tuto vzdálenost můžeme nanášet libovolně kolem bodu. Tímto postupem dojdeme ke kružnici o poloměru 4,5 cm se středem v daném bodě.

3. ÚKOL:

Určete všechny body, které mají od přímky p vzdálenost 3 cm.

ŘEŠENÍ 1: Narýsujeme přímku p . Postupně volíme různé body, které leží na této přímce, a zobrazíme body, které mají od těchto bodů vzdálenost 3 cm. Zároveň musíme mít na paměti, že určujeme vzdálenost od přímky (ne od bodů), takže nám ke každému zvolenému bodu vyjdou dva nové body (na kolmici ze zvoleného bodu k přímce) ve vzdálenosti 3 cm. Tímto postupem dostaneme dvě vytečkované rovnoběžné přímky s přímkou p , které stačí jen spojit. Můžeme provést kontrolu a ověřit, zda vzdálenost vzniklých přímek odpovídá 3 cm.

ŘEŠENÍ 2: Narýsujeme přímku p . Vzpomeneme si, jak se určuje vzdálenost dvou útvarů. Pokud chceme nějaký útvar ve vzdálenosti 3 cm od přímky, bude ležet na kolmici k této přímce. Od paty kolmice potom naměříme 3 cm a ve vzniklých bodech bude ležet nejbližší bod hledaného útvaru. Potom využijeme vlastnosti vzájemné polohy dvou přímek (rovnoběžné přímky) nebo logickou úvahou zkusíme těmito body proložit přímkou. Výsledkem budou dvě rovnoběžné přímky.

4. ÚKOL:

Najděte všechny body, které mají stejnou vzdálenost od bodů A, B .

Samozřejmě existuje jako u všech předchozích příkladů mnoho různých způsobů řešení. Je důležité podporovat děti ve vymýšlení různých, jejich vlastních řešení. Pro tuto úlohu jsem si vybrala řešení pomocí kružnic. Tedy inspirovaný příkladem 1. Do kružítka si vezmeme nějakou vzdálenost a uděláme dvě kružnice, jednu se středem v bodě A a druhou se středem v bodě B . Takto můžeme pokračovat s dalšími poloměry.

5. ÚKOL:

Najděte všechny body, které mají stejnou vzdálenost od různoběžek q, r .

Narýsujeme dvě různoběžky q, r . Potřebujeme udělat bod, který bude v polovině mezi různoběžkami. K tomu potřebujeme body na různoběžkách, které mají od jejich průsečíku stejnou vzdálenost. Kružítka tedy zapícheme do průsečíku různoběžek a na různoběžkách sestrojíme 4 body se stejnou vzdáleností od průsečíku. Tím jsme tuto úlohu převedli na úlohu č. 4.

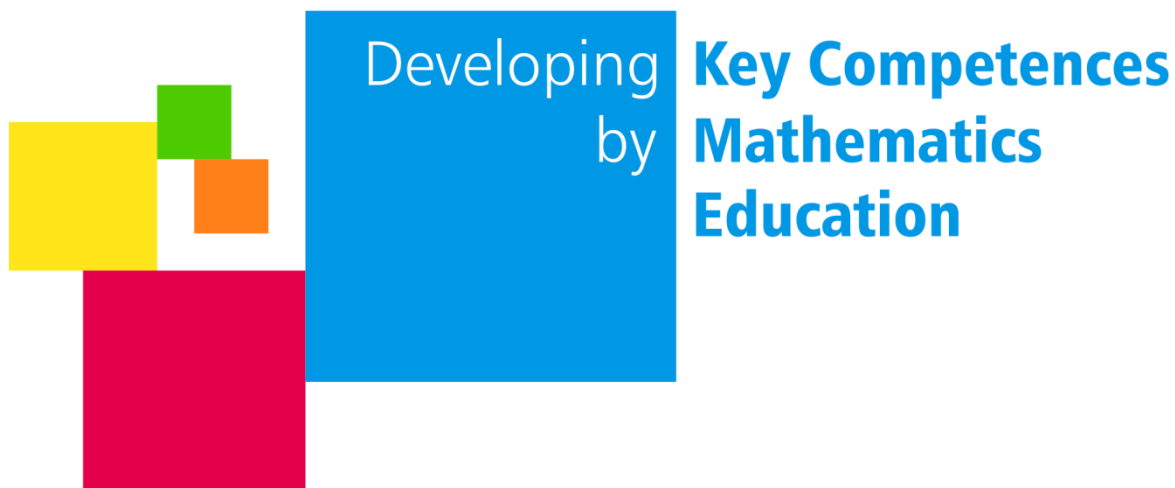
6. ÚKOL:

a) Sestrojte množinu vrcholů úhlů, ze kterých je úsečka PQ vidět pod úhlem 90° .

b) Sestrojte množinu vrcholů úhlů, ze kterých je úsečka PQ vidět pod úhlem 60°

a) Hledaný úhel 90° si můžeme označit jako obvodový. Středový úhel potom bude dvojnásobný, tedy 180° . Tzn. že body P, Q a střed kružnice budou v jedné přímce. Střed kružnice je zároveň středem úsečky PQ . Stačí tedy sestavit střed úsečky S a kružnici o poloměru $|SP|$, tzv. Thaletovu kružnici.

b): Využijeme stejný postup, jako při řešení předchozího příkladu. Hledaný úhel 60° si označíme jako obvodový úhel. Středový úhel k němu bude 120° . Chceme tedy sestavit trojúhelník PQS (S je střed kružnice), když víme, že trojúhelník je rovnoramenný a jeho ramena svírají úhel 120° . Spočítáme si, že úhly $\sphericalangle PQS$ a $\sphericalangle QPS$ mají velikost $(180^\circ - 120^\circ)/2 = 30^\circ$.



Obvod a obsah trojúhelníku

Michaela Jelínková

Cíl aktivity: rozšíření znalostí o trojúhelnících o výpočet obvodu a obsahu pravoúhlého trojúhelníku a poté i obecného trojúhelníku

Ročník: 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

trojúhelník

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, rýsovací potřeby

Metodický a didaktický komentář:

V první části se žák seznámí se vzorcem pro výpočet obvodu trojúhelníku a sám si ho na základě slovního popisu a obrázku odvodí. V prvním příkladu žák pouze pracuje s rovnicí a dosazuje příslušné hodnoty do rovnice pro lepší osvojení pojmu. Ve druhém příkladu si žák zopakuje vlastnosti rovnostranného trojúhelníku a propojí starší znalosti s výpočtem obvodu trojúhelníku pomocí otázek k zamyšlení, což je cílem cvičení.

V druhé části žák s pomocí pracovního listu a učitele odvodí vzorec pro výpočet obsahu trojúhelníku. Začne jednodušší variantou – obsahem pravoúhlého trojúhelníku, kde zjistí, že doplněný rovnoběžník je obdélník, jehož obsah už zná. V případě obecného trojúhelníku je úvaha složitější, protože je třeba žáka navést na to, že doplněný rovnoběžník si lze zobrazit jako obdélník se stejným obsahem, což už vyžaduje základní znalost určitých geometrických útvarů v rovině a použití složitější logické úvahy. Poté žák opět na základě tohoto odvození sám uvede vzorec pro výpočet obsahu obecného trojúhelníku. Navíc v průběhu odvozování jsou žákovi předkládány otázky k zamyšlení sloužící pro hlubší pochopení vztahů a souvislostí, což je cílem cvičení. V případě odvozování vzorce pro obecný trojúhelník možno použít i praktické cvičení, kde si žák narýsuje příslušný trojúhelník a rovnoběžník, a poté vystřihne menší trojúhelník, který přesune na druhou stranu rovnoběžníku tak, aby vytvořil hledaný obdélník se stejným obsahem.

V třetím úkolu žák pracuje pouze s dosazováním do vzorce pro rovnoběžník, který je uveden v pracovním listu. Cílem je tedy, aby si žák daný vzorec lépe osvojil.

Ve čtvrtém úkolu žák již počítá obvod i obsah trojúhelníku, což je hlavní náplň celého pracovního listu. Jedná se o základní úlohu, která slouží k tomu, aby si žák shrnul a lépe

osvojil základní vzorce, které ve cvičeních v pracovním listu odvodil. Dále je třeba, aby si uvědomil, že při počítání jakéhokoliv obvodu či obsahu je potřeba mít údaje ve stejných jednotkách, v tomto cvičení zopakuje tedy také převody jednotek.

Pátý úkol je obdobný jako předchozí. Změna nastala v tom, že tento trojúhelník je rovnoramenný. Vlastnosti rovnoramenného trojúhelníku si žák zopakoval již v prvním cvičení v úkolu č. 2. Opět je třeba dát pozor na stejné jednotky.

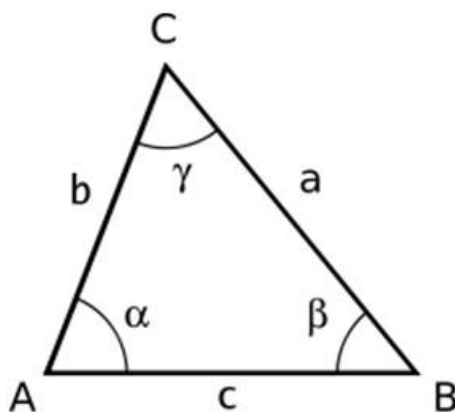
Šestý úkol je již velmi komplexní. K řešení žák využije více logického myšlení než pouhé dosazení do vzorce. Musí si sám uvědomit, které údaje zná a dopočítat další potřebné údaje tak, aby mohl vyplnit tabulku. Navíc je třeba opět dávat pozor na stejné jednotky. Tento příklad je časově náročnější než ostatní příklady, proto je možné ho použít i samostatně během dalšího opakování, popřípadě ho rozčlenit na kratší úlohy.

Poslední úkol propojuje téma tohoto pracovního listu se základní prostorovou představivostí. Je třeba, aby si žák uvědomil, že síť krychle se skládá ze čtverců, tedy každá strana čtverce má stejnou velikost. V tomto příkladu žáci počítají obsah pravoúhlého a navíc rovnoramenného trojúhelníku, takže použijí vzorec, který odvodili pro pravoúhlý trojúhelník a navíc jsou obě ramena trojúhelníku stejně velká.

PRACOVNÍ LIST

Obvod trojúhelníku

Obvodem trojúhelníku rozumíme součet délek všech tří stran trojúhelníku. Označme délky tří stran jako a , b , c .

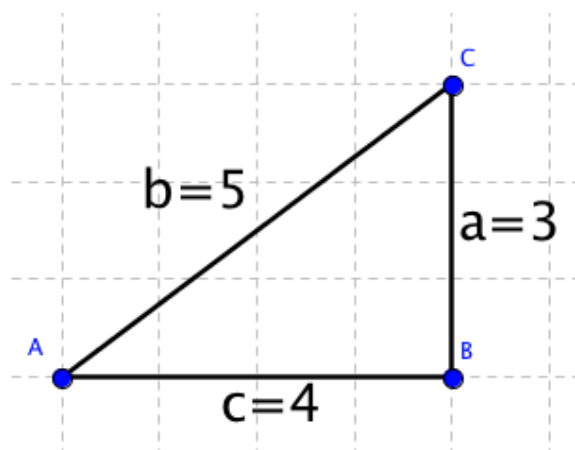


Potom platí, že obvod trojúhelníku, označíme o , je roven:

$O = \dots\dots\dots$

1. ÚKOL:

Následující trojúhelník má délky stran rovny $a = 3$, $b = 5$, $c = 4$. Vypočítejte obvod trojúhelníku.



.....

2. ÚKOL:

Je dán rovnoramenný trojúhelník KLM . Obvod tohoto trojúhelníku je 24 cm. Délka základny je $m = 10$ cm a délka jednoho ramene trojúhelníku je 7 cm. Vypočítejte délku druhého ramene trojúhelníku KLM .

K zamyšlení:

Čím je význačný rovnoramenný trojúhelník? Jaké další „zvláštní“ druhy trojúhelníku znáte?

Dokázali byste spočítat délku ramen i v případě, že bychom znali pouze obvod a délku základny?

Vysvětli svůj postup řešení a trojúhelník načrtni.

Obsah trojúhelníku

Jedním ze způsobů jak určit obsah trojúhelníku, je metoda „**doplnění na rovnoběžník**“.

Co je to rovnoběžník? Jaké má vlastnosti?

.....

.....

.....

.....

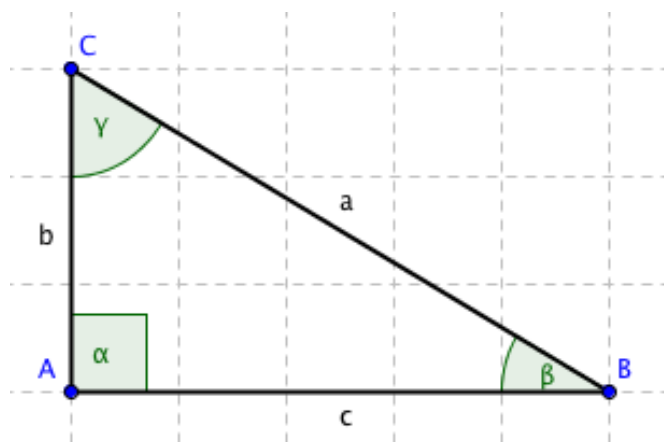
.....

.....

Nejprve se podíváme na obsah pravoúhlého trojúhelníku.

Pokuste se v obrázku níže doplnit pravoúhlý trojúhelník na rovnoběžník.

O jaký rovnoběžník se v tomto případě jedná?



Obsah pravoúhlého trojúhelníku tedy vypočítáme pomocí obsahu obdélníku.

My už víme, že obsah obdélníku je $S = a \cdot b$.

Z obrázku výše je patrné, že trojúhelník ABC zaujímá přesně polovinu obsahu obdélníku, který jsme doplnili.

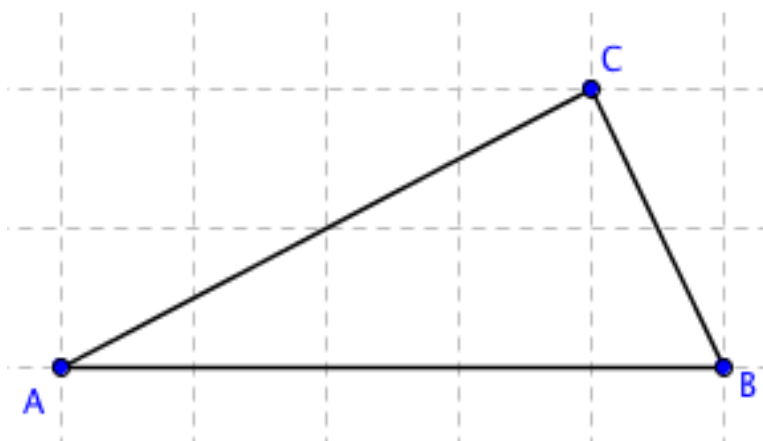
Proto víme, že **obsah pravoúhlého trojúhelníku**, označíme S , vypočítáme následovně:

$$S = \dots\dots\dots$$

Jenže trojúhelník, který není pravoúhlý, nemůžeme takto snadno doplnit na obdélník. Doplníme ho tedy na obecný rovnoběžník. Mějme tedy následující trojúhelník ABC .

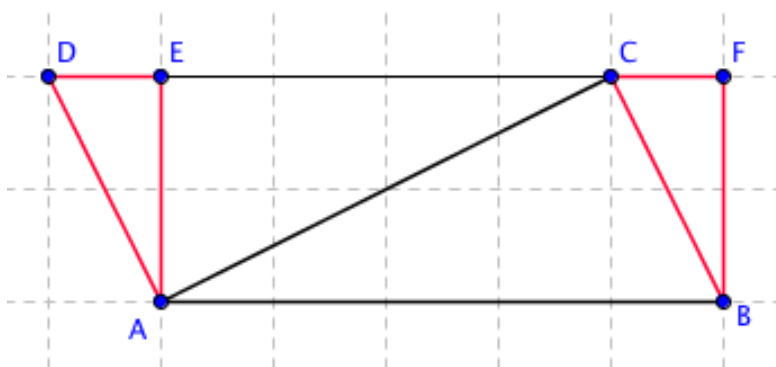
Pokuste se opět doplnit trojúhelník ABC na rovnoběžník.

(Trojúhelník doplníme na rovnoběžník tak, že z bodu C povedeme úsečku, která bude rovnoběžná s AB a bude stejně dlouhá. Obdobně povedeme úsečku z bodu A tak, aby byla rovnoběžná s úsečkou BC a aby byla stejně dlouhá.)



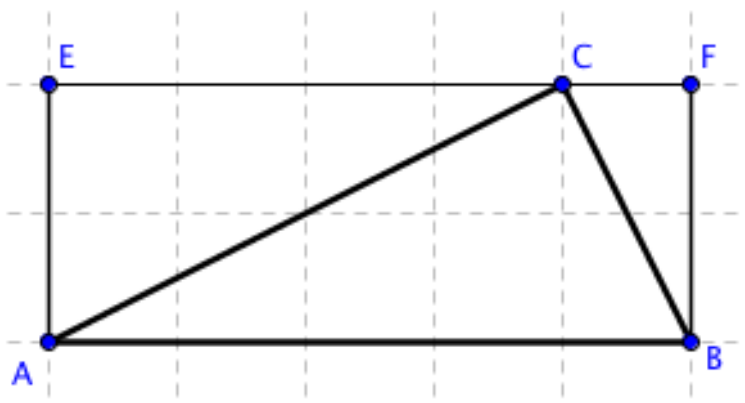
A jak vypočítáme obsah tohoto rovnoběžníku?

Nemůžeme vynásobit dvě sousední strany jako v případě obdélníku, protože sousední strany nejsou kolmé. Nicméně, z tohoto rovnoběžníku můžeme vytvořit obdélník, který bude mít stejný obsah jako rovnoběžník. Podívejte se pozorně na následující obrázek. Platí, že následující červeně zvýrazněné trojúhelníky mají stejný obsah.



Červně zvýrazněné trojúhelníky mají stejný obsah

Pokud trojúhelník AED přesuneme na místo trojúhelníku BFC , získáme tak obdélník se stejným obsahem:



Toto už je obdélník a víme, že jeho obsah se rovná součinu délek dvou sousedních stran. Velikost úsečky $|AB|$ známe, potřebujeme ještě zjistit velikost úsečky $|AE| = |BF|$.

Dokreslete nyní do trojúhelníku ABC výšku v_c a pozorně se podívejte na obrázek. Jaká je délka strany AE nebo BF ?

Takže co můžeme napsat o obsahu tohoto obdélníku? Že obsah S je roven $S = v_c \cdot |AB|$.

Trojúhelník ABC zaujímá opět stejnou část obdélníku jako v případě pravoúhlého trojúhelníku. Můžeme tedy říci, že **obsah obecného trojúhelníku** je roven:

$$S = \dots\dots\dots$$

K zamyšlení:

Najdeš souvislost mezi vzorcem pro obsah pravoúhlého trojúhelníku a obecného trojúhelníku? Proč to tak je?

3. ÚKOL:

Vypočítejte obsah rovnoběžníku, je-li: $a = 10$ cm a $v_a = 5,5$ cm. Rovnoběžník načrtněte.

4. ÚKOL:

Vypočti obvod a obsah trojúhelníku ABC , kde známe: $a = 2,4$ cm, $b = 12$ mm, $c = 0,32$ dm, $v_c = 3,5$ cm.

5. ÚKOL:

Vypočti obvod a obsah rovnoramenného trojúhelníku se základnou $z = 0,42$ m a rameny 3,2 dm, výška na základnu je 48 cm.



6. ÚKOL:

Doplň tabulku.

Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC , kde strany a, b jsou rameny

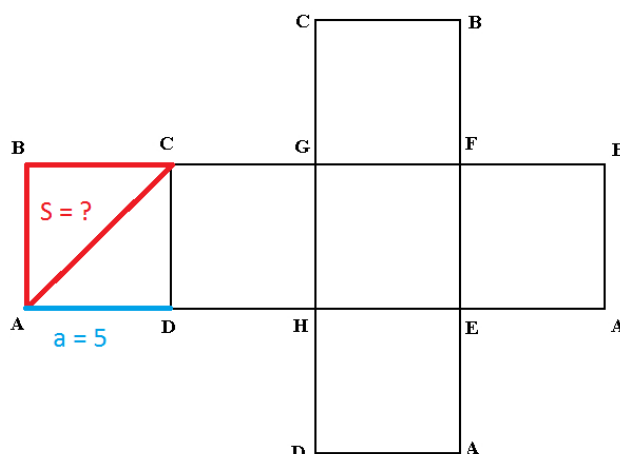
a	1,8 m			
b			$2\frac{1}{5}$ m	
c			1,8 m	1,65 m
v_c		1,71 m		84,2 cm
S		$112,86 \text{ dm}^2$		
o	5 m			

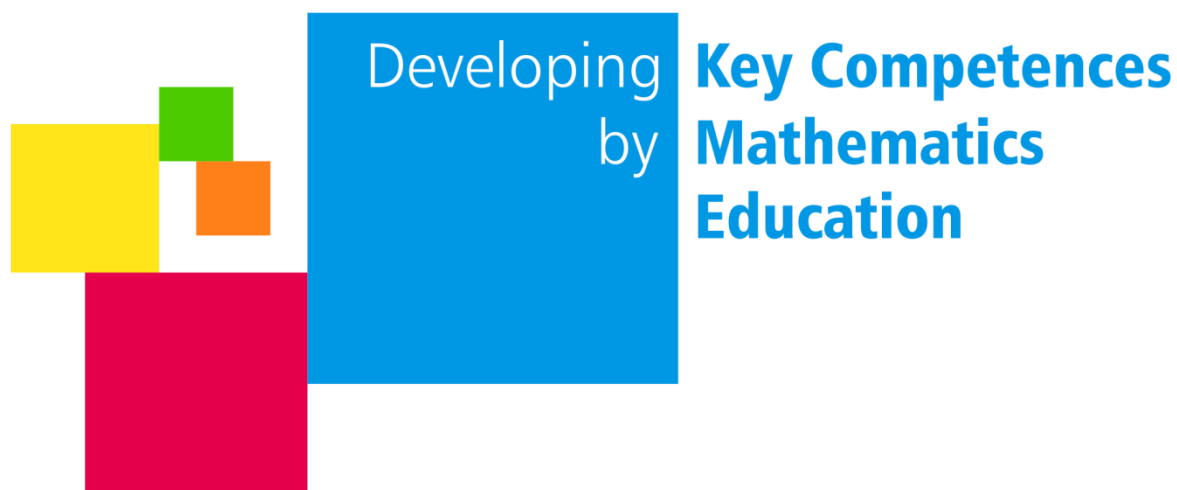
7. ÚKOL:

Na obrázku vidíte rozloženou síť krychle.

Rozměry na obrázku jsou uvedeny v cm.

Vypočítejte obsah červeného trojúhelníku.





Origami Nets

Alena Maříková

Cíl aktivity: sítě krychle, kvádrů, hranolu a jehlanu, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 6., 7., 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle, kvádr, hranol, jehlan

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, rýsovací potřeby, aplikace Origami Nets softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úkoly 1 až 3 jsou určeny žákům šestých ročníků, úlohy 4 a 5 žákům sedmých ročníků a úloha 6 žákům devátých ročníků.

Úlohy 1 až 4 a 6 je možno zadat před probíráním učiva síť kvádrů (hranolů, jehlanů) nebo po seznámení s učivem jako procvičování a zlepšování prostorové představivosti. Úlohy nejsou vhodné pro samostatnou práci na celou hodinu. V tomto případě je doporučeno použít úlohy jako součást procvičování učiva při hodině. Žáci nejdříve vyzkouší dojít k řešení bez použití programu a potom si každý sám své řešení ověří v programu. U úkolů 1, 4, a 6 je důležité si dát pozor na tipování odpovědí. Žákům bychom mohli dát za úkol například u úkolu 1 vysvětlit, proč je správná zrovna ta jejich síť. U úkolů 4 a 6 by mohli žáci zvolenou síť sami sestavit v programu a uložit. Po ověření výsledků jednotlivých úloh můžeme dát žákům v souladu s procvičováním ještě navíc za úkol sestavit kvádr v programu Cubix Editor a vypočítat objem a povrch těles.

Úlohu 5 je vhodné použít při probrání učiva hranol, síť hranolů jako procvičování a upevňování znalostí. Slouží k rozvíjení prostorové představivosti.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách¹³, nebo na stránkách¹⁴, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

¹³ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

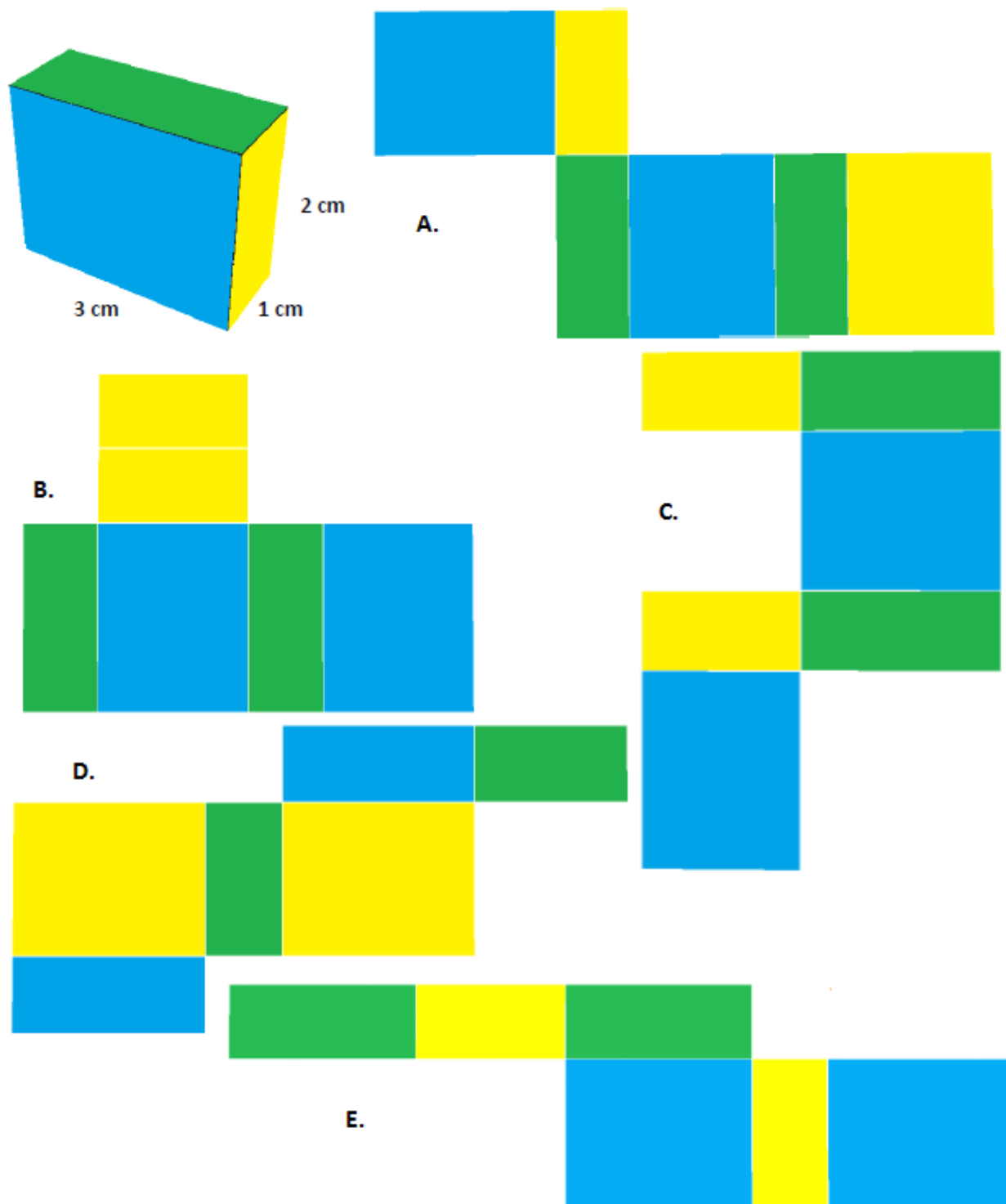
¹⁴ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Která z pěti sítí je síť kvádru na obrázku? Zakroužkuj správnou odpověď.

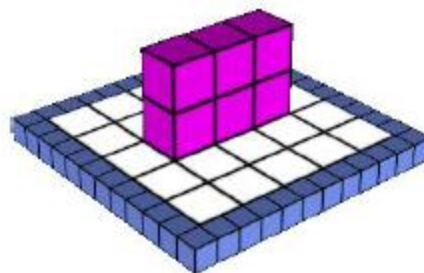
Své řešení ověř v programu Origami Nets.



2. ÚKOL:

- a) Nakresli tři různé sítě kvádru, jenž vidíš na obrázku. Kvádru je sestavený ze šesti stejných krychliček. Délka hrana každé krychličky je 2cm.
- b) Vypočítej povrch kvádru na obrázku.

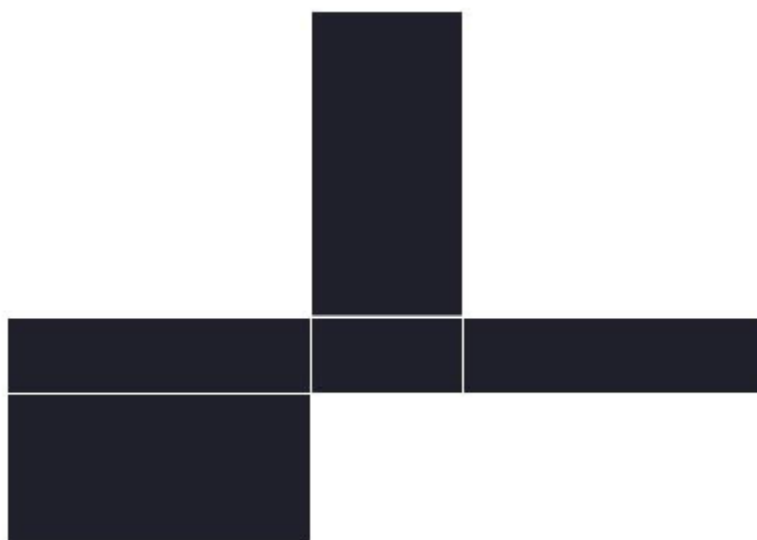
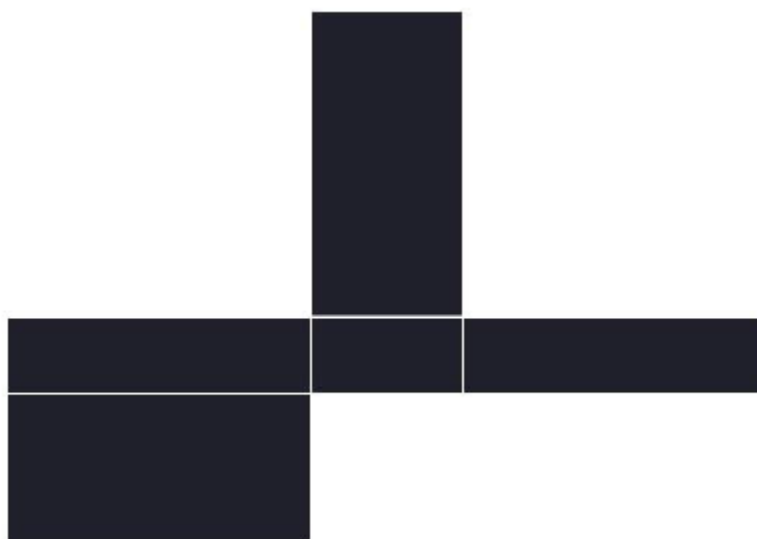
Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets.



3. ÚKOL:

K níže uvedenému obrázku přidej jeden obdélník tak, aby obrázek byl sítí kvádru. Nakresli alespoň dvě možnosti řešení.

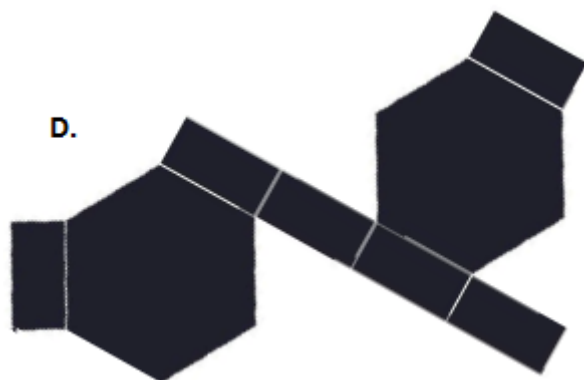
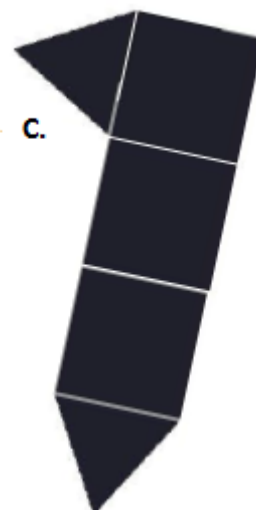
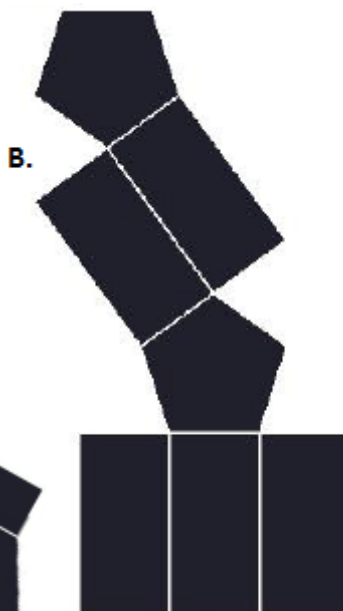
Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets. Najdi co nejvíce možností řešení.



4. ÚKOL:

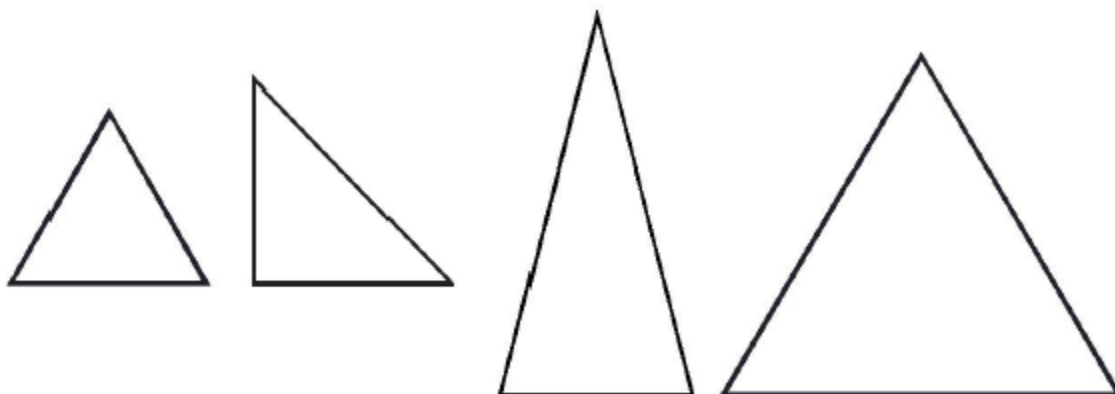
Který z následujících obrázků NENÍ sítí hranolu? Vytvoř vlastní síť libovolného hranolu. Správnou odpověď zakroužkuj.

Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets.



5. ÚKOL:

Zde jsou čtyři různé trojúhelníky:



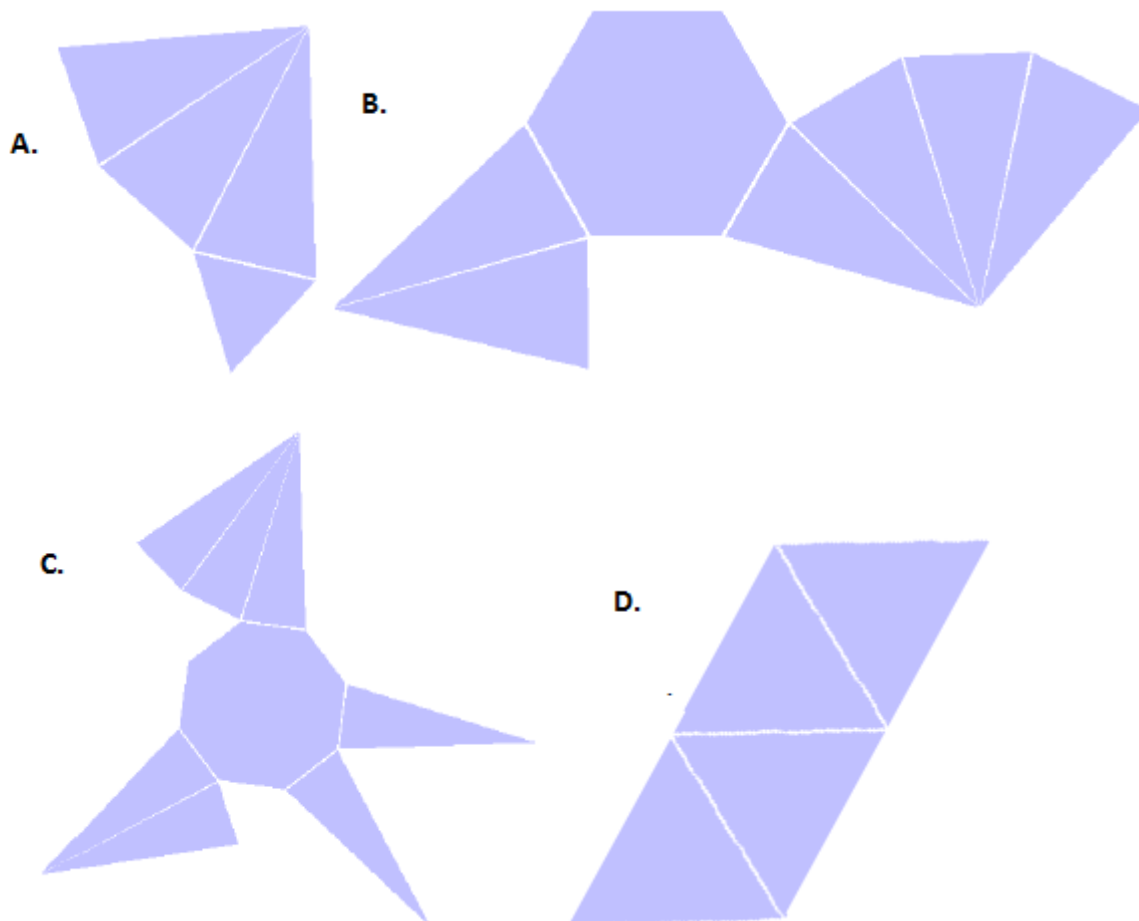
Strany malého rovnostranného trojúhelníku mají stejnou délku jako krátká strana rovnoramenného a krátká strana pravoúhlého. Strany většího rovnostranného trojúhelníku má stejnou délku jako delší strany rovnoramenného.

- a) Kolik různých čtyřstěnů můžeš z každého trojúhelníku vytvořit, když použiješ na každou stavbu pouze jeden typ? Narýsuj sítě svých řešení a poté ověř pomocí aplikace Origami Nets.
- b) V aplikaci Origami Nets sestroj sítě třech čtyřstěnů z daných trojúhelníků. Ke stavbě použij více typů trojúhelníků?

6. ÚKOL:

Která z následujících sítí NENÍ sítí jehlanu? Vytvoř sít' vlastního libovolného jehlanu. Správnou odpověď zakroužkuj

Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets.



PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Která z pěti sítí je síť kvádru na obrázku? Zakroužkuj správnou odpověď.

Své řešení ověř v programu Origami Nets.

A.

2. ÚKOL:

a) Nakresli tři různé sítě kvádru, jenž vidíš na obrázku. Kvádr je sestavený ze šesti stejných krychliček. Délka hrana každé krychličky je 2cm.

b) Vypočítej povrch kvádru na obrázku.

Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets.

$$S = 88 \text{ cm}^2$$

3. ÚKOL:

K níže uvedenému obrázku přidej jeden obdélník tak, aby obrázek byl sítí kvádru. Nakresli alespoň dvě možnosti řešení.

Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets. Najdi co nejvíce možností řešení.





4. ÚKOL:

Který z následujících obrázků NENÍ síť hranolu? Vytvoř vlastní síť libovolného hranolu. Správnou odpověď zakroužkuj.

Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets.

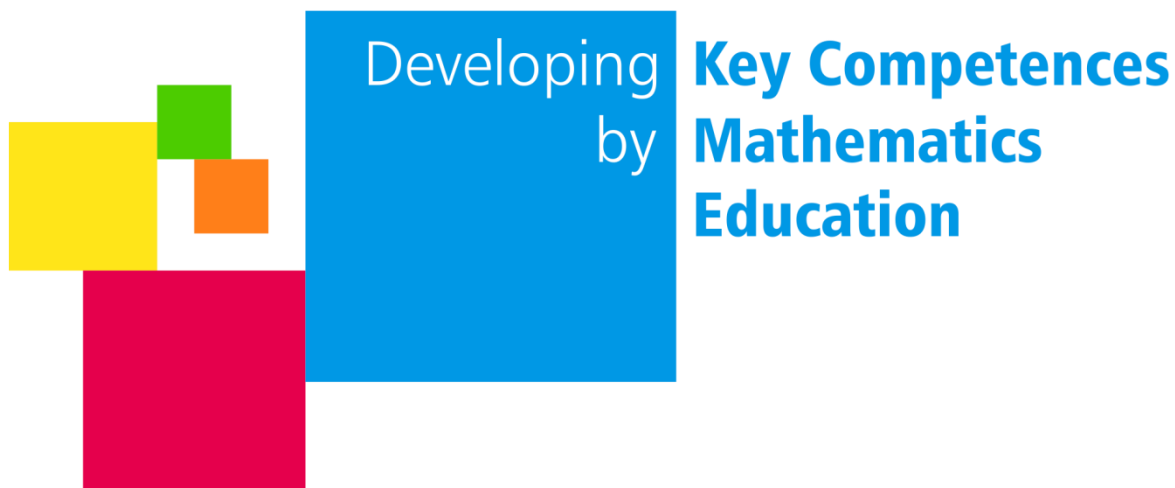
C.

6. ÚKOL:

Která z následujících sítí NENÍ síť jehlanu? Vytvoř síť vlastního libovolného jehlanu. Správnou odpověď zakroužkuj

Své řešení ověř pomocí aplikace Origami Nets.

C.



Pattern Constructor

Alena Maříková

Cíl aktivity: procvičování osově souměrnosti, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

osová souměrnost

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Pattern Constructor softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohy 1 a 2 je doporučeno použít jako doplněk při probírání osově souměrnosti spojený s prací v daném programu nebo k upevňování konstrukce osově souměrnosti. Úlohu 2 je také vhodné použít jako kontrolní test na osovou souměrnost.

Úlohu 3 je vhodné použít jako menší projekt na doma nebo ji lze také využít při hodině k upevnění nejen znalostí o osově souměrnosti, ale také k rozvinutí všeobecných znalostí.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách¹⁵, nebo na stránkách¹⁶, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

¹⁵ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

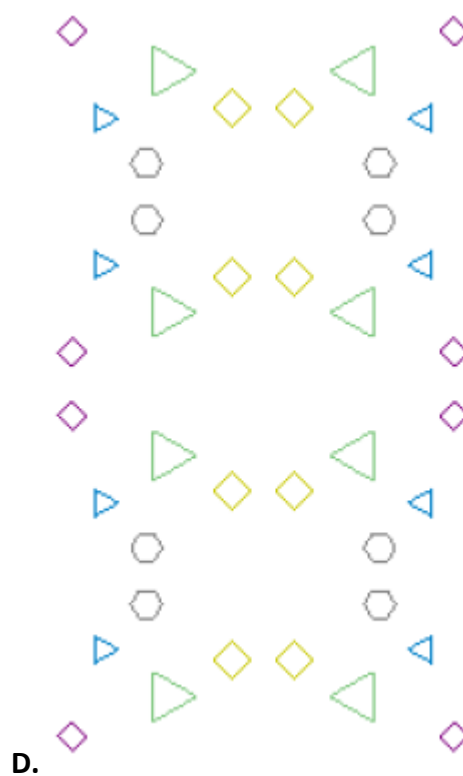
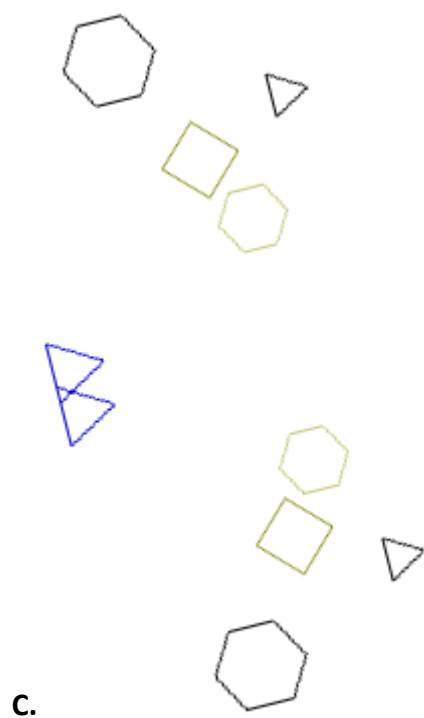
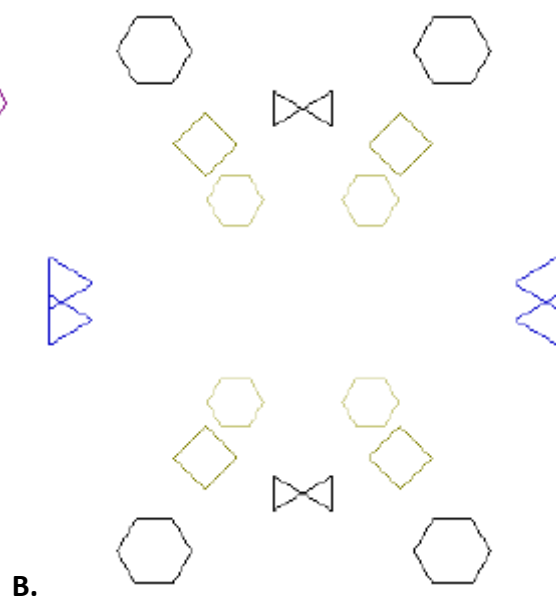
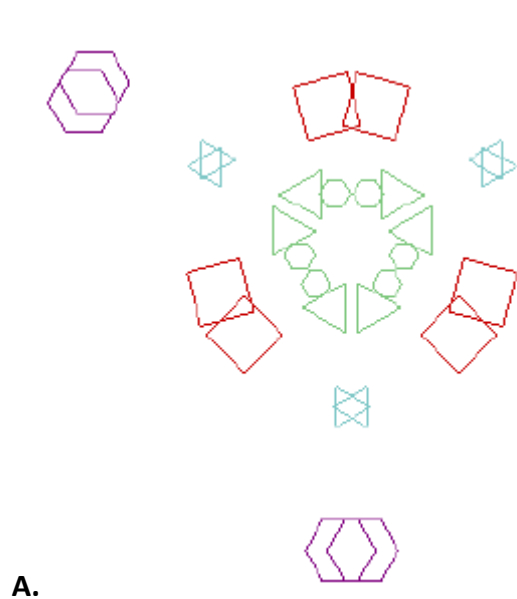
¹⁶ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Do níže uvedených obrázků narýsuj všechny osy souměrnosti, podle nichž postupně vznikly dané obrázky.

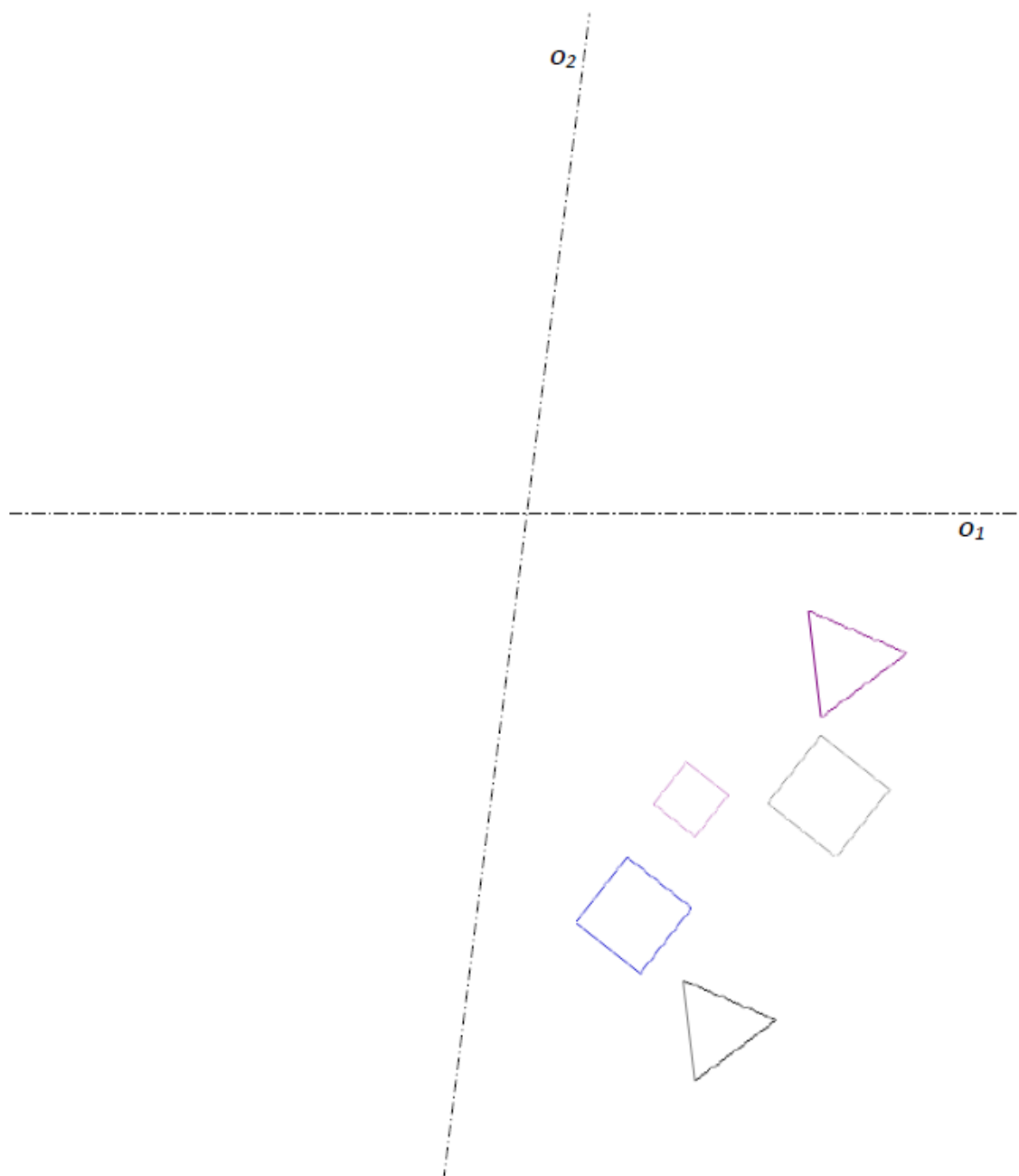
Osovou souměrnost procvičuj v programu Pattern Constructor.



2. ÚKOL:

Do níže uvedeného obrázku zobraz daný obrazec podle osové souměrnosti s osou o_1 a poté zadaný i vzniklý obraz zobraz v osové souměrnosti podle o_2 .

Osovou souměrnost procvičuj v programu Pattern Constructor.



3. ÚKOL:

U perských koberců se využívá osová souměrnosti.

- a) Najdi o nich na internetu informace a do pracovního listu zapiš to nejdůležitější (historie, výroba, atd.).
- b) Navrhni v programu Pattern Constructor svůj vlastní návrh na vzor koberce.
- c) Napiš, kolik os souměrnosti jsi celkem použil a první dvě souměrnosti překresli na pracovní list. Rozměry rovinných útvarů zvol libovolně tak, aby se souměrnost vešla na papír.

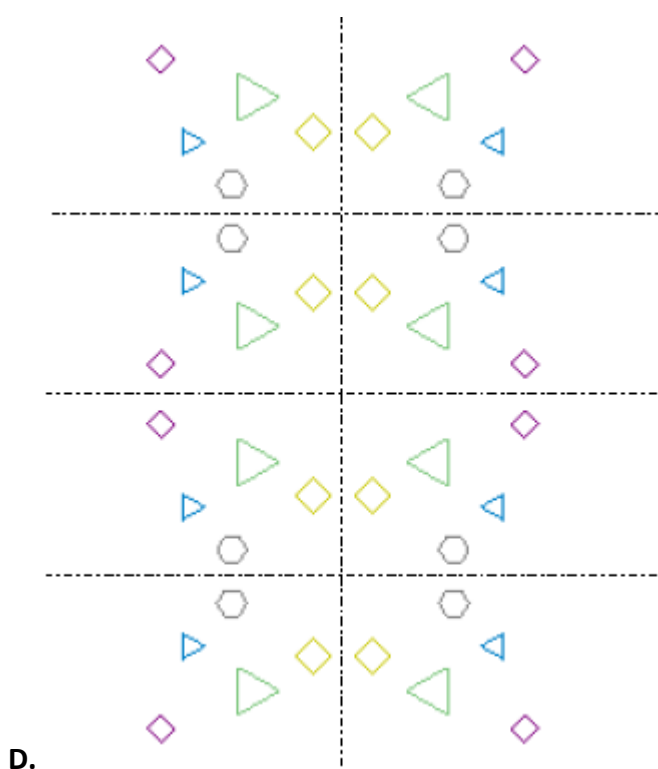
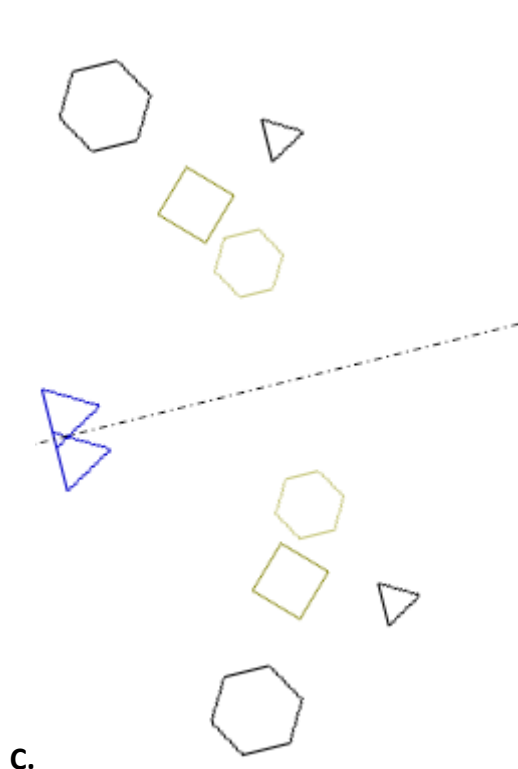
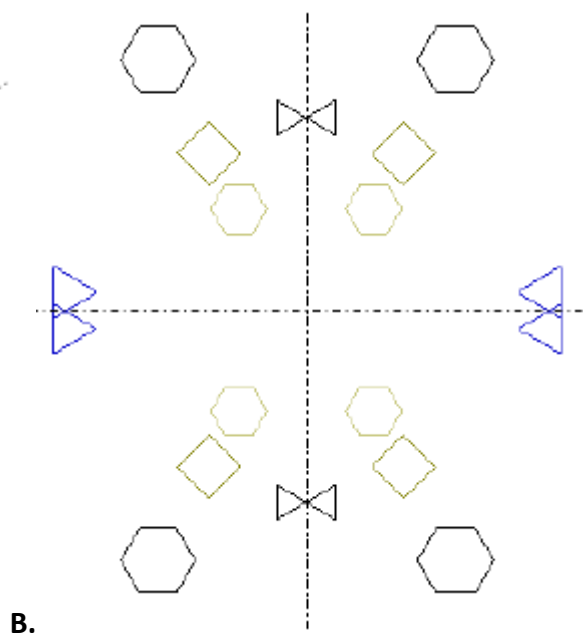
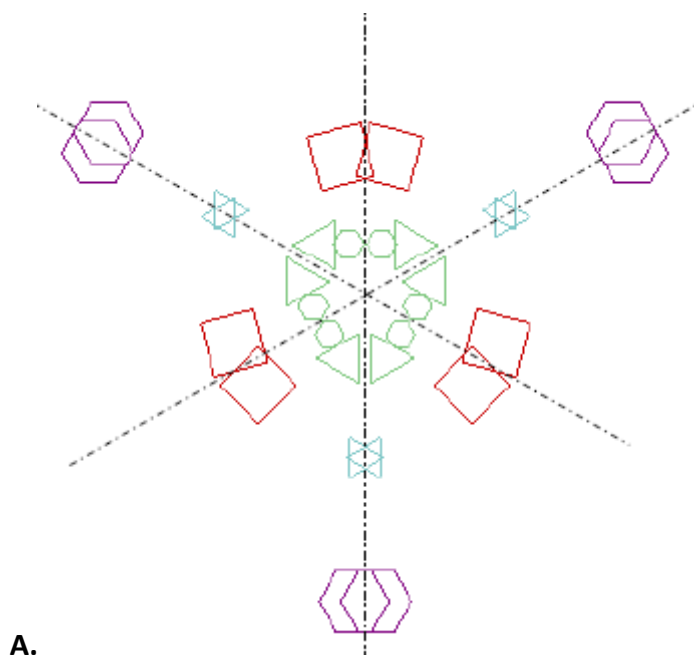


PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Do níže uvedených obrázků narýsuj všechny osy souměrnosti, podle nichž postupně vznikly dané obrázky.

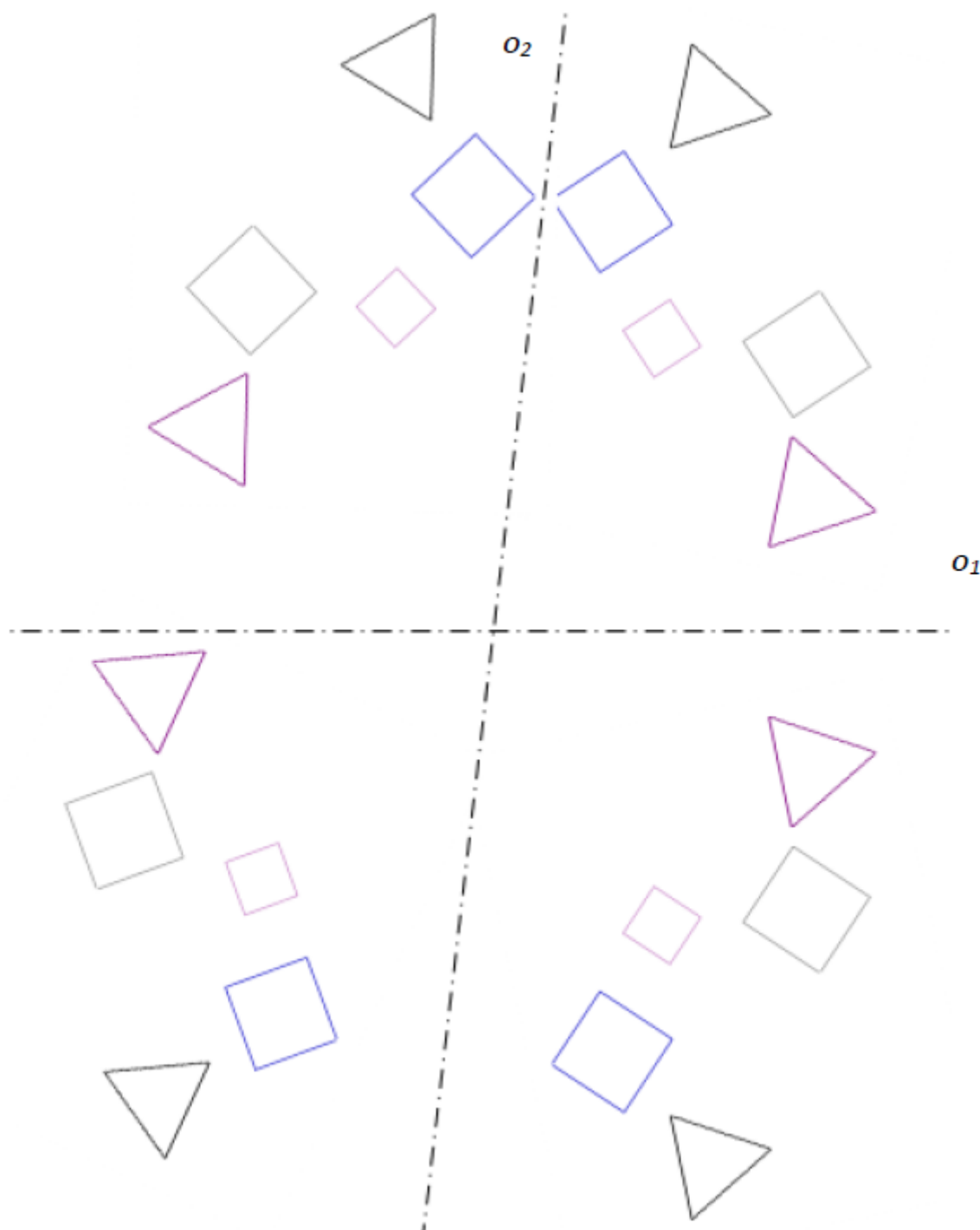
Osovou souměrnost procvičuj v programu Pattern Constructor.

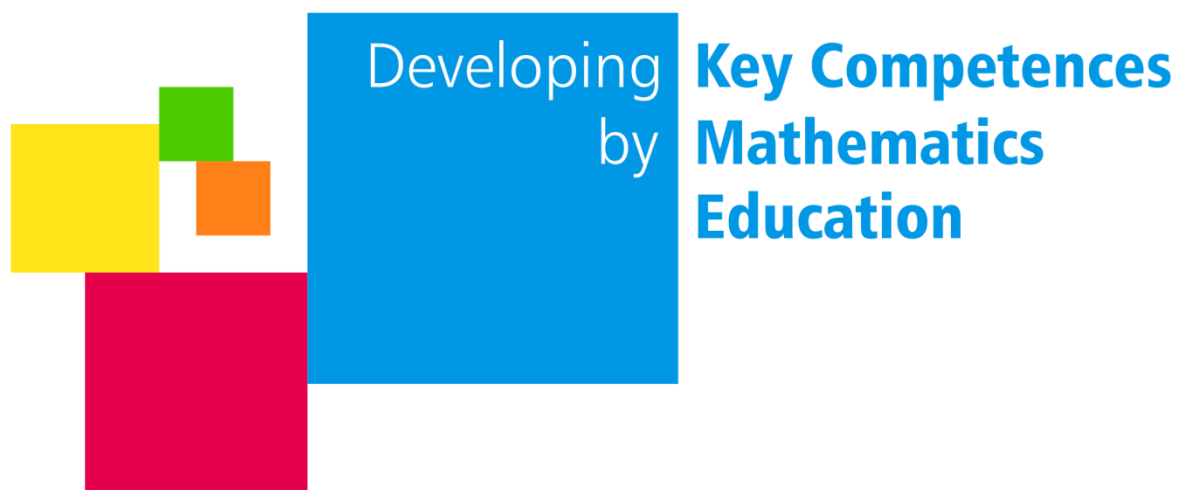


2. ÚKOL:

Do níže uvedeného obrázku zobraz daný obrazec podle osové souměrnosti s osou o_1 a poté zadaný i vzniklý obraz zobraz v osové souměrnosti podle o_2 .

Osovou souměrnost procvičuj v programu Pattern Constructor.





Potter's Wheel

Alena Maříková

Cíl aktivity: rozvíjení prostorové představivosti, objevování těles vzniklých rotací rovinných útvarů, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

rotační tělesa

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Potter's Wheel softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list je vhodné použít na konci devátého ročníku po probrání vlastností rotačních těles k rozvíjení prostorové představivosti.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách¹⁷, nebo na stránkách¹⁸, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

¹⁷ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

¹⁸ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

PRACOVNÍ LIST

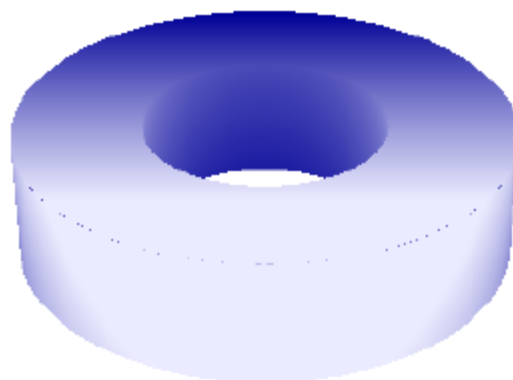
1. ÚKOL:

- a) V aplikaci Potter's Wheel, Free shape set (za pomoci Bézierových křivek) vymodeluj níže uvedené vázy.
- b) V libovolném setu vymodeluj vlastní vázu a na pracovní list nakresli její řez.



2. ÚKOL:

- Napiš, jaké rovinné útvary jsme nechali rotovat a poté tyto útvary v aplikaci Potter's Wheel v daném setu vyhledej a vymodeluj.
- Vymodeluj těleso za pomoci rotace (čtverce, kruhu nebo trojúhelníka). Se spolužákem si svoje vymodelovaná tělesa vyměňte a zkuste si zasoutěžit, kdo dřív daný útvar sestrojí. Řez svého vymodelovaného tělesa narýsuj na pracovní list.



Rotující těleso:

Rotující těleso:.....

Osa rotace

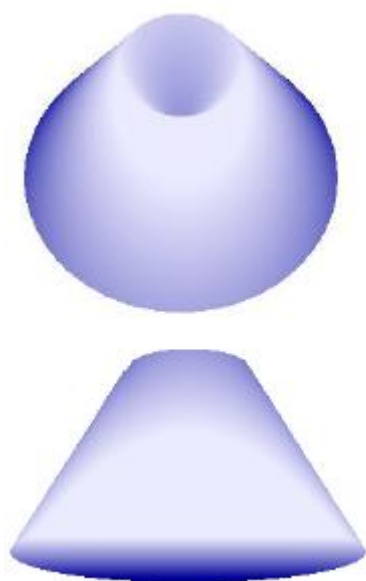


3. ÚKOL:

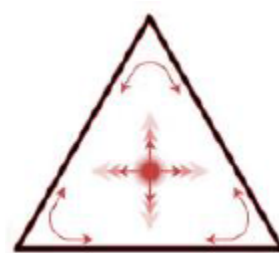
Přerýsuj rovinné útvaru k ose souměrnosti tak, aby po rotaci kolem osy vznikly níže daná tělesa.

Podle řezu zvol v aplikaci Potters Wheel daný set, vyhledej tam níže uvedené těleso a své řešení ověř.

Vzniklá tělesa:



Rovinné útvary:



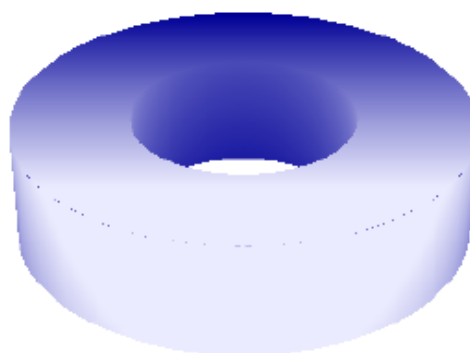
PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

2. ÚKOL:

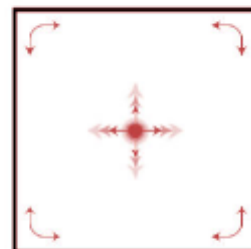
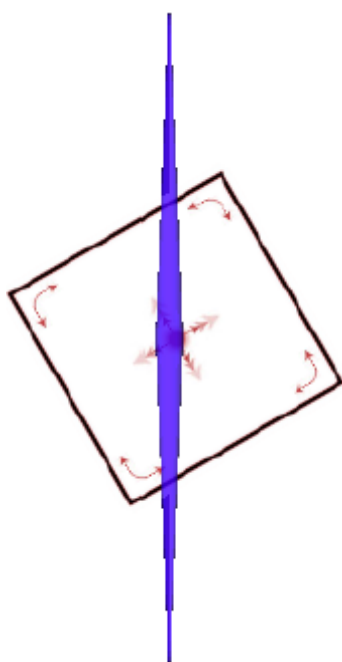
- Napiš, jaké rovinné útvary jsme nechali rotovat a poté tyto útvary v aplikaci Potter's Wheel v daném setu vyhledej a vymodeluj.
- Vymodeluj těleso za pomoci rotace (čtverce, kruhu nebo trojúhelníka). Se spolužákem si svoje vymodelovaná tělesa vyměňte a zkuste si zasoutěžit, kdo dřív daný útvar sestrojí. Řez svého vymodelovaného tělesa narýsuj na pracovní list.



Rotující těleso: **čtverec**



Rotující těleso: **čtverec**

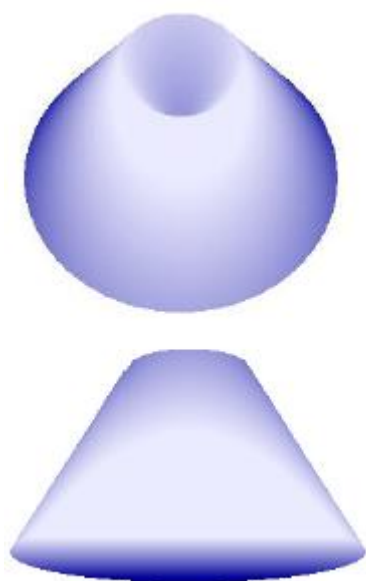


3. ÚKOL:

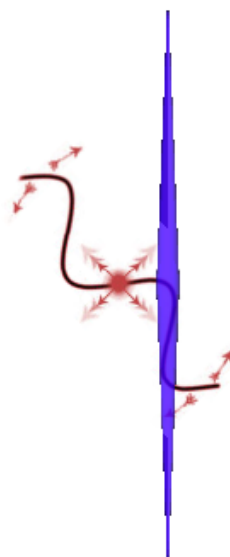
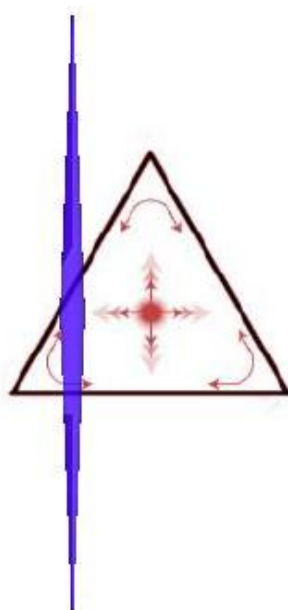
Prerýsuj rovinné útvaru k ose souměrnosti tak, aby po rotaci kolem osy vznikly níže daná tělesa.

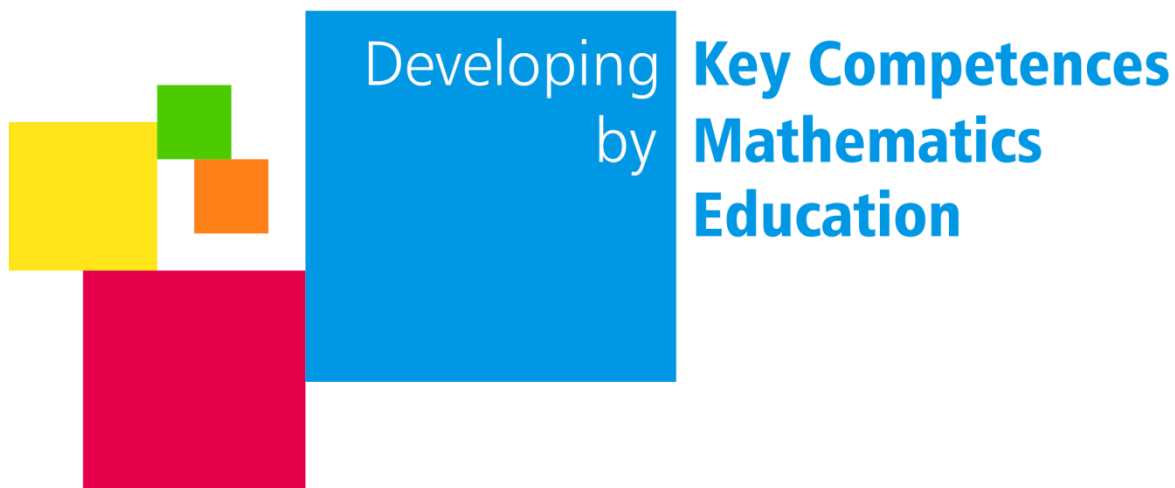
Podle řezu zvol v aplikaci Potters Wheel daný set, vyhledej tam níže uvedené těleso a své řešení ověř.

Vzniklá tělesa:



Rovinné útvary:





Povrch a objem jehlanu

Roman Bumbálek

Cíl aktivity: vypočet povrchu a objemu jednoduchých kolmých jehlanů, užití v aplikačních úlohách

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní rovinné útvary

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

První příklad je orientován na porozumění pojmu povrch. Žák pracuje se vzorcem pro výpočet povrchu jehlanu. Příklad současně vede k procvičení znalostí se zjišťováním obsahů rovinných útvarů.

Druhý a třetí příklad jsou aplikační úlohy. Jsou zaměřeny na pochopení pojmu povrch jehlanu. Řešení lze usnadnit vhodným náčrtem. Žák pracuje se vztahem pro výpočet povrchu jehlanu. Vhodné k posílení mezipředmětových vazeb mezi matematikou a praktickými činnostmi.

Ve čtvrtém a pátém příkladu žák pracuje pouze s dosazováním do vzorce pro objem jehlanu. Ten je uveden v pracovním listu. Cílem je, aby si žák daný vzorec lépe osvojil.

Šestý příklad je velice komplexní. Žák se vyhýbá pouhému dosazení do vzorce. Důležité je, aby uvědomil, které údaje zná a které je nutné dopočítat. Tyto údaje jsou nezbytné tak, aby mohl vyplnit tabulku. Žák musí dávat pozor na stejné jednotky a vyvarovat se chybám. Tento příklad je časově náročnější.

Sedmá úloha je zaměřena na pochopení pojmu objem jehlanu. Úloha do jisté míry využívá i fyzikální poznatky. Žáci se naučí používat vztah pro výpočet objemu jehlanu. Úloha současně vede k upevnění znalostí

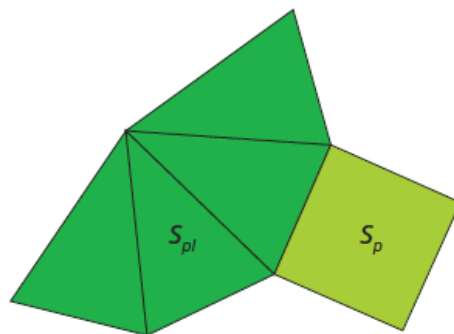
Osmý příklad je zaměřen na pochopení pojmu objem jehlanu. Příklad umožňuje dva způsoby řešení. Příklad je možné řešit (2. způsob) užitím goniometrické funkce, což je nad rámec RVP ZV. Problémy mohou nastat při obecném vyjádření výšky ze vzorce.

PRACOVNÍ LIST

Povrch jehlanu

Povrch jehlanu vypočítáme jako součet povrchů jeho stěn.

$$S = S_p + S_{pl}$$



Popiš

S_p

S_{pl}

1. ÚKOL:

Vypočítejte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 5 cm a výška stěny má délku 10 cm.

K zamyšlení:

Čím je význačný pravidelný čtyřboký jehlan? Jaké další druhy jehlanů znáte?

Pokuste se narýsovat síť pravidelného trojbokého, čtyřbokého a pětibokého jehlanu.

2. ÚKOL:

Vrchol věže je pravidelný šestiboký jehlan o podstavné hraně 12,1 metrů a výšce 12,5 metrů. Kolik m² krytiny je třeba na pokrytí vrcholu věže, počítáme-li na odpad 9%?

3. ÚKOL:

Kolik metrů čtverečních je potřeba na pokrytí věže tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu o podstavné hraně 10 metrů, je-li odchylka boční hrany od roviny podstavy 68°? Při pokrytí se počítá s odpadem 10%.

Objem jehlanu

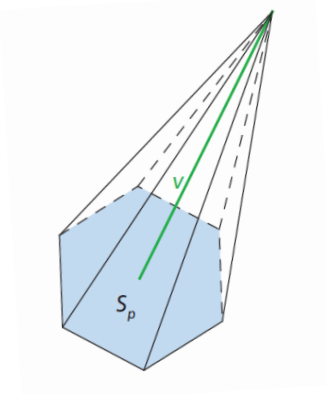
K zamyšlení:

Jak bychom mohli najít vzorec pro výpočet objemu?

Mohli bychom například přeléváním vody zjistit objem jehlanu?

Objem jehlanu vypočítáme jako jednu třetinu součinu obsahu podstavy a výšky jehlanu:

$V = \dots\dots\dots$



4. ÚKOL:

Vypočítejte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, výška je 16 cm a délka hrany základny 6 cm.

5. ÚKOL:

Vypočítejte objem vosku potřebného na výrobu jedné svíčky, když výrobce udává tyto údaje.
Velikost 5,5cm x 5,5cm x 10,5cm



6. ÚKOL:

Pravidelný čtyřboký jehlan						
$a \text{ (cm)}$	$v_a \text{ (cm)}$	$v \text{ (cm)}$	$V \text{ (cm}^3\text{)}$	$S_p \text{ (cm}^2\text{)}$	$S_{pl} \text{ (cm}^2\text{)}$	$S \text{ (cm}^2\text{)}$
4	6					
			77,458 33	42,25		
10	8,4					
	6,4			25		

K zamyšlení:

Najdeš souvislost mezi výškou jehlanu a výškou jeho boční stěny? Proč to tak je? Nakresli pomocný obrázek.

7. ÚKOL:

Urči hmotnost pravidelného čtyřbokého jehlanu s délkou podstavné hrany $a = 45$ cm. Výška trojúhelníku pláště je 1 m. Jehlan je vyroben z materiálu o hustotě $2\,700\text{ kg/m}^3$. Z jakého materiálu je jehlan vyroben?

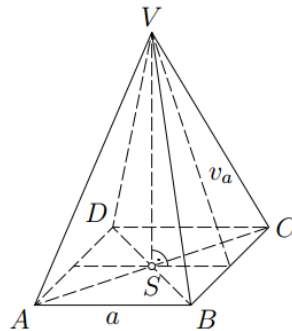
8. ÚKOL:

Vypočtete objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 1,2 dm a jeho boční stěna svírá s rovinou podstavy úhel o velikosti 45° .

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Vypočtete povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 5 cm a výška stěny má délku 10 cm.



Označíme $a = 5$ cm délku hrany podstavy jehlanu a $v_a = 10$ cm velikost výšky jeho stěny.

Obsah podstavy vypočteme jako obsah čtverce se stranou délky a .

$$S_p = a^2 = 5^2$$

$$S_p = 25 \text{ cm}^2$$

Plášť je tvořen čtyřmi rovnoramennými trojúhelníky se základnou a a výškou v_a , jeho obsah je

$$S_{pl} = 4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2} = 4 \cdot \frac{5 \cdot 10}{2}$$

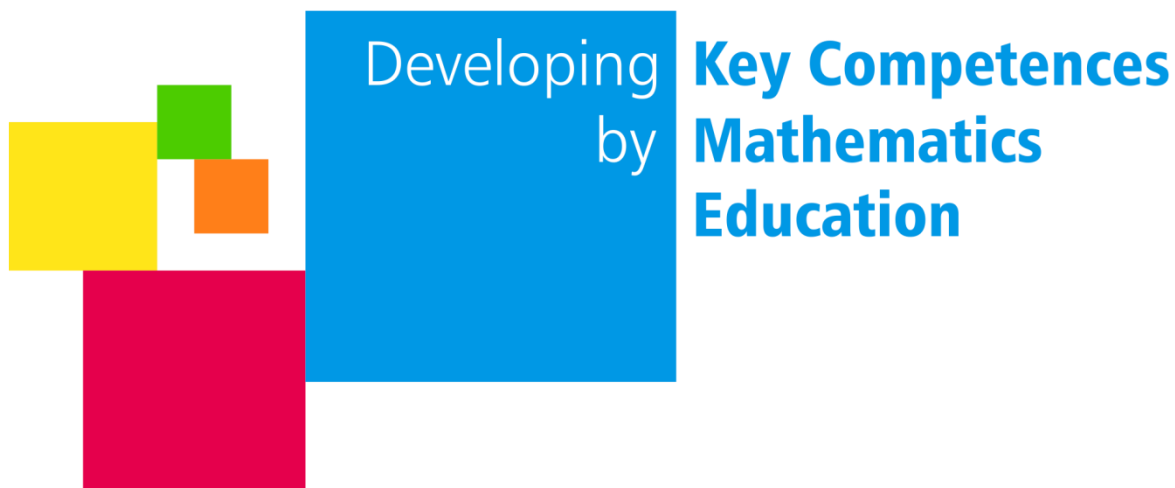
$$S_{pl} = 100 \text{ cm}^2.$$

Pro povrch jehlanu tak dostaneme

$$S = S_p + S_{pl} = 25 + 100$$

$$S = 125 \text{ cm}^2.$$

Závěr. Povrch jehlanu je 125 cm^2 .



Povrch a objem kužele

Roman Vraspír

Cíl aktivity: vypočet povrchu a objemu rotačního kužele, užití v aplikačních úlohách

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní rovinné útvary

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

První příklad je zaměřen na pochopení pojmu povrch rotačního kužele. Žáci se naučí používat vztah pro výpočet povrchu kužele. Úloha současně vede k upevnění znalostí souvisejících s pojmem Pythagorova věta.

Druhý příklad je zaměřen na použití vztahu pro výpočet povrchu rotačního kužele. Úloha současně vede k upevnění znalostí souvisejících s pojmem Pythagorova věta a vyjádření neznámé ze vzorce. Jisté problémy mohou mít žáci právě při obecném vyjádření strany ze vzorce. V tomto případě je možné zpočátku tolerovat dosazení číselných hodnot přímo do vzorce pro výpočet povrchu kužele.

Třetí úloha je zaměřena na praktickou aplikaci určení povrchu kužele. Žáci získají reálnou představu o řešení jednoho konkrétního praktického úkolu. Současně úloha využívá pojem procenta a Pythagorova věta, žáci si též upevní pravidla pro zaokrouhlování desetinných čísel.

Čtvrtá úloha je zaměřena na pochopení pojmu objem kužele. Žáci se naučí používat vztah pro výpočet objemu kužele. Úloha současně vede k upevnění znalostí souvisejících s převody jednotek délky a objemu. Žáci si současně upevní znalost pravidel pro zaokrouhlení desetinných čísel

Pátá úloha je zaměřena na pochopení pojmu objem kužele. Žáci se naučí používat vztah pro výpočet objemu kužele. Úloha současně vede k upevnění pojmu Pythagorova věta. Jisté problémy mohou mít žáci při obecném vyjádření poloměru ze vzorce. V tomto případě je možné zpočátku tolerovat dosazení číselných hodnot přímo do vzorce pro výpočet objemu

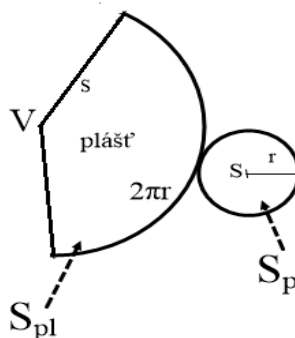
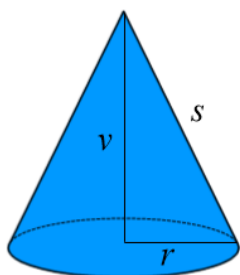
jehlanu příkladu, žák pracuje pouze s dosazováním do vzorce pro objem jehlanu. Ten je uveden v pracovním listu. Cílem je, aby si žák daný vzorec lépe osvojil.

Šestá úloha je zaměřena na pochopení pojmu objem kužele. Současně pracuje s fyzikálním pojmem objemový průtok. U žáka se předpokládá znalost převodů jednotek délky a objemu

PRACOVNÍ LIST

Povrch kužele

Povrch kužele vypočítáme jako součet obsahů podstavy podstavy a pláště.



$$S = S_p + S_{pl}$$

Popis

S_p obsah podstavy

S_{pl} obsah pláště

R poloměr podstavy kruhu

S délka stěny kužele

Tuto rovnici ještě rozepíšeme: $S = \pi r^2 + \pi r s$

$$S = \pi r(r + s)$$

1. ÚKOL:

Určete povrch rotačního kužele s poloměrem 4 cm a výškou 16 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

2. ÚKOL:

Rotační kužel s povrchem 200 cm^2 má podstavu s poloměrem 5 cm. Vypočtete jeho výšku.



3. ÚKOL:

Střecha zahradního altánu má tvar rotačního kužele s průměrem 3 m a výškou 2 m. Kolik m² lepenky budeme potřebovat, připočítáme-li 5% na spoje a lemy?



Objem kužele

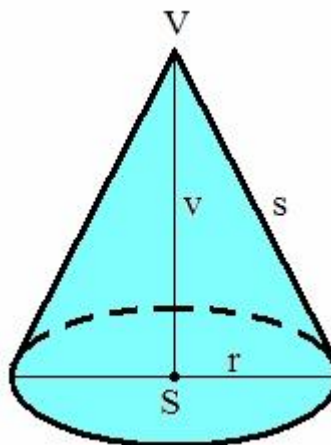
K zamyšlení:

Jak bychom mohli najít vzorec pro výpočet objemu?

Objem kužele vypočítáme jako jednu třetinu součinu obsahu podstavy a výšky kužele:

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$$



4. ÚKOL:

Určete objem rotačního kužele s poloměrem 0,2 dm a výškou 0,8dm. Výsledek vyjádřete v mililitrech a zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

5. ÚKOL:

Určete délku strany rotačního kužele s objemem 165 cm^3 a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

6. ÚKOL:

Plechová nádržka zahradní sprchy má tvar rotačního kužele s průměrem 50 cm a výškou 80 cm a je naplněna vodou až po horní okraj. Otvor v nádržce je uzpůsoben tak, že voda do sprchové hadice vtéká průměrnou rychlostí 250 ml/s. Jak dlouho můžeme jednorázově použít sprchu, než všechna voda z nádržky vyteče? Výsledek vyjádřete v minutách.

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Určete povrch rotačního kužele s poloměrem 4 cm a výškou 16 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

Označme $r = 4$ cm poloměr podstavy kužele a $v = 16$ cm jeho výšku. Rotační kužel vzniká rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem jeho odvěsny. Pro stranu s kužele, jeho poloměr a výšku můžeme na základě Pythagorovy věty psát

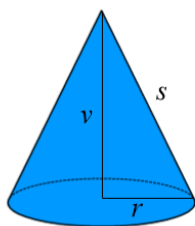
$$s^2 = r^2 + v^2$$

Odtud pro stranu daného kužele platí

$$s = \sqrt{r^2 + v^2} = \sqrt{4^2 + 16^2} = \sqrt{272} \text{ cm.}$$

Povrch kužele pak je

$$S = \pi r^2 + \pi r s = \pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{272} \doteq 257,51 \text{ cm}^2.$$



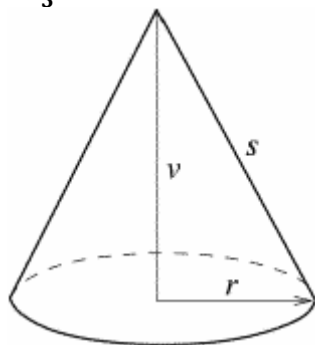
4. ÚKOL:

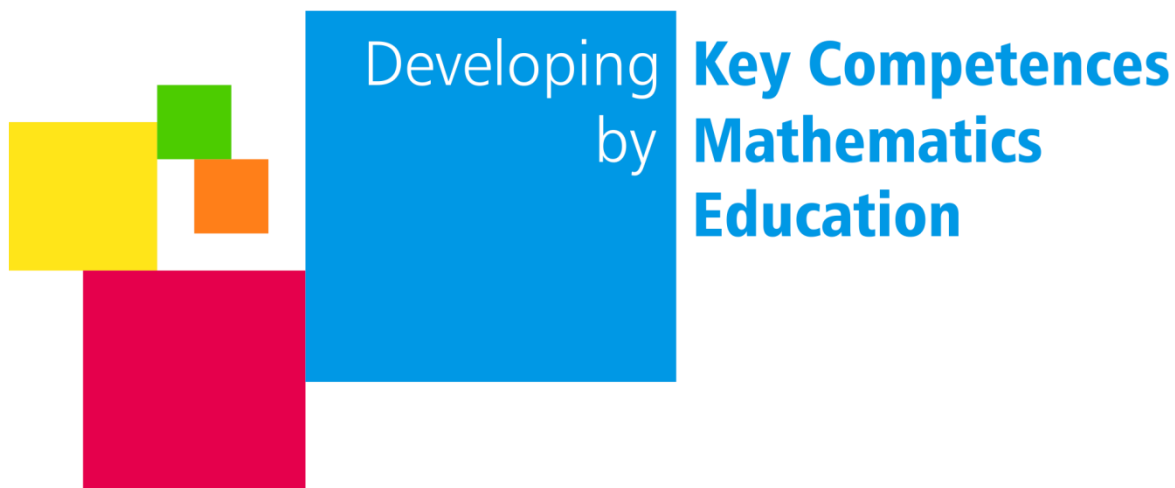
Určete objem rotačního kužele s poloměrem 0,2 dm a výškou 0,8 dm. Výsledek vyjádřete v mililitrech a zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

Označme $r = 0,2 \text{ dm} = 2 \text{ cm}$ poloměr podstavy kužele a $v = 0,8 \text{ dm} = 8 \text{ cm}$ jeho výšku.

Objem V určíme vztahem

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 8 \doteq 33,51 \text{ cm}^3 = 33,51 \text{ ml.}$$





Pythagorova věta

Veronika Švejdvá

Cíl aktivity: osvojení pojmu Pythagorova věta, užití Pythagorovy věty na aplikačních úlohách

Ročník: 8.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

trojúhelníky

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list

Metodický a didaktický komentář:

Žák zná a rozliší odvěsny a přepony, ví co je pravoúhlý trojúhelník. Pomocí grafického důkazu se seznámí s Pythagorovou větou. Nejdříve na pravoúhlém, rovnostranném trojúhelníku, dále na pravoúhlém trojúhelníku obecném. Druhý důkaz dostane vytištěný zvlášť, aby si mohl vystříhat a ověřit si pravdivost situace. Cílem je, aby si žák dobře osvojil pojem Pythagorova věta a dokázal jí používat.

V prvním příkladu žák pouze pracuje se vzorečkem a dosazením příslušných hodnot, pomůže to k lepšímu osvojení pojmu.

V druhém příkladu žák pracuje se vzorečkem a dosazením do něj. Musí si uvědomit, že nepočítá přeponu, ale odvěsnu a proto se ve vzorečku objeví mínus. Nesmí zapomenout na převody jednotek.

Ve třetím příkladu si žák musí uvědomit, že když čtverec rozdělí podle úhlopříčky, vznikne pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami $a = b = 5\text{cm}$. Pro výpočet úhlopříčky využije Pythagorovu větu, kde zjišťuje přeponu. Cílem je, aby dokázal objevit Pythagorovu větu i v příkladech, které se přímo neptají na pravoúhlý trojúhelník. Nesmí zapomenout na zaokrouhlování.

Ve čtvrtém příkladu si opět žák musí uvědomit, že se dá použít Pythagorova věta. Musí si správně určit, co jsou odvěsny a co přepona. Cílem příkladu je připravit žáka na slovní úlohy a úlohy z praxe. Nesmí zapomenout na převody jednotek, které jsou ve všech praktických úlohách potřeba.

V pátém příkladu si žák musí rozložit slovní úlohu, najít v ní co je potřeba dopočítat, aby měl vše potřebné pro řešení. Nejprve pomocí Pythagorovy věty dopočítá vzdušnou vzdálenost

mezi objekty. Poté musí sečíst dvě vzdálenosti, které ujde klasickou cestou, nakonec výsledky odečte. Cílem je, aby si žák uvědomil, na co se ho slovní úloha ptá. Naučil se pořádně číst zadání. Opět nesmí zapomenout na jednotky.

V šestém příkladu si žák musí uvědomit, že průměr nejmenšího kmenu se rovná úhlopříčce trámu ve tvaru obdélníku. Dále je důležité nepřehlédnout, že výsledek má být poloměr nikoliv průměr. Cílem úlohy je aplikování Pythagorovy věty i na slovních úlohách, kde o trojúhelníku nebývá ani zmínka. Opět musí pořádně číst zadání a orientovat se v textu.

PRACOVNÍ LIST

Na obrázku vidíme rovnoramenný, pravoúhlý trojúhelník zakreslený do čtvercové sítě.

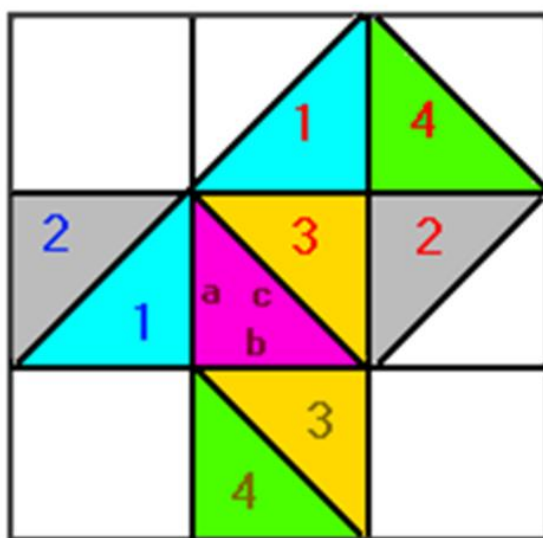
Můžeme si všimnout, že trojúhelníky 1 a 2 tvoří čtverec o délce strany a .

Trojúhelníky 3 a 4 tvoří čtverec o délce strany b .

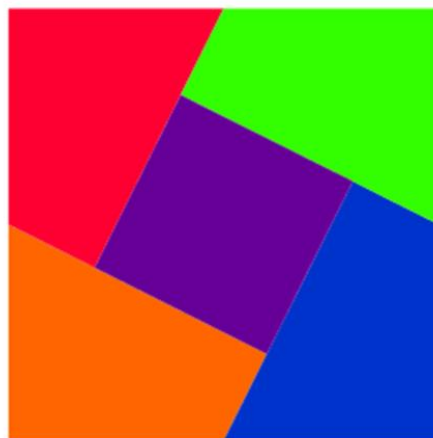
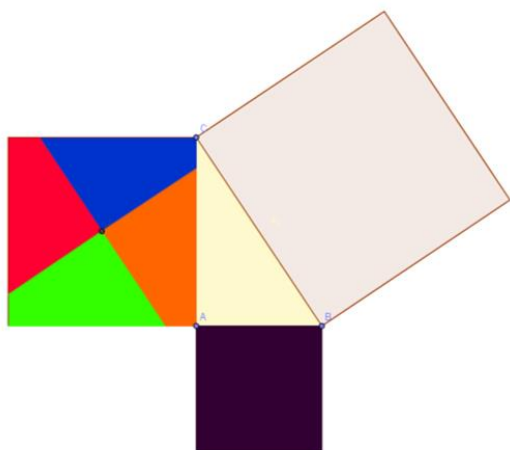
Trojúhelníky 1, 2, 3 a 4 tvoří čtverec o délce strany c .

Vidíme, že čtverec nad stranou c je součet čtverců nad stranami a , b .

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Ted' na obrázku vidíme obecný, pravoúhlý trojúhelník. Kde největší čtverec sestrojený nad přeponou je složený ze dvou menších čtverců sestrojených nad odvěsnami trojúhelníka.



Obsah čtverce je $S = a^2$, přeponu si označíme c , odvěsny a, b .

Vidíme, že vzorec pro výpočet Pythagorovy věty je $c^2 = a^2 + b^2$.

Tedy Pythagorova věta zní:

Obsah čtverce nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku se rovná součtu obsahů čtverců nad jeho odvěsnami.

1. ÚKOL:

Vypočítejte přeponu pravoúhlého trojúhelníku, když víme, že jeho odvěsny jsou $a = 12\text{cm}$, $b = 16\text{cm}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ÚKOL:

Dopočítejte odvěsnu pravoúhlého trojúhelníku s přeponou $c = 2,6\text{dm}$ a odvěsnou $a = 24\text{cm}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ÚKOL:

Vypočítejte úhlopříčku čtverce o délce strany $a = 5\text{cm}$. Výsledek zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ÚKOL:

Úhlopříčka obdélníku je $u = 17\text{cm}$, jedna ze stran je dlouhá $a = 80\text{mm}$. Kolik dm je dlouhá druhá strana obdélníku?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ÚKOL:

Když jde Karel za svým kamarádem, musí jít $2,4\text{km}$ rovně poté 700m vpravo.

Kolik m by ušetřil, kdyby mohl chodit vzdušnou čarou?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. ÚKOL:

Z kmene stromu má Tonda vytesat trám s obdélníkovým průřezem o rozměrech 50mm a 120mm . Jaký nejmenší poloměr musí mít kmen?

.....

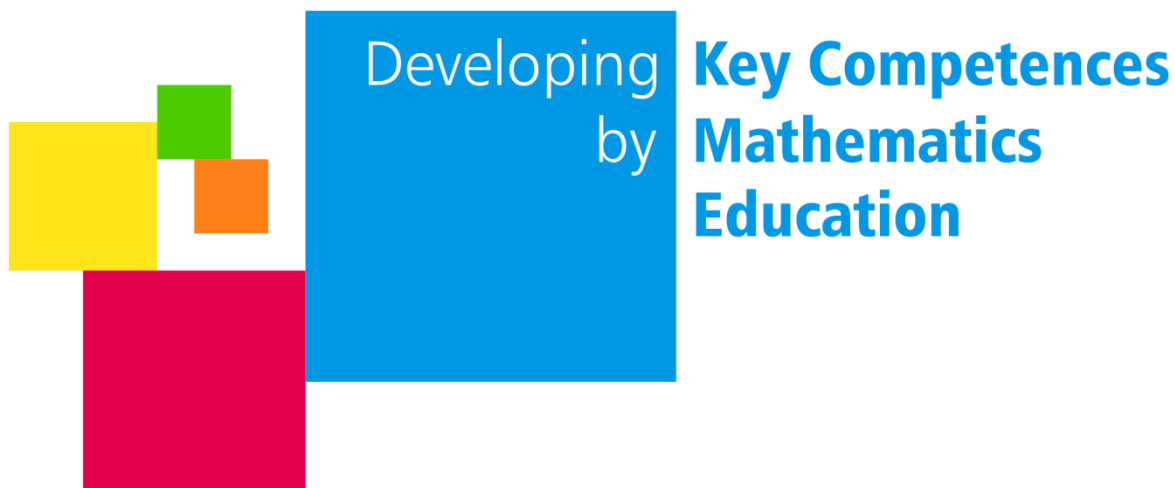
.....

.....

.....

.....

.....



Scissors

Alena Maříková

Cíl aktivity: určování sítí krychle podle předlohy, označování hran krychle určených k prostřížení, aby vznikla požadovaná síť, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Scissors softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohy 2 a 4 je vhodné použít k procvičování a upevňování znalostí sítě krychle. Tyto úlohy lze použít i jako opakovací test na konci probírané látky.

Úlohu 1 je vhodné zvolit jako doplněk hodiny při probírání sítě krychle.

Úlohy 3 a 5 jsou složitější na prostorovou představivost a je vhodné je použít k upevňování znalostí společně s procvičováním v dané aplikaci.

Využití aplikace Scissors k jednotlivým úlohám lze zvolit buď jako procvičování předem, nebo nakonec při kontrole výsledků.

Může být složité objevit v aplikaci námi hledanou síť. Proto můžeme naši síť sestavit v aplikaci i s jinou předlohou. Zadané předlohy si žáci nebudou všímat a budou se snažit rozřezat krychli dle předlohy na pracovním listě. Aplikace Scissors nám sice řekne, že je to podle předlohy špatně, ale dle naší předlohy na pracovním listě, po rozbalení, zjistíme, že je to správně.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách¹⁹, nebo na stránkách²⁰, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

¹⁹ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

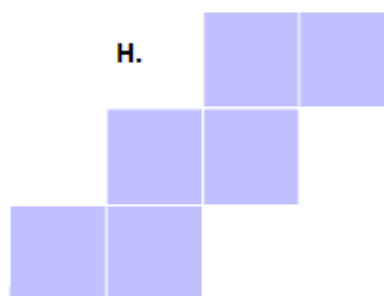
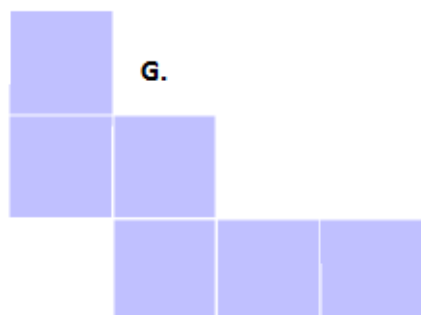
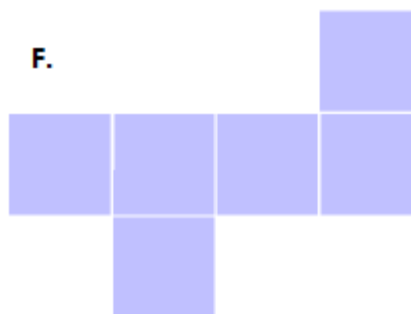
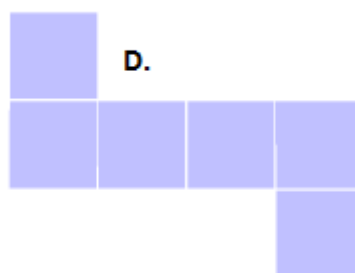
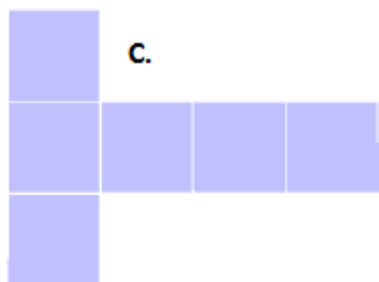
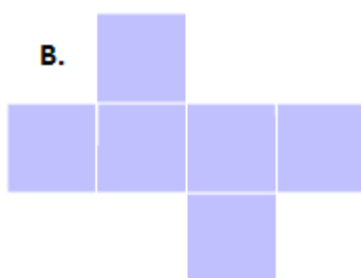
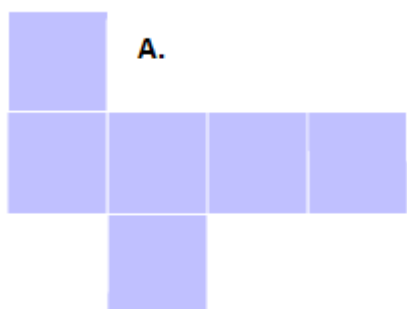
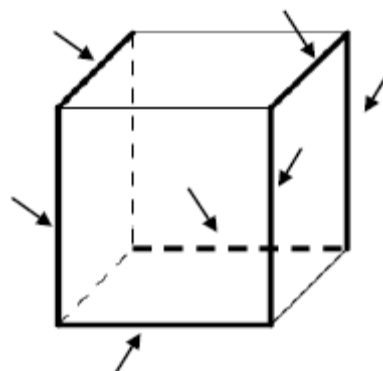
²⁰ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

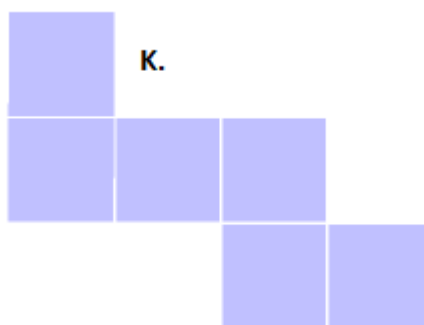
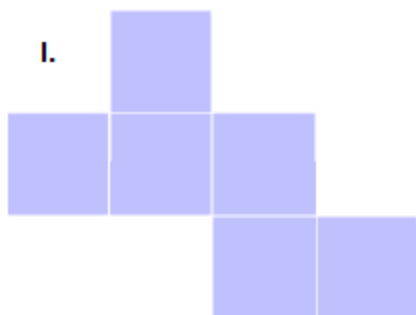
PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

Jakou síť dostaneš, po rozříznutí hran označených šipkami?

Řešení ověř a natrénuj v programu Scissors.



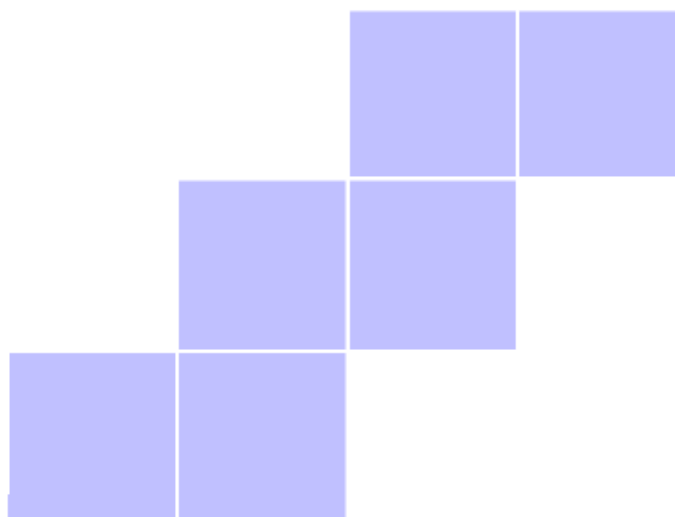
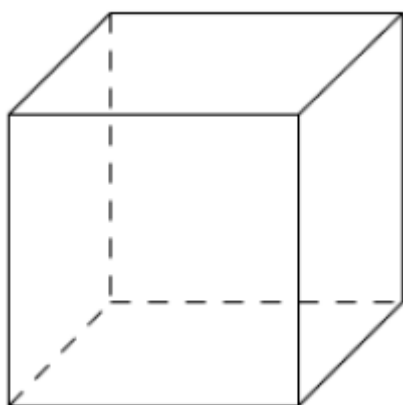


2. ÚKOL:

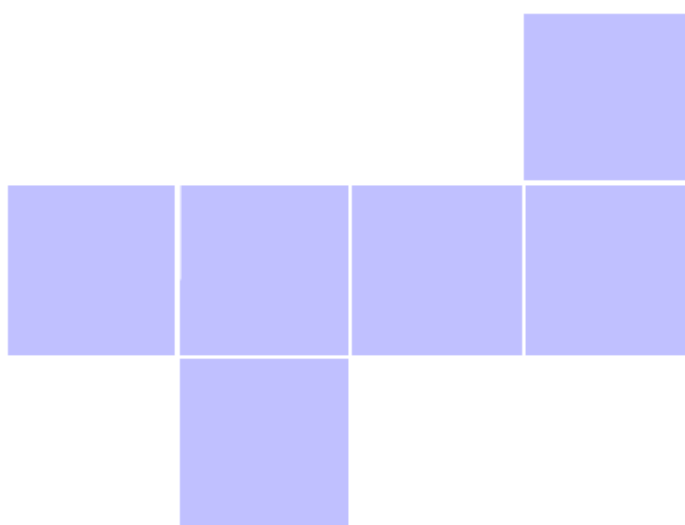
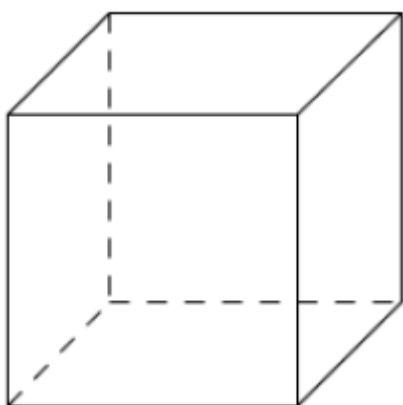
Barevně vyznač hrany, které budeš muset rozříznout, abys dostal níže danou síť?

Svá řešení ověř v programu Scissors.

A.



B.



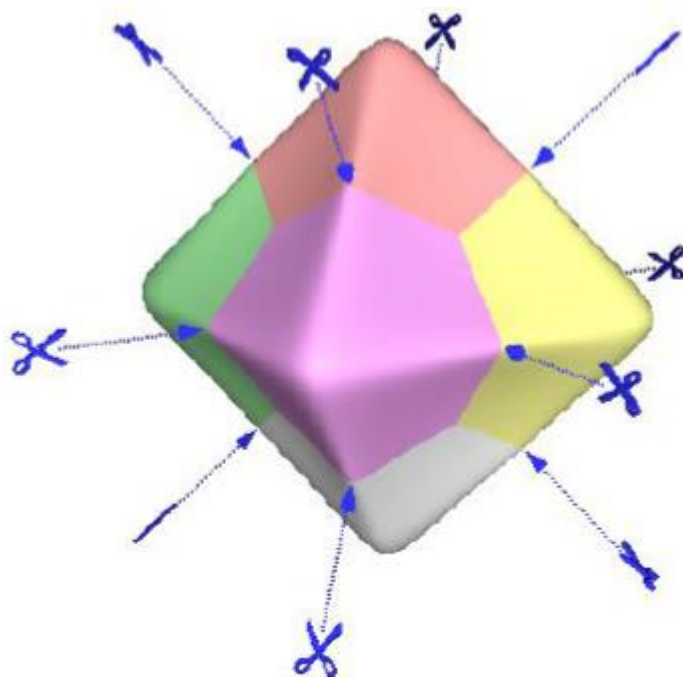
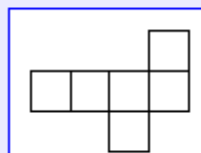
3. ÚKOL:

Které hrany musíš rozříznout, abys dostal danou síť? U vybrané hrany zakroužkuj nůžky.

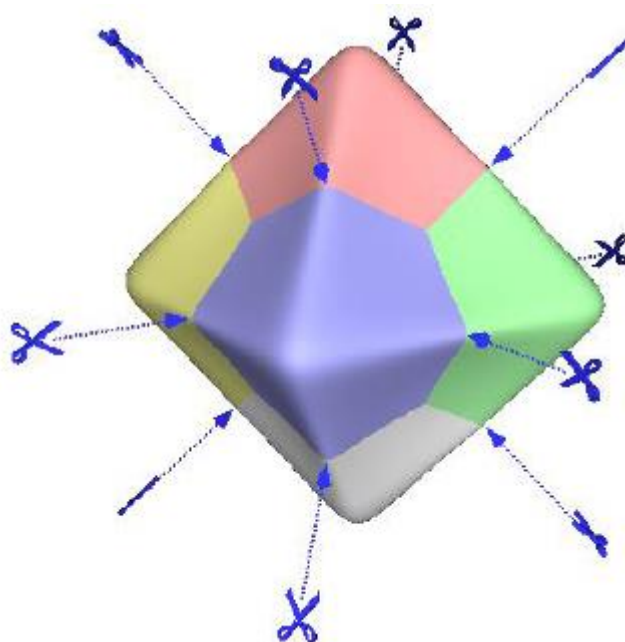
Než začneš daný útvar řezat, uveď do pracovního listu předpokládaný počet řezů.

Své řešení ověř v programu Scissors.

Target net:



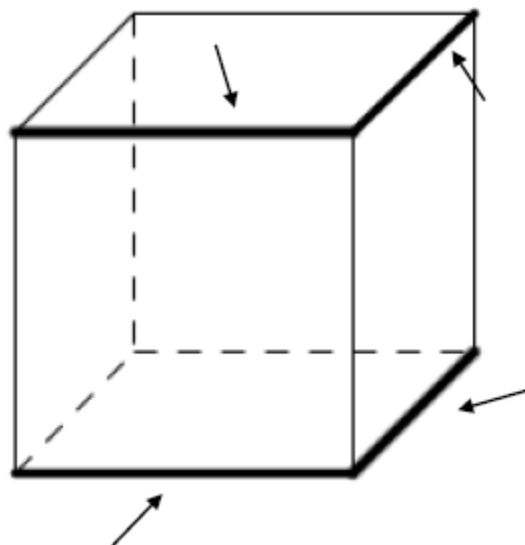
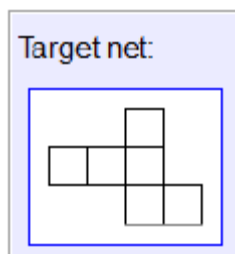
1. pohled:



2. pohled:

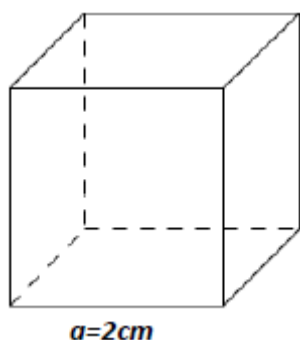
4. ÚKOL:

Označ šipkami tři hrany, které je potřeba rozříznout, aby po rozložení vznikla síť dle předlohy
Své řešení ověř v programu Scissors.



Jaký je nejmenší počet řezů, jimiž získáme síť krychle? V níže uvedené krychli barevně označ hrany, které bys rozřezal, k vytvoření libovolné sítě. Síť, podle které budeš řezat krychli, načrtni do pracovního listu. Síť musí být odlišná od sítě uvedené v první části pracovního listu.

Své řešení ověř v programu Scissors.



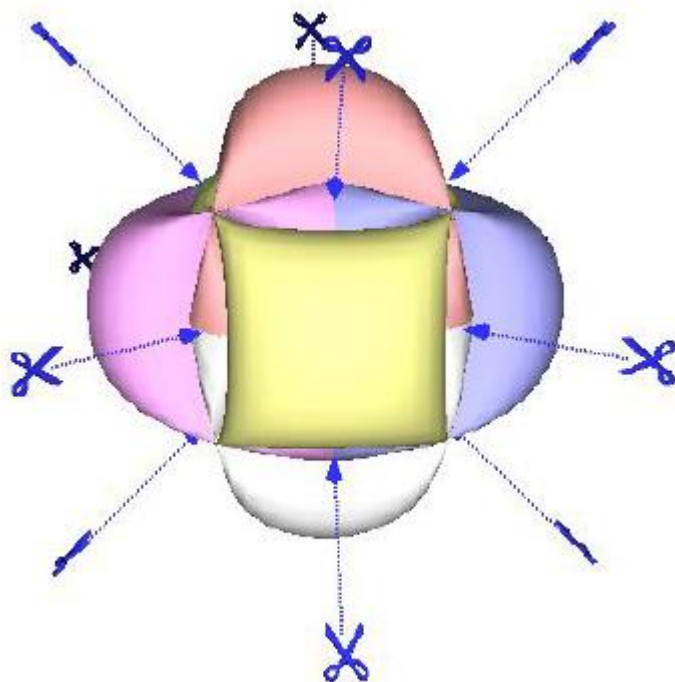
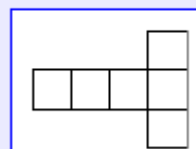
5. ÚKOL:

Které hrany musíš rozříznout, abys dostal danou síť? U vybrané hrany zakroužkuj nůžky.

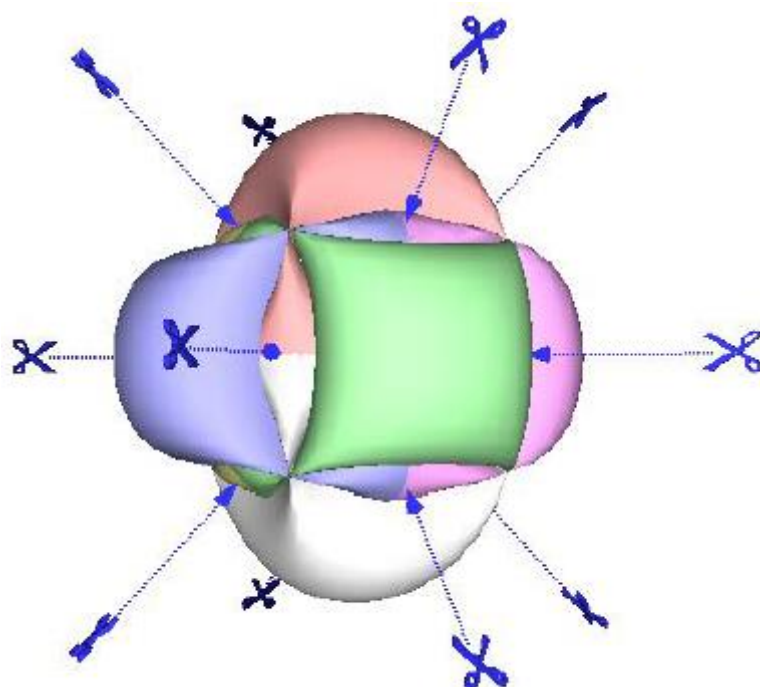
Než začneš daný útvar řezat, uveď do pracovního listu předpokládaný počet řezů.

Své řešení ověř v programu Scissors.

Target net:



1. pohled:



2. pohled:

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

Jakou síť dostaneš, po rozříznutí hran označených šipkami?

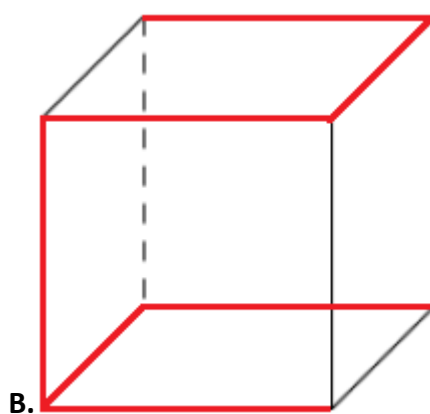
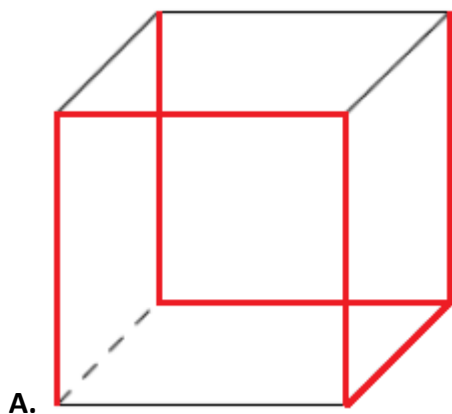
Řešení ověř a natrénuj v programu Scissors.

J.

2. ÚKOL:

Barevně vyznač hrany, které budeš muset rozříznout, abys dostal níže danou síť?

Svá řešení ověř v programu Scissors.

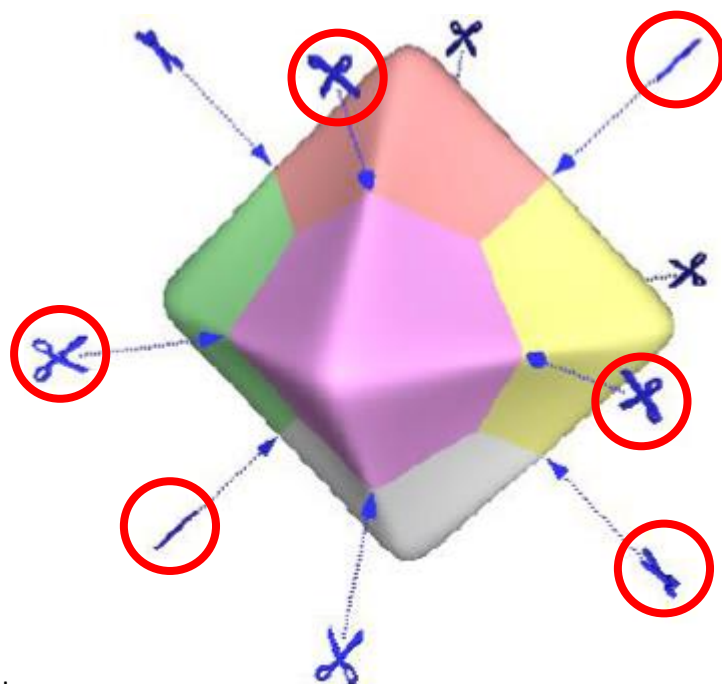


3. ÚKOL:

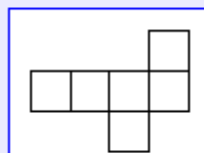
Které hrany musíš rozříznout, abys dostal danou síť? U vybrané hrany zakroužkuj nůžky.

Než začneš daný útvar řezat, uveď do pracovního listu předpokládaný počet řezů.

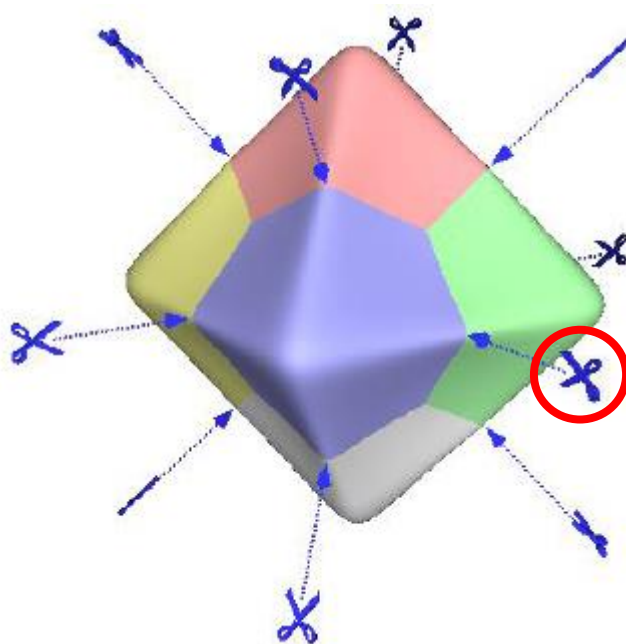
Své řešení ověř v programu Scissors.



Target net:



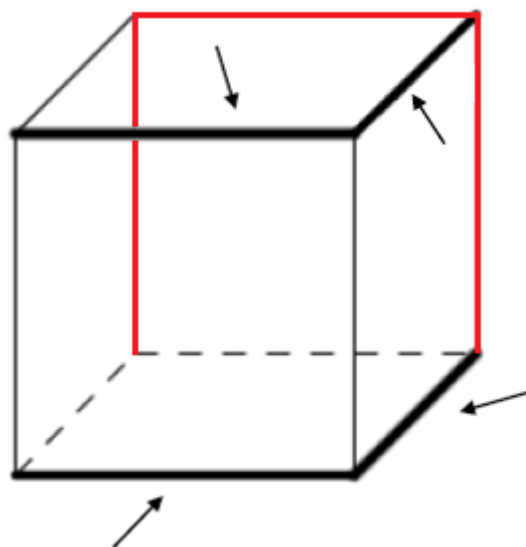
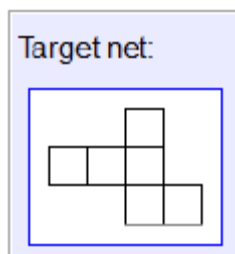
1. pohled:



2. pohled:

4. ÚKOL:

Označ šipkami tři hrany, které je potřeba rozříznout, aby po rozložení vznikla síť dle předlohy
Své řešení ověř v programu Scissors.



Jaký je nejmenší počet řezů, jimiž získáme síť krychle? V níže uvedené krychli barevně označ hrany, které bys rozřezal, k vytvoření libovolné sítě. Síť, podle které budeš řezat krychli, načrtni do pracovního listu. Síť musí být odlišná od sítě uvedené v první části pracovního listu.

Své řešení ověř v programu Scissors.

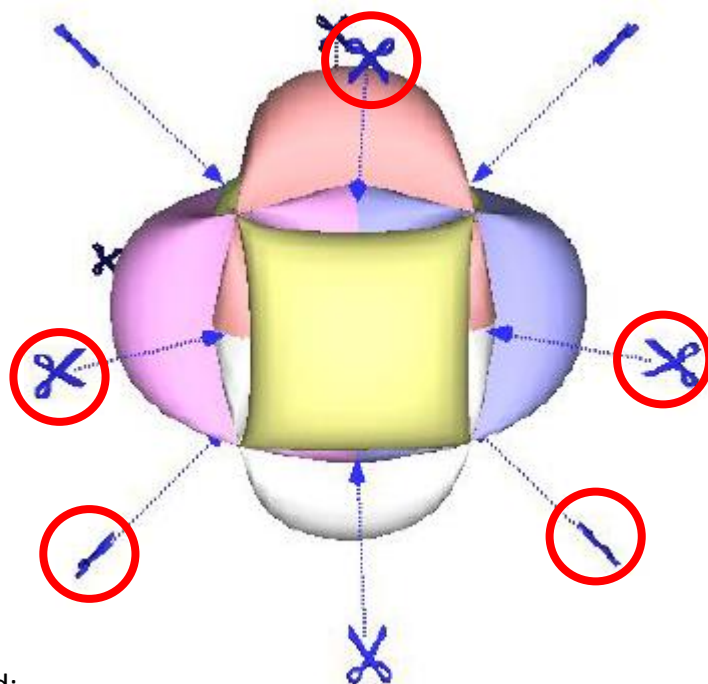
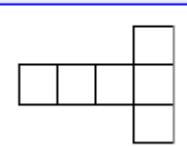
5. ÚKOL:

Které hrany musíš rozříznout, abys dostal danou síť? U vybrané hrany zakroužkuj nůžky.

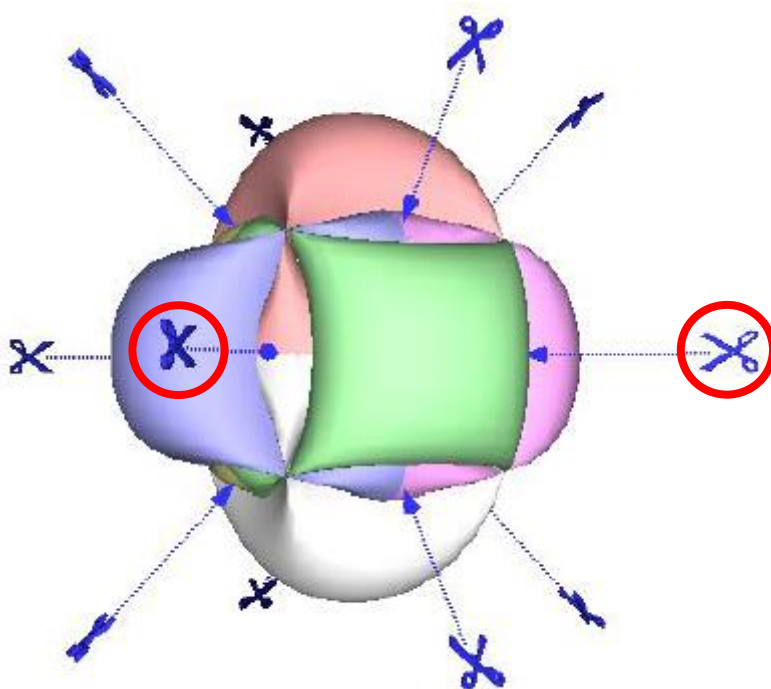
Než začneš daný útvar řezat, uveď do pracovního listu předpokládaný počet řezů.

Své řešení ověř v programu Scissors.

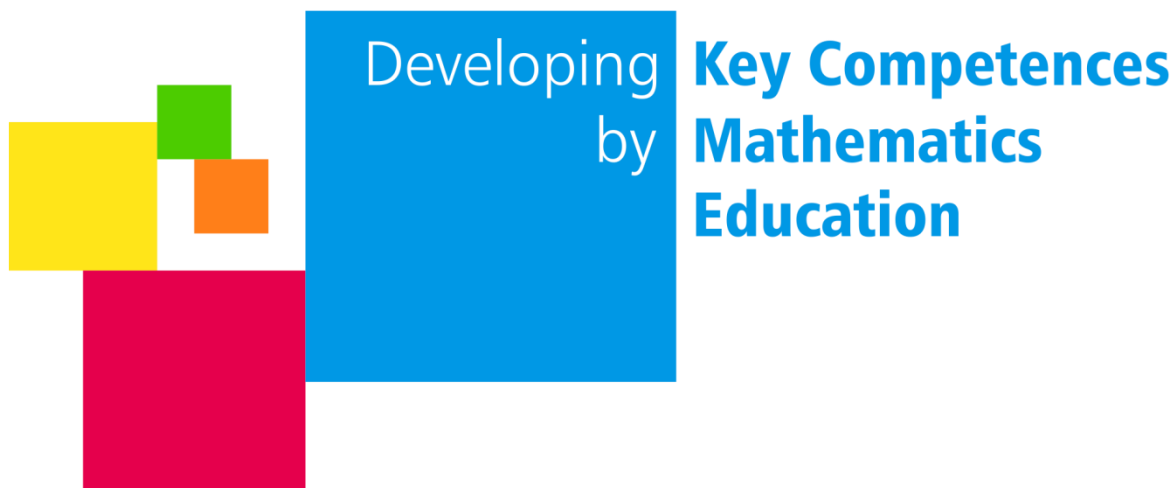
Target net:



1. pohled:



2. pohled:



Sítě – hranoly, ostatní tělesa

Pavel Cukr

Cíl aktivity: zopakování znalostí o hranolech a jejich povrchu, zavedení sítí hranolů, zavedení sítí jehlanu, kužele a válce a problematika sítě koule

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

hranoly

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, rýsovací potřeby

Metodický a didaktický komentář:

V první části pracovního listu si žáci nejprve zopakují již osvojené obecné znalosti o hranolech, k čemuž poslouží Úkol 1. Následně si žáci zopakují obecný vzorec na výpočet povrchu hranolů, který pak v Úkolu 2 aplikují na 3 různé, zadané hranoly.

V další části navážeme právě na povrch, neboť díky sítím mohou žáci lépe pochopit, proč se povrch počítá daným vzorcem. Žáci se v Úkolu 3 snaží na základě zobrazeného tělesa a jeho sítě samostatně odvodit, co je to síť a jak se konstruuje. Ve 4. úkolu již žáci rýsují síť přesně zadaného hranolu. Následně žáky seznámíme s pravidly konstrukce sítí - na co si dávat pozor. V dalším Úkolu 5 spojíme znalosti sítí a povrchu hranolů. Aby se žáci seznámili i se sítěmi kosých hranolů, mají v Úkolu 6 navrhnout síť kolmého kvádrů, kterou již umí zkonstruovat a vedle ní se pokusit narýsovat síť kosého kvádrů. Na základě návrhů by žáci sami měli odhalit rozdíl mezi sítí kolmého a kosého hranolu a určit, co při rýsování konstrukce mají obě sítě společné a co se mění. V Úkolech 7 a 8 si žáci mohou všechny nové poznatky ihned procvičit díky zobrazeným sítím různých hranolů, o kterých mají rozhodnout, zda jsou správně zkonstruovány.

V poslední části tohoto pracovního listu jsou žáci seznámeni i s jinými tělesy kromě hranolů. K tomu poslouží Úkol 9, ve které mají právě sami vymyslet další tělesa mimo hranolů, které už znají. Zároveň mají za úkol se rovnou zamyslet, jak dané těleso vypadá a co tvoří jeho podstavu. V navazujícím Úkolu 10 žáci zkouší vymyslet příklady těles z běžného života a jejich okolí. V posledním 11. Úkolu se žáci snaží sestavit sítě čtyř zobrazených těles – jehlanu, kužele, válce a koule. Následně zjistí, že existuje i těleso, které svou síť nemá.

PRACOVNÍ LIST

Povrch hranolů

Z předchozích hodin geometrie už známe hranoly a víme, co je tvoří.

Hranoly jsou geometrická tělesa, která mají dvě shodné rovnoběžné podstavy, jež jsou tvořeny mnohoúhelníky.

1. ÚKOL:

Načrtni libovolný hranol a do nákresu vyznač: obě podstavy, boční stěnu, plášť, vrchol, podstavnou hranu, boční hranu.

Nyní si zopakujeme výpočet povrchu hranolů. Obecný vzorec pro výpočet povrchu hranolů zní:

Povrch hranolu se rovná součinu dvojnásobku obsahu podstavy a obsahu pláště daného hranolu.

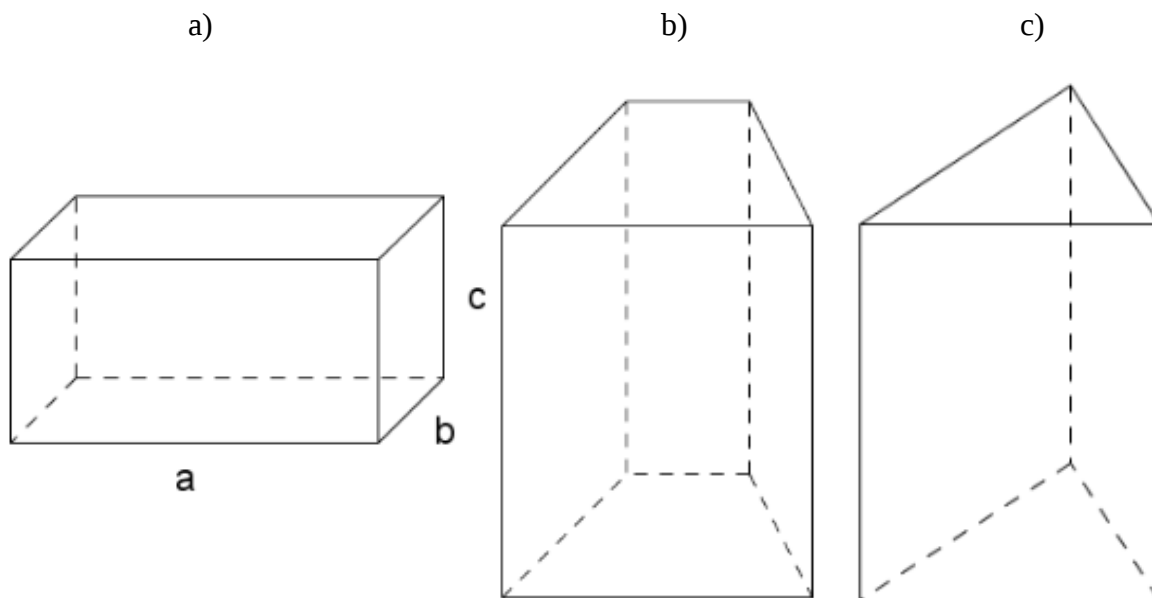
Zapiš obecný vzorec povrchu hranolu:

$S = \dots\dots\dots$

2. ÚKOL:

Níže jsou vyobrazeny tři hranoly. Zapiš, jak bys přesně postupoval při výpočtu jejich povrchu.

(Místo obecného vzorce k výpočtu hranolu napiš, jak spočítat obsah dané podstavy a daného pláště.)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

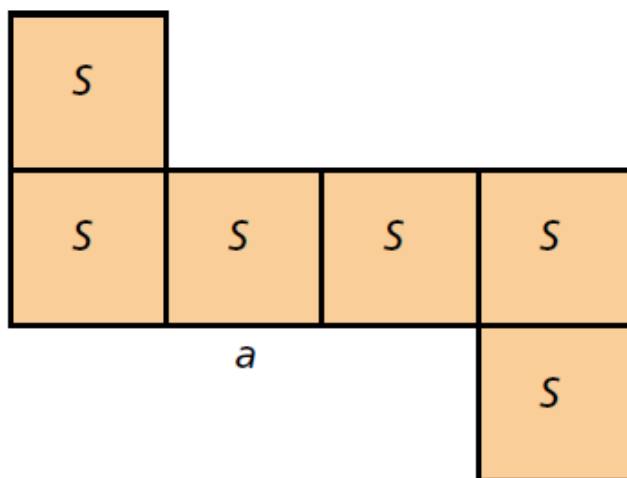
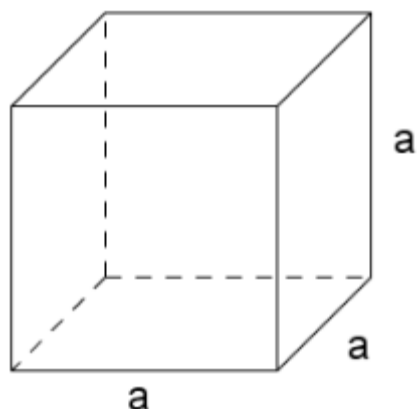
.....

.....

K lepší představě toho, proč se počítá povrch hranolů právě tak, že musíme vypočítat nejprve povrch podstavy vynásobený dvakrát a poté ještě povrch celého pláště tvořený jednotlivými bočními stěnami nám poslouží tzv. „sítě hranolů“.

Sítě hranolů

Sít krychle



3. ÚKOL:

Na základě obrázku se pokuste odvodit, co je to síť hranolu.

Co je to síť hranolu?

.....

.....

.....

Jak zjistíme, že jsme zobrazili správnou síť hranolu?

Správně sestrojenou síť poznáme tak, že po zobrazení všech stěn do jedné roviny nám vznikne daná síť, ze které po vystřížení z papíru bude možné vytvořit příslušný model hranolu.

Jak bys postupoval při konstrukci sítě například dané krychle?

.....

.....

.....

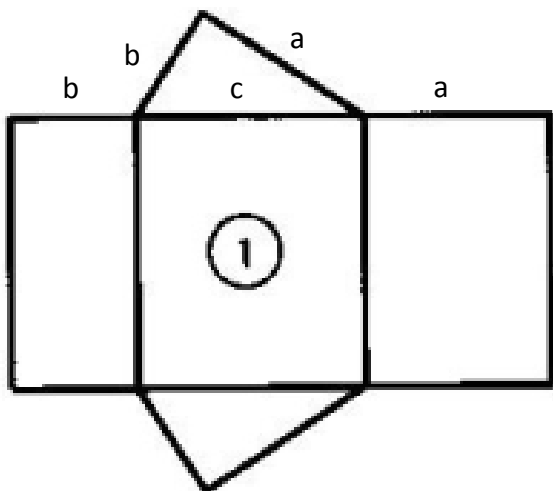
.....

4. ÚKOL:

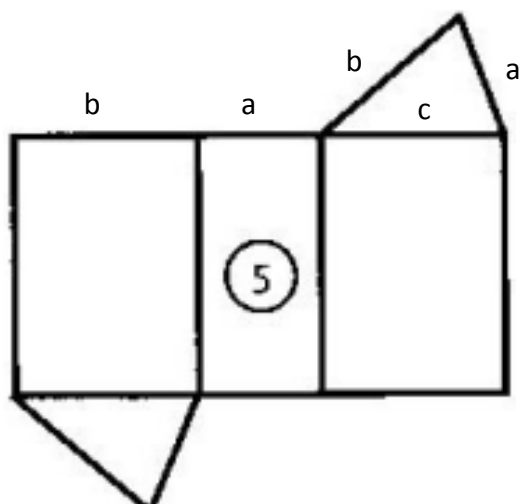
Narýsuj síť kvádru, jestliže víš, že podstava má rozměry $a = 2\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$ a výška krychle je $v = 3\text{ cm}$. Nejprve proved' náčrt.

Vždy je důležité hledět na to, aby se při konstruování sítě dodržely jednotlivé strany sobě odpovídající si. To znamená, že pokud máme vytvořit síť například trojbokého hranolu, který má podstavu obecného trojúhelníku, musíme dávat pozor, abychom rozměry jednotlivých obdélníků tvořící plášť srovnali za sebou tak, aby odpovídaly právě trojúhelníkové podstavě a šel poté z papíru daný model i složit.

Příklad správně navržené sítě trojbokého hranolu:



Příklad špatně navržené sítě trojbokého hranolu:



5. ÚKOL:

Narýsuj síť trojbokého hranolu, jestliže jeho podstavu tvoří rovnoramenný trojúhelník se stranami $c = 4\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$ a jeho výška je $v = 5\text{ cm}$. Nejprve proved' náčrtek.

Poté spočítej i povrch tohoto hranolu.

Sítě kosých hranolů

6. ÚKOL:

Se sítěmi jako takovými už jsme se seznámili. Na základě znalostí o jejich sestavování zkus vymyslet, jak bude vypadat síť například kosého kvádrů. Nejprve si vytvoř síť pro kolmý kvádr a poté vedle něj (nebo pod něj) načrtni návrh sítě kosého kvádrů.

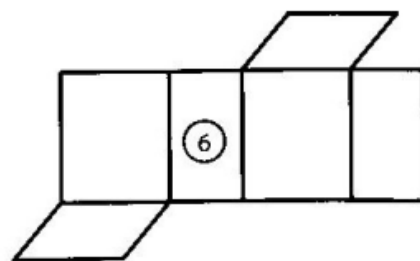
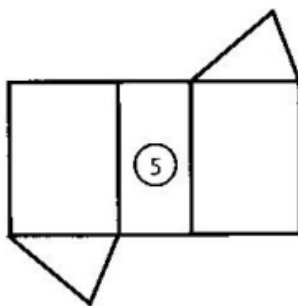
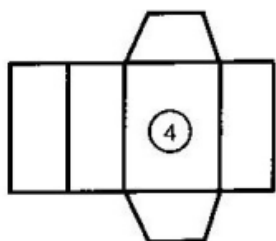
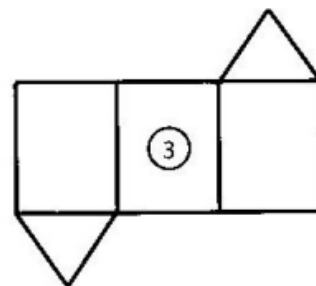
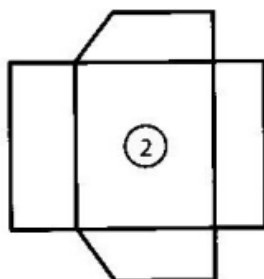
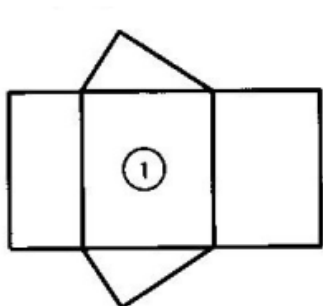
Co všechno se v síti kosého kvádrů změní oproti síti kvádrů kolmého? Budou zkosené obě podstavy a zároveň i plášť?

Obecné shrnutí pro všechny hranoly:

Síť kosého hranolu má zkosené.....

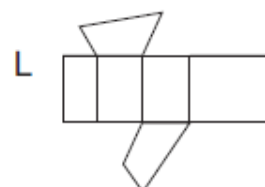
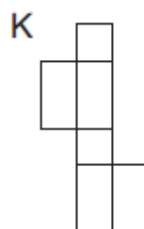
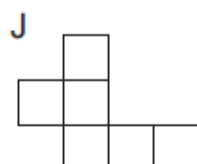
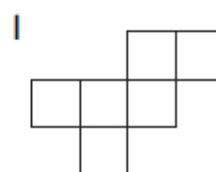
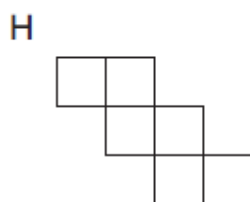
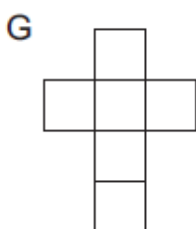
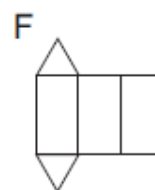
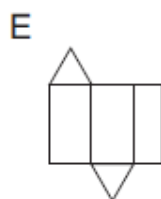
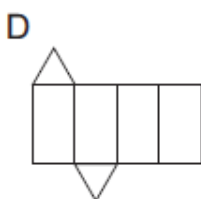
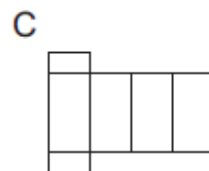
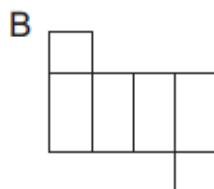
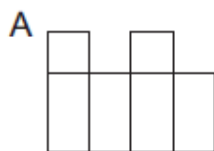
7. ÚKOL:

Vyber a označ zeleně z vyobrazených sítí ty, které jsou správně navrženy pro trojboký hranol, modře potom označ ty sítě, které jsou správně navrženy pro čtyřboký hranol.



8. ÚKOL:

Rozhodni, která z uvedených sítí je správně zkonstruovaná tak, aby z ní šel po vystřihnutí složit hranol.



Sítě ostatních těles

Svou síť mají nejen hranoly, ale i ostatní tělesa.

9. ÚKOL:

Jaká další tělesa kromě hranolů znáš? Vyjmenuj je a vždy ke každému napiš, co tvoří jejich podstavu.

10. ÚKOL:

S jakými konkrétními příklady níže uvedených těles se můžeš setkat v běžném životě ve tvém okolí?

krychle -

kvádr -

jehlan -

kužel -

válec -

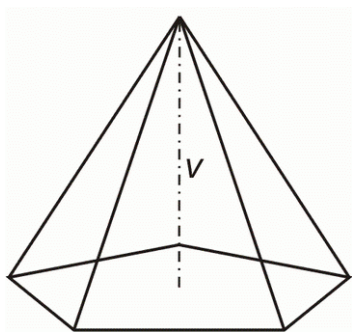
koule -



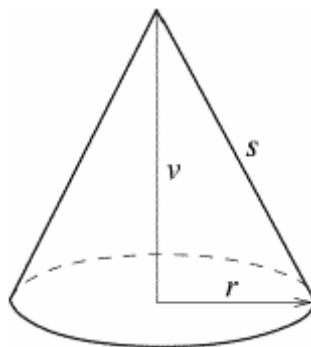
11.ÚKOL:

V této úloze máš vyobrazená 4 tělesa – jehlan, kužel, válec a kouli. Pokus se ke každému tělesu sestavit jeho síť.

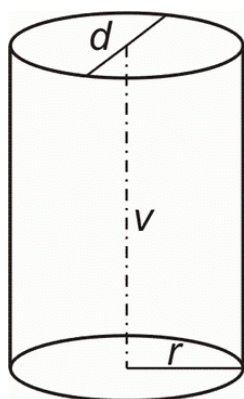
a)



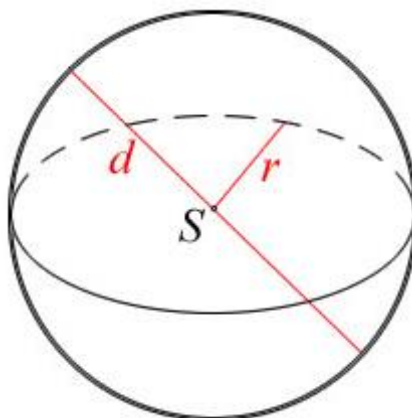
b)



c)



d)



Mají všechna tělesa svou síť?

.....

.....

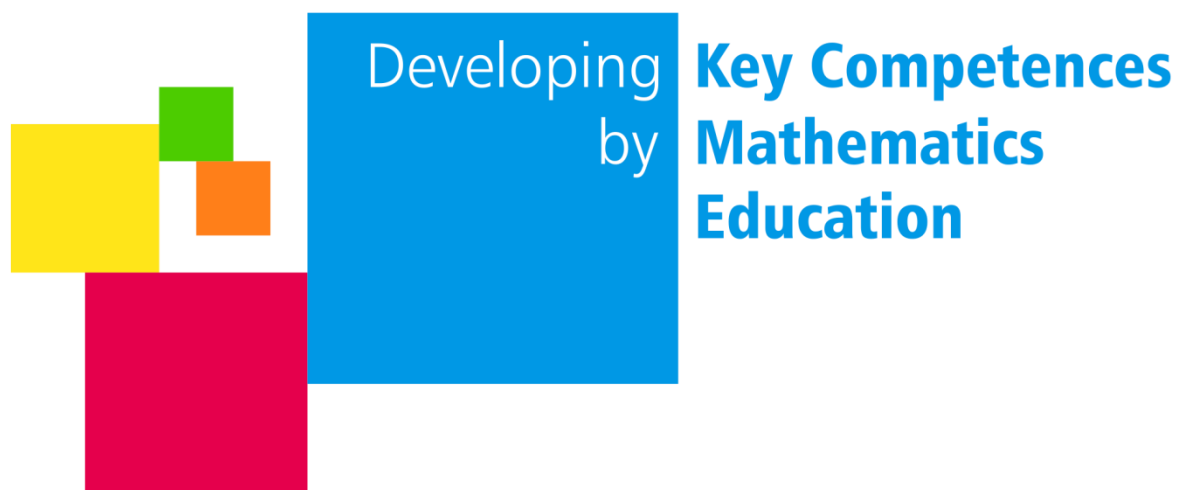
.....

Pokud ne, které těleso svou síť nemá? A proč?

.....

.....

.....



Slider

Alena Maříková

Cíl aktivity: řezy těles, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 9.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

geometrická tělesa

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Slider softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Úlohy 1 až 4 je vhodné použít jako doplněk učiva geometrie v devátém ročníku. Řezy těles slouží k rozvíjení prostorové představivosti. U úloh 2, 3 a 4 si ještě žák zopakuje a upevní pojmy nárys, půdorys a bokorys.

Úlohu 5 je vhodné použít jako doplněk učiva geometrie v devátém ročníku. Řezy těles a konstrukce těles v Kartézské soustavě souřadnic, slouží k rozvíjení prostorové představivosti a jako příprava na výuku deskriptivní geometrie na střední škole.

Vhodné je trénování řezu v aplikaci Slider a poté zadat pracovní list na vyplnění, bez použití aplikace.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách²¹, nebo na stránkách²², kde jsou přiložena i instruktážní videa.

²¹ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

²² Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

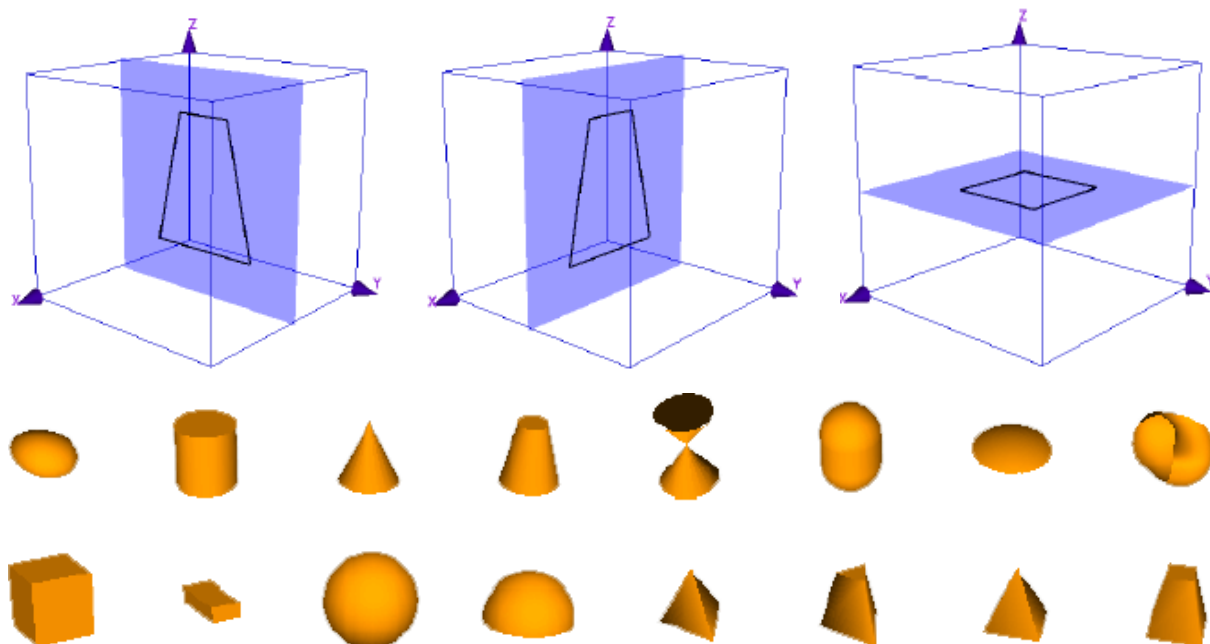
PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

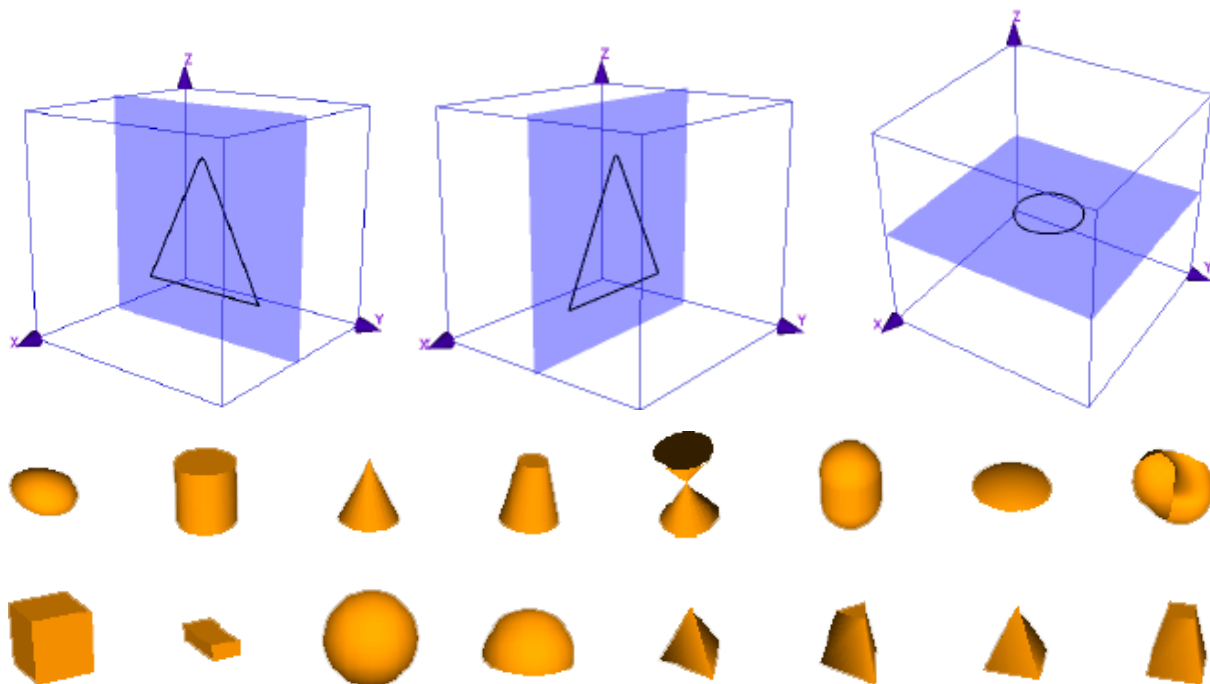
Zakroužkuj těleso, jehož řezy jsou zde zobrazeny.

Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.

A.



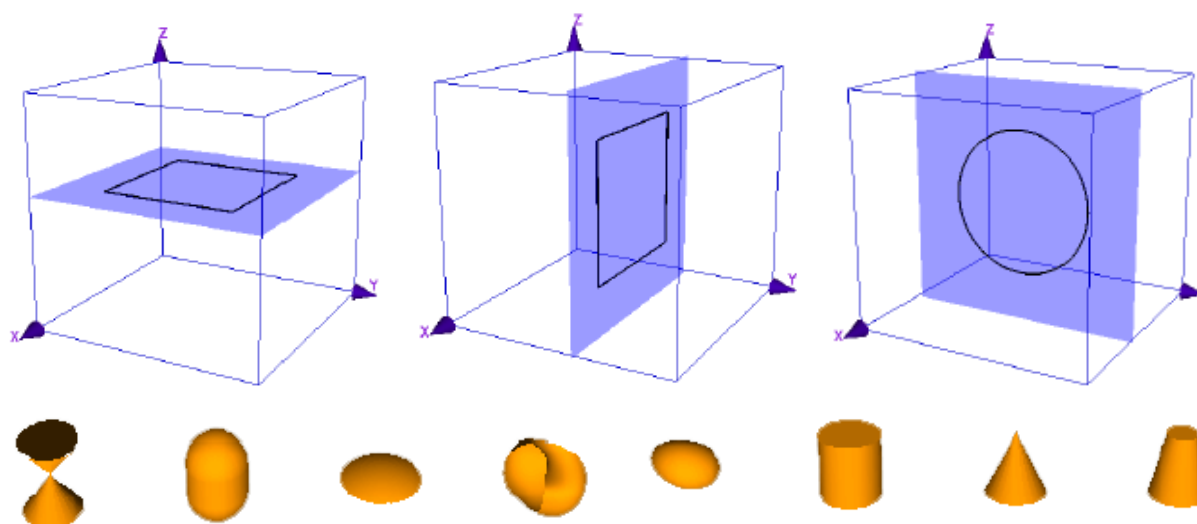
B.



2. ÚKOL:

- Zakroužkuj těleso, jehož řezy jsou zde zobrazeny.
- Do pracovního listu načrtni nárys, půdorys a bokorys onoho tělesa. Rozměry zvol libovolně.

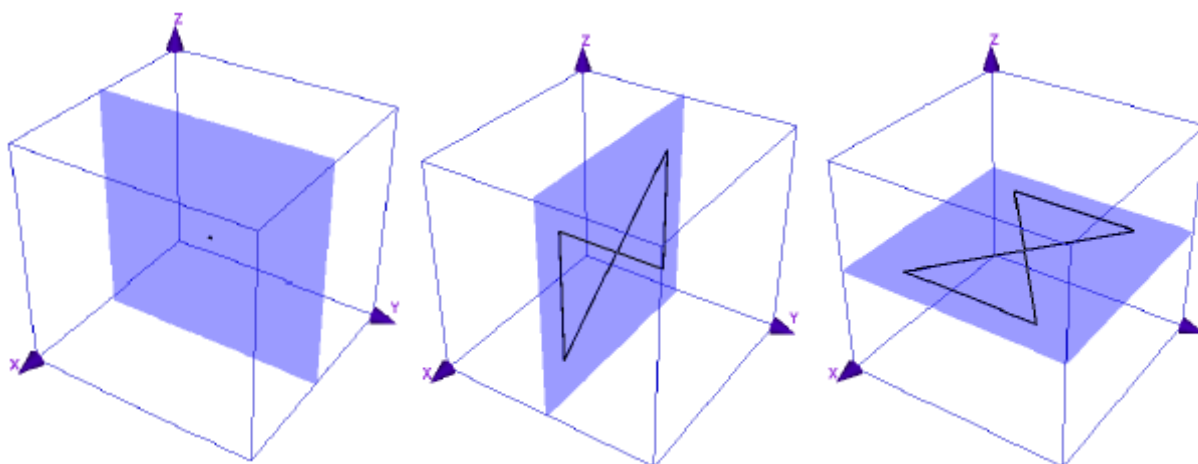
Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.



3. ÚKOL:

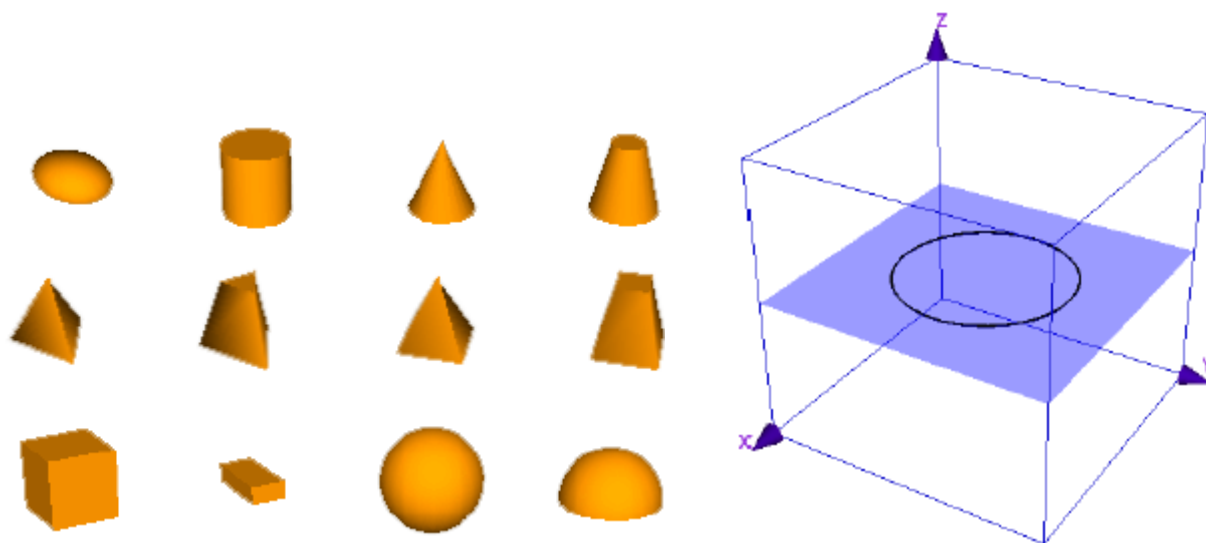
Do pracovního listu načrtni nárys, půdorys a bokorys tělesa, jehož řezy jsou zde zobrazené. Rozměry zvol libovolně.

Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.



4. ÚKOL:

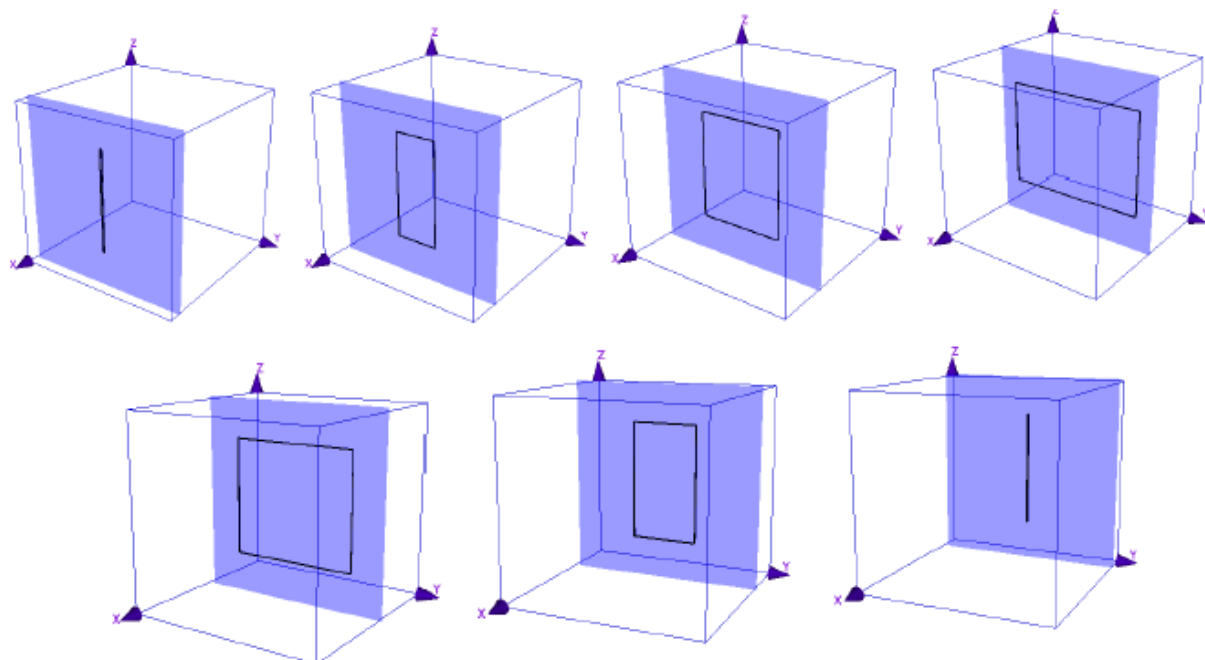
- Jakým třem níže uvedeným tělesům může patřit daný řez?
- Narýsuj nárys a půdorys těchto tří těles.



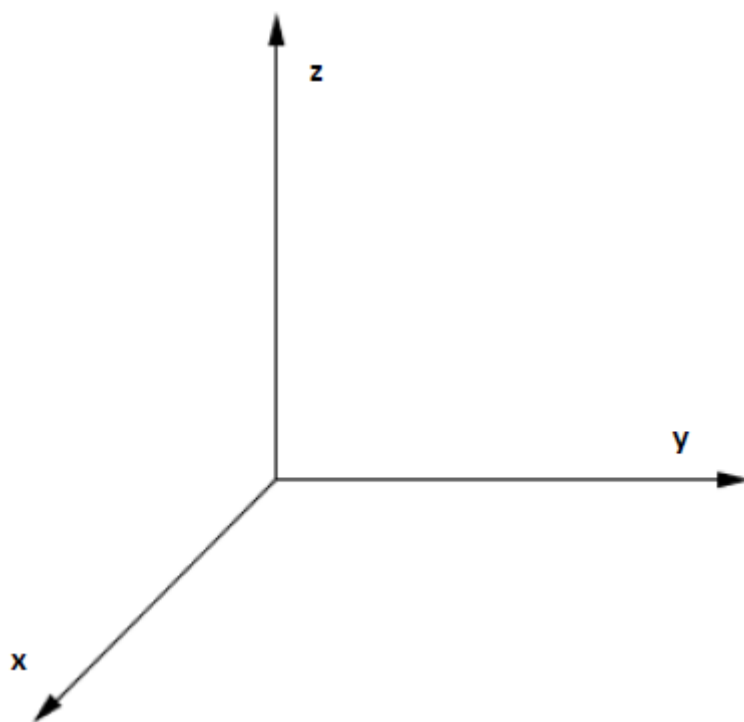
5. ÚKOL:

Řezy, kterého tělesa jsou na obrázku zobrazeny?

Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.



Načrtni dané těleso v poloze, ve které se při řezu nacházelo. Rozměry zvol dle vlastního uvážení.



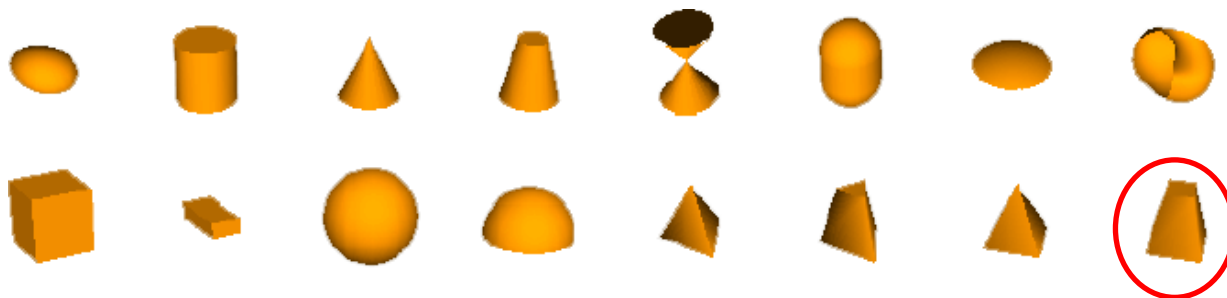
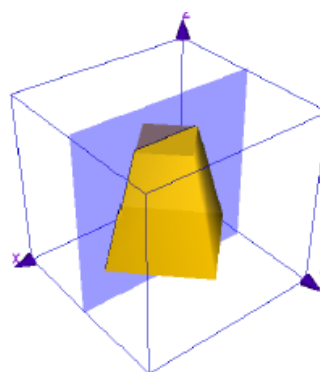
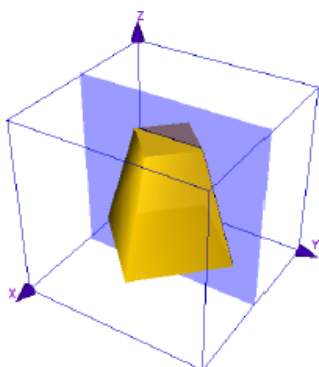
PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

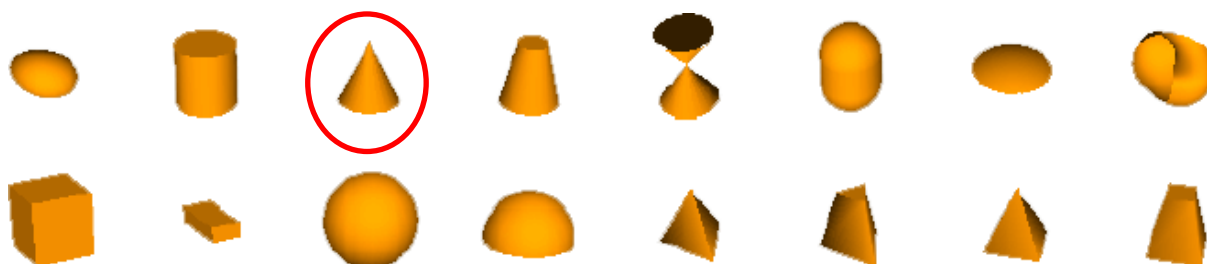
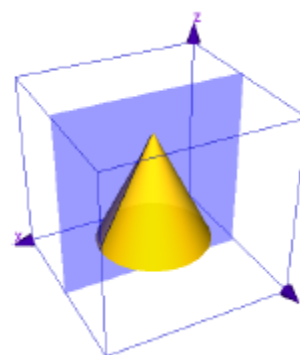
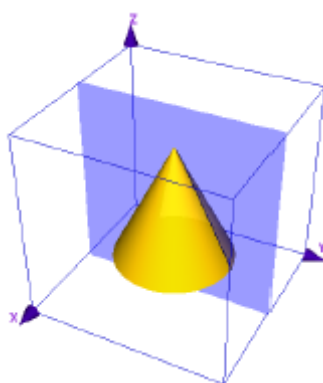
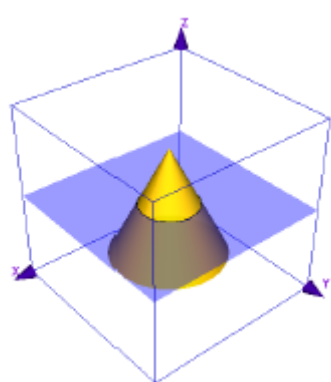
Zakroužkuj těleso, jehož řezy jsou zde zobrazeny.

Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.

A.



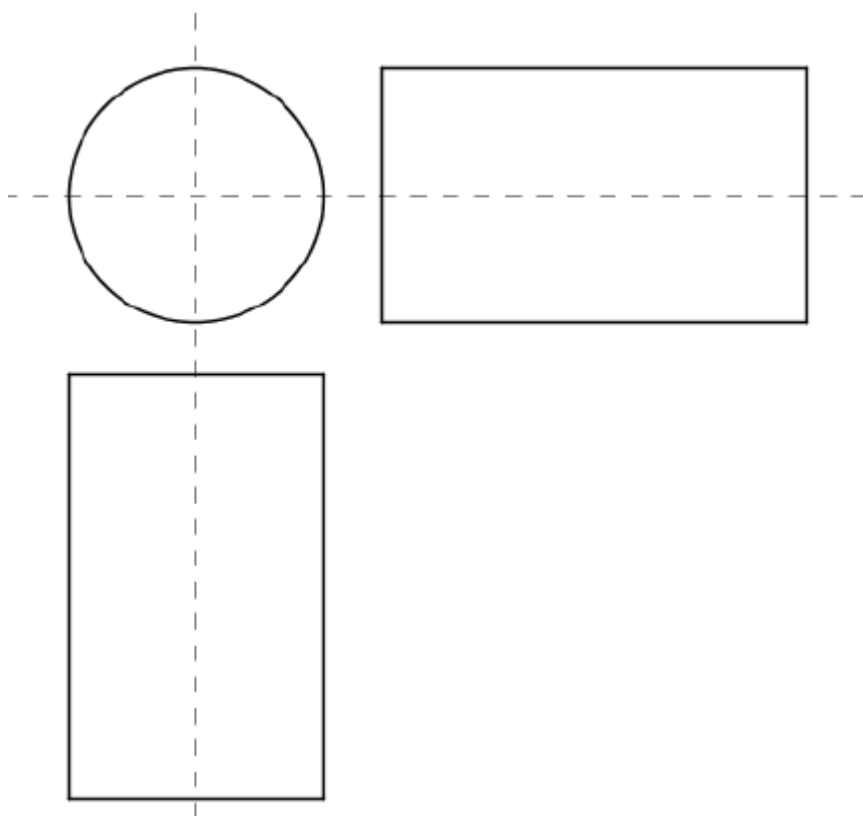
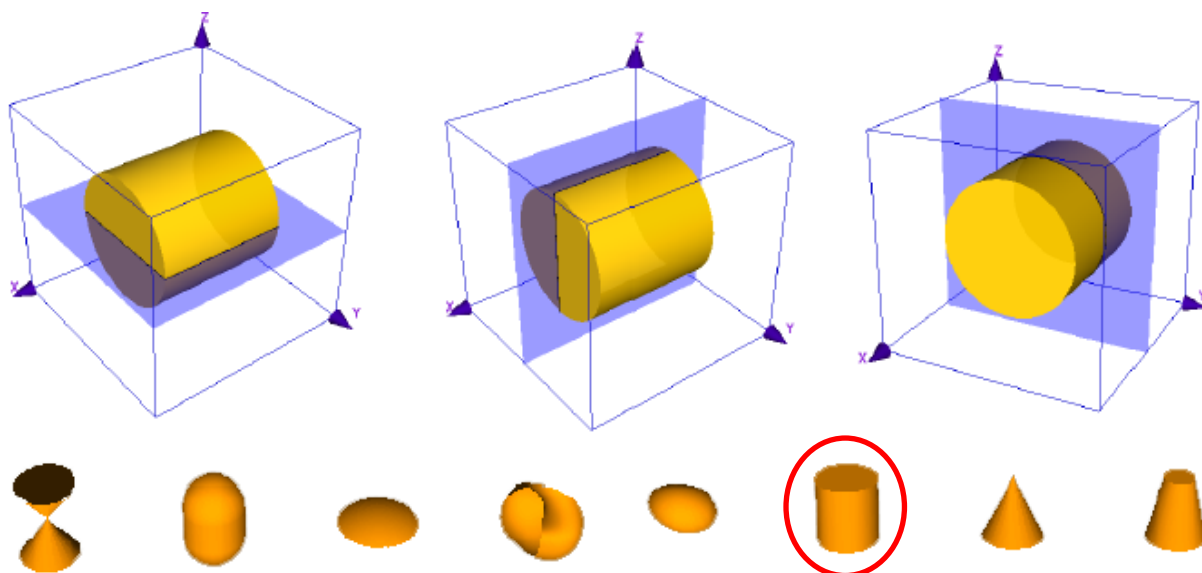
B.



2. ÚKOL:

- Zakroužkuj těleso, jehož řezy jsou zde zobrazeny.
- Do pracovního listu načrtni nárys, půdorys a bokorys onoho tělesa. Rozměry zvol libovolně.

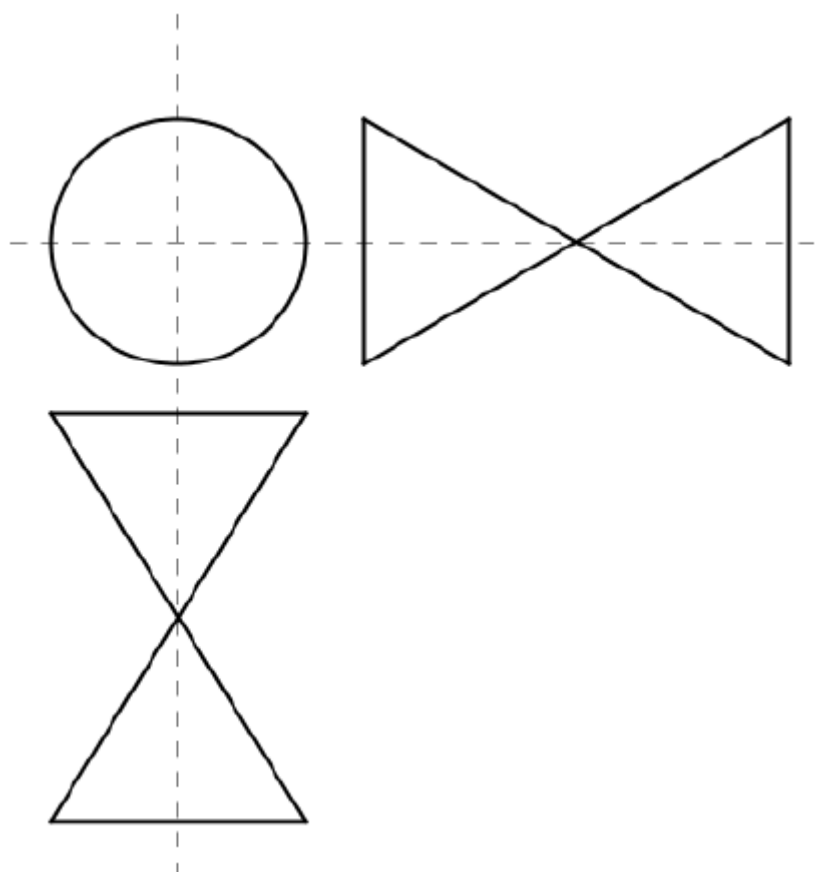
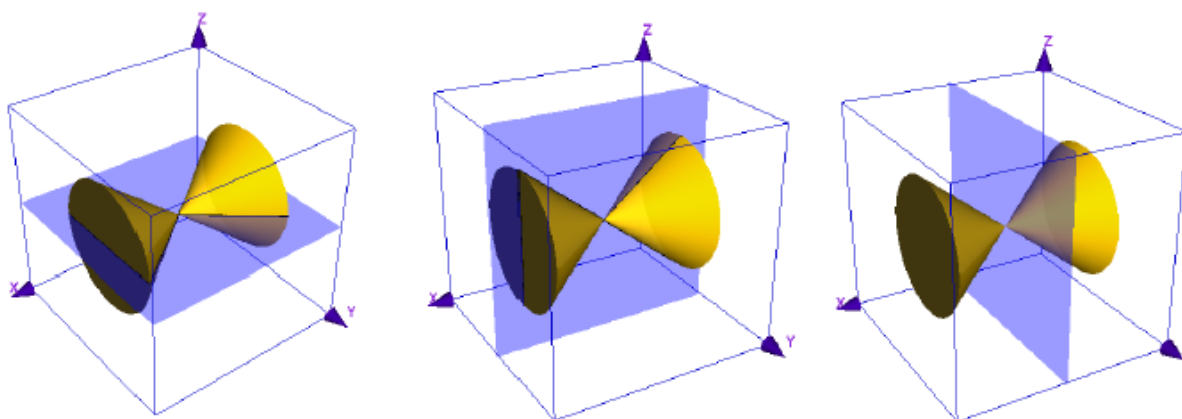
Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.



3. ÚKOL:

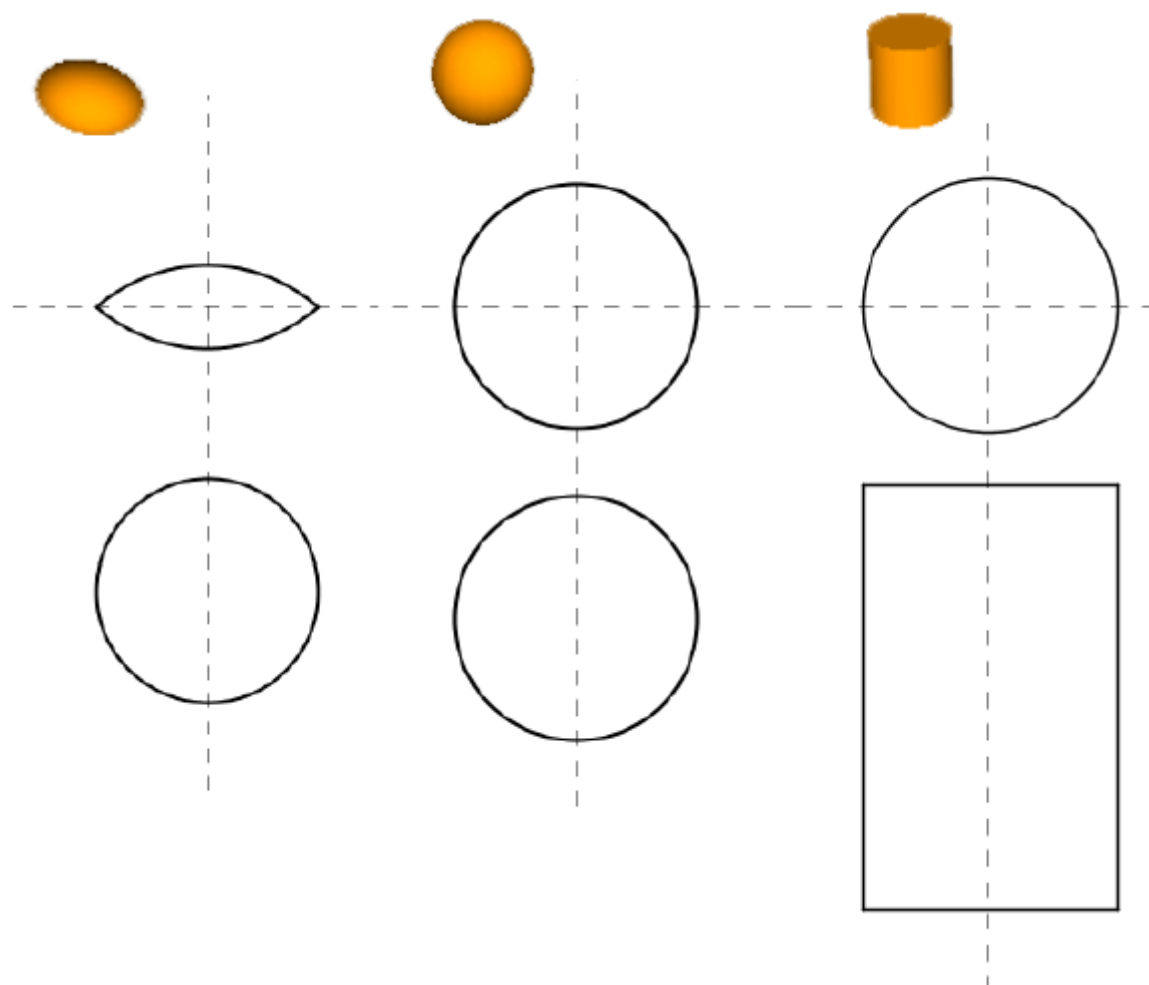
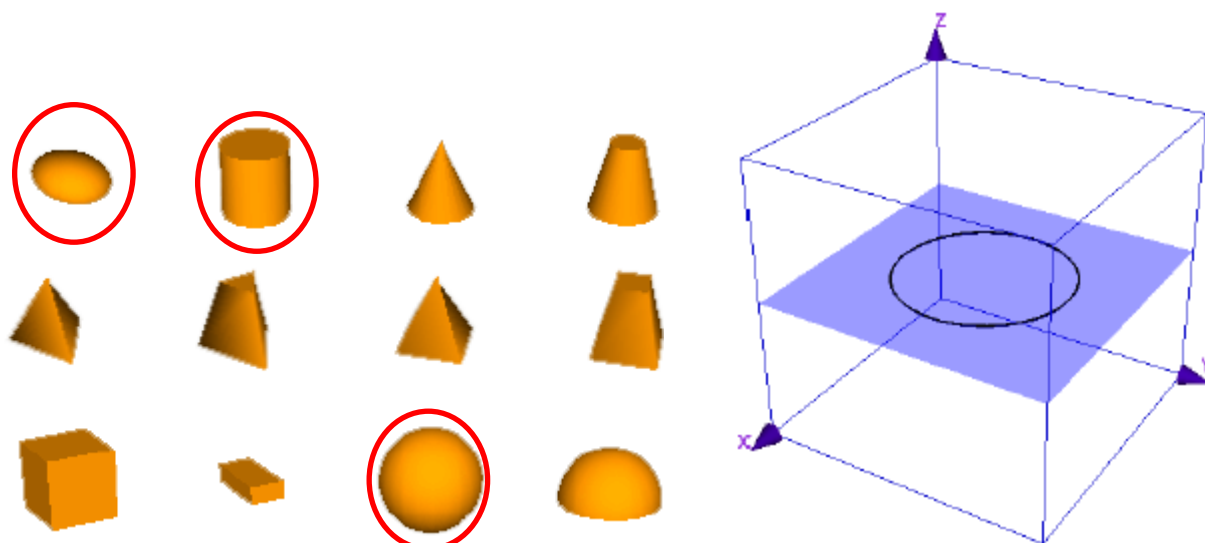
Do pracovního listu načrtni nárys, půdorys a bokorys tělesa, jehož řezy jsou zde zobrazené. Rozměry zvol libovolně.

Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.



4. ÚKOL:

- Jakým třem níže uvedeným tělesům může patřit daný řez?
- Narýsuj nárys a půdorys těchto tří těles.

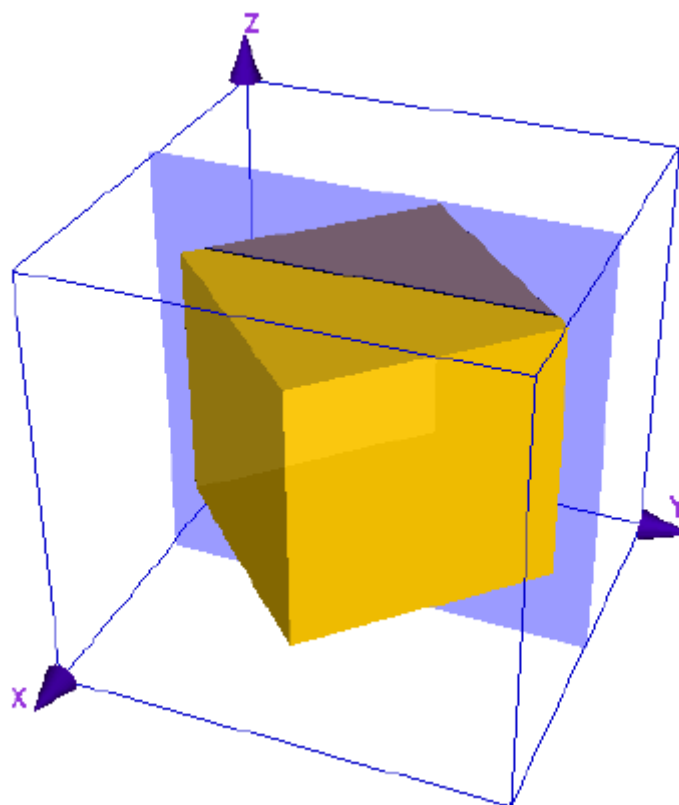


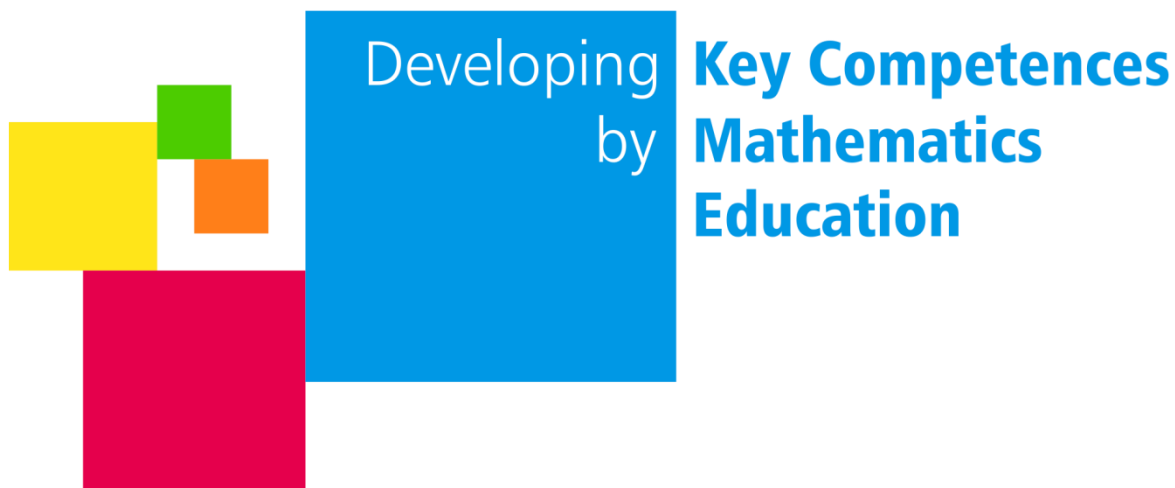
5. ÚKOL:

Řezy, kterého tělesa jsou na obrázku zobrazeny?

Řešení ověř a natrénuj v aplikaci Slider.

Načrtni dané těleso v poloze, ve které se při řezu nacházelo. Rozměry zvol dle vlastního uvážení.





Stereometrie

Hana Mahnelová

Cíl aktivity: konstrukce řezu krychle ve volném rovnoběžném promítání podle předloženého obrázku a aplikace základních poznatků z rovinné a prostorové geometrie při výpočtu obsahu řezu

Ročník: střední školy



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

základní vědomosti a dovednosti z oblasti stereometrie

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) samostatně řeší problémy, zvolí vhodný způsob řešení problematiky, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problému, případně najde a opraví svou chybu
- **Kompetence k učení** – operuje s termíny, znaky a symboly
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

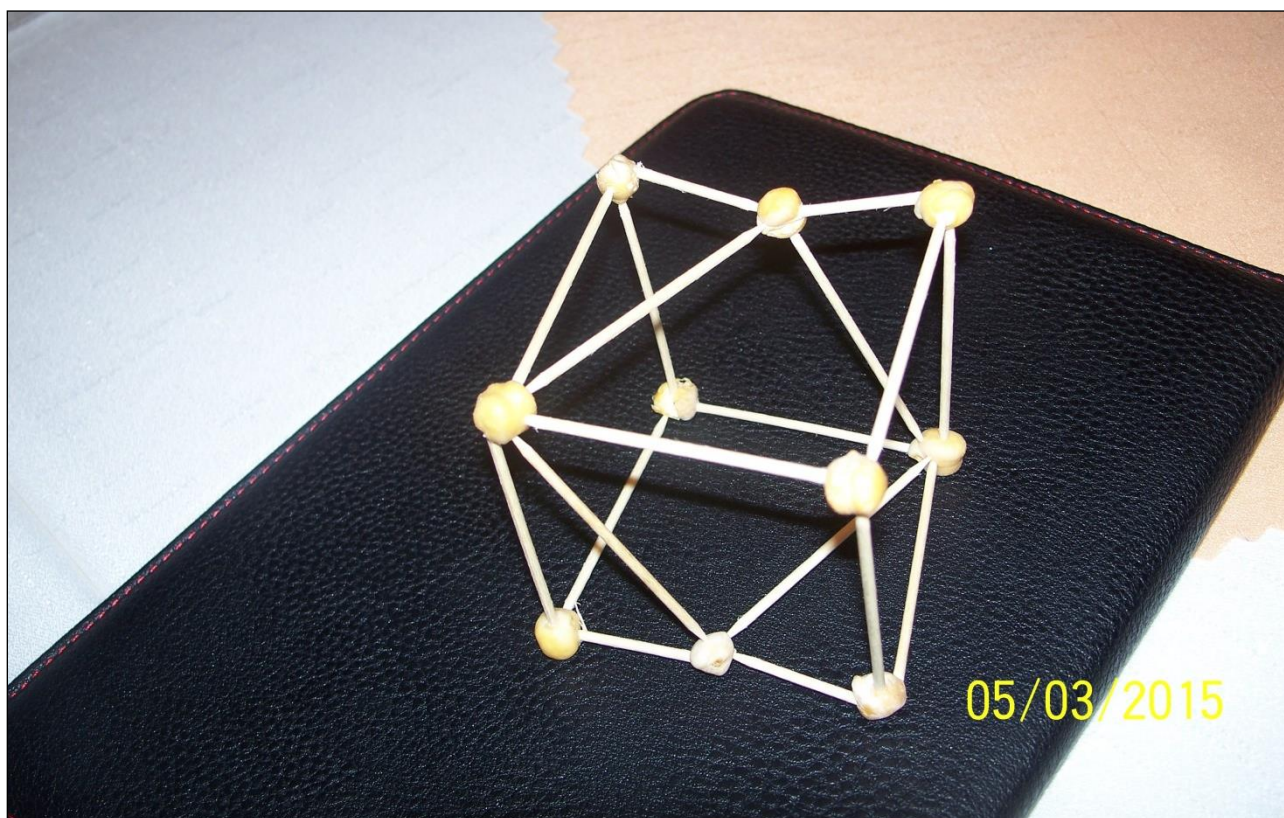
Psací a rýsovací potřeby, fotografie modelu

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

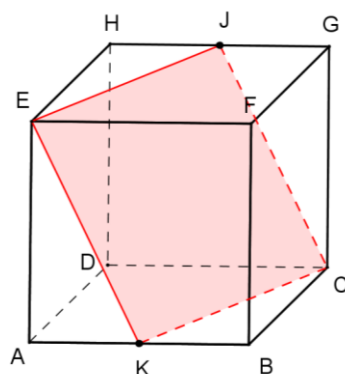
Žáci druhého stupně ZŠ sestavovali modely prostorových útvarů z namočené cizrny a špejlí. Jeden z jejich výtvorů vidíte na fotografii. Předpokládejme, že vzniklé těleso je dokonalá krychle a kuličky cizrny symbolizují vrcholy nebo středy hran.

Sestrojte ve volném rovnoběžném promítání (pravém nadhledu) zobrazení řezu, který odpovídá obrázku, a vypočtěte jeho obsah.



Obrázek 4 – Model krychle

PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

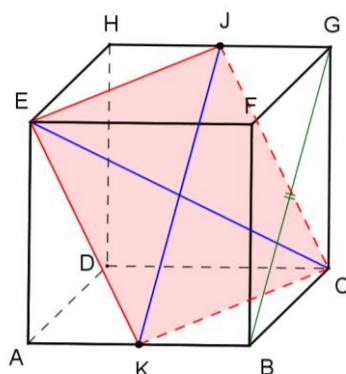


Obrázek 5 - Řez rovinou

Řez tělesa je na obrázku 2.

Na první pohled se může zdát, že řezem je čtverec (všechny strany řezu musí mít stejnou délku $\frac{a}{2}\sqrt{5}$).

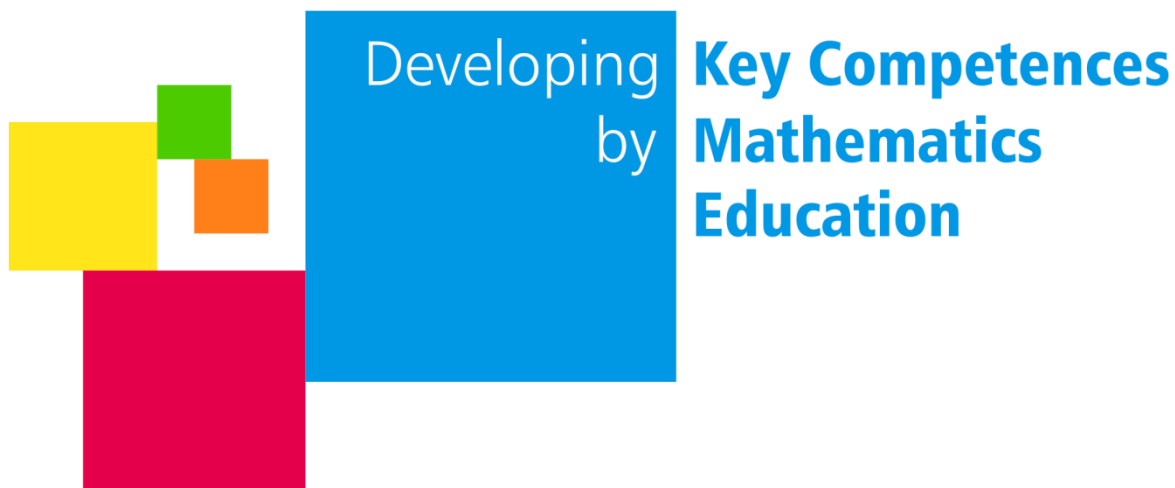
Je to však kosočtverec, což lze dokázat např. výpočtem velikostí vnitřních úhlů.



Obrázek 6 - Úhlopříčky v kosočtverci

Elegantnější je si uvědomit, že úhlopříčky JK a EC mají různou délku. JK $\parallel$ BG (stěnová úhlopříčka o délce $a\sqrt{2}$) a EG je tělesová úhlopříčka (o velikosti $a\sqrt{3}$), která musí být větší (obr. 3).

V kosočtverci jsou úhlopříčky navzájem kolmé a jeden z možných způsobů, jak zjistit jeho obsah, je užitím obsahu pravoúhlého trojúhelníka, tzn. $S = \frac{|JK| \cdot |CE|}{2} = \frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.



Stuffed Toys

Alena Maříková

Cíl aktivity: určování sítí krychle podle předlohy, označování hran krychle určených k prostřižení, aby vznikla požadovaná síť, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 6.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Stuffed Toys softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list je vhodné použít jako doplněk hodiny k procvičování a upevňování znalostí sítě krychle. Aplikaci Stuffed Toys lze použít k procvičování nebo k následné kontrole. Ke kontrole lze využít i aplikaci Scissors.

Jednotlivé úkoly nelze použít na celou vyučovací hodinu.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách²³, nebo na stránkách²⁴, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

²³ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

²⁴ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

PRACOVNÍ LIST

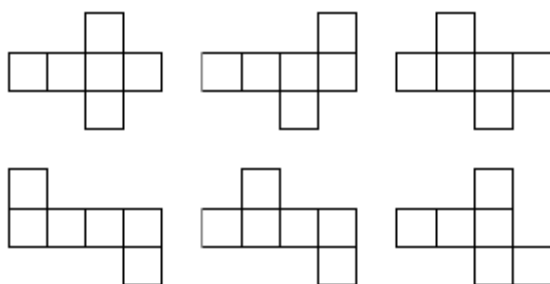
1. ÚKOL:

Jakou síť dostaneš, rozbalí-li se krychle podle naříznutých hran?

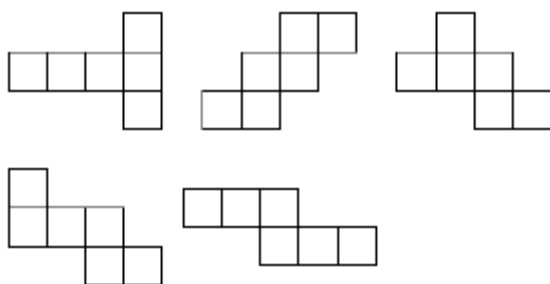
Řešení natrénuj v programu Stuffed Toys.

A.

1. pohled:

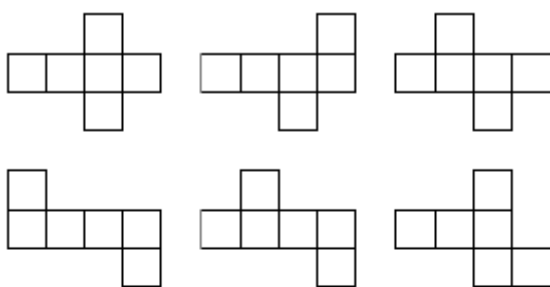


2. pohled:

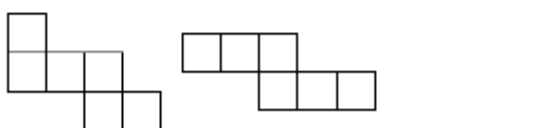


B.

1. pohled:



2. pohled:



2. ÚKOL:

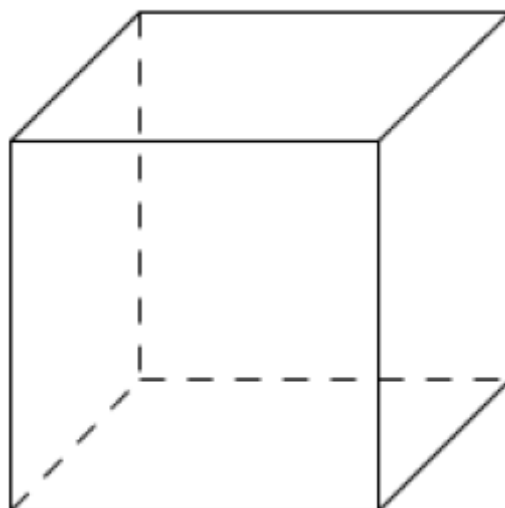
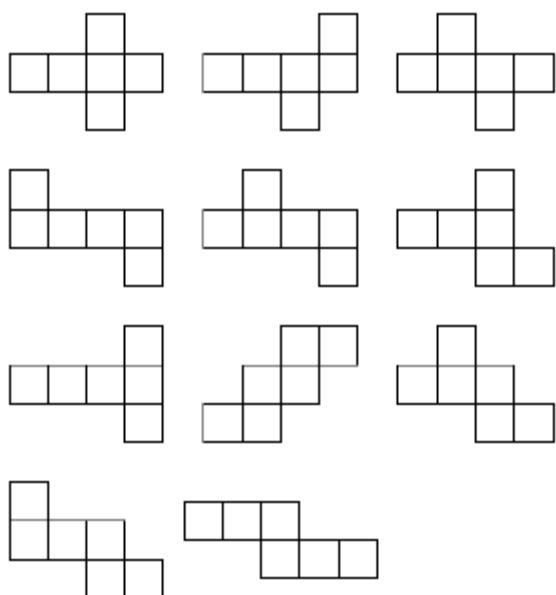
- Zakroužkuj, jakou síť dostaneš, rozbalí-li se krychle podle nařiznutých hran?
- U níže zadané krychle barevně zvýrazni hrany, které je potřeba rozříznout k získání stejné sítě jako v prvním případě.

Řešení natrénuj v programu Stuffed Toys.

1. pohled:



2. pohled:

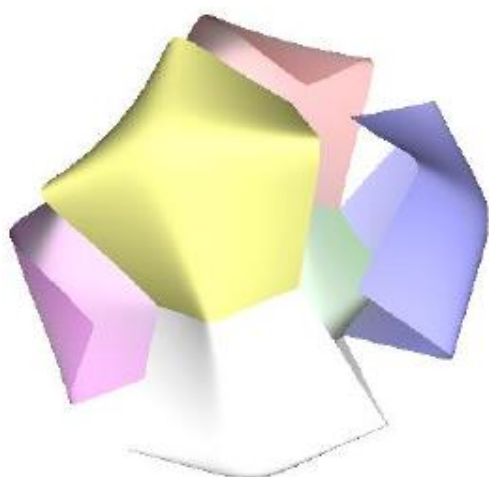


3. ÚKOL:

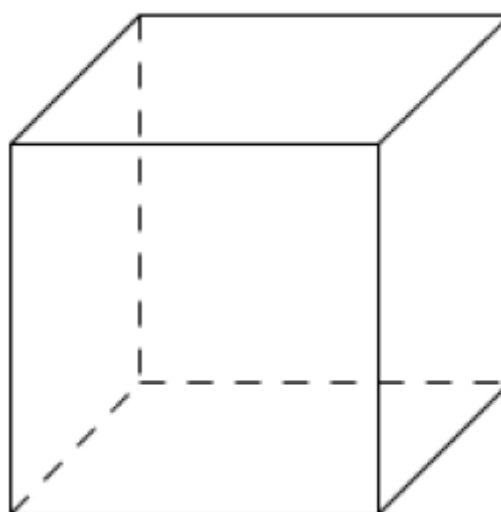
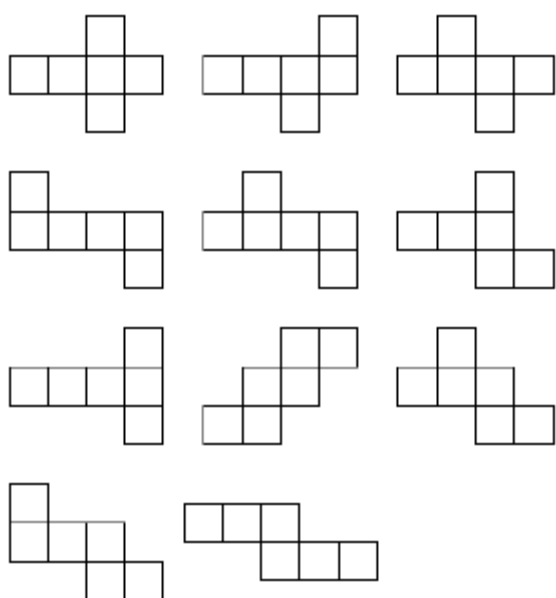
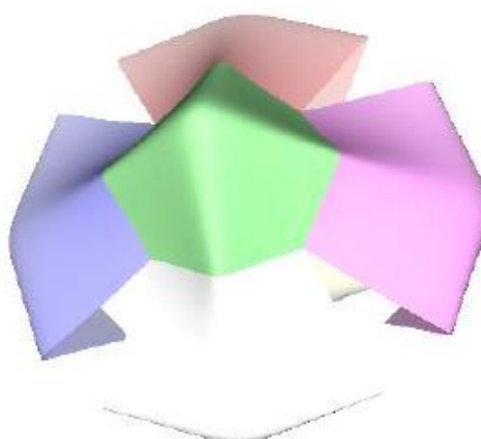
- Zakroužkuj, jakou síť dostaneš, rozbalí-li se krychle podle naříznutých hran?
- U níže zadané krychle barevně zvýrazni hrany, které je potřeba rozříznout k získání stejné sítě jako v prvním případě.

Řešení natrénuj v programu Stuffed Toys.

1. pohled:



2. pohled:



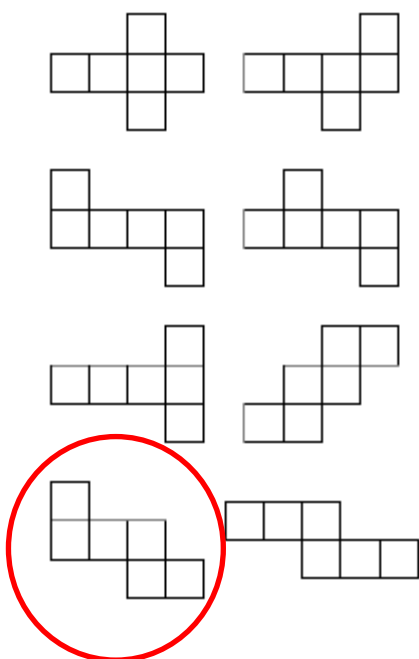
PRACOVNÍ LIST – ŘEŠENÍ

1. ÚKOL:

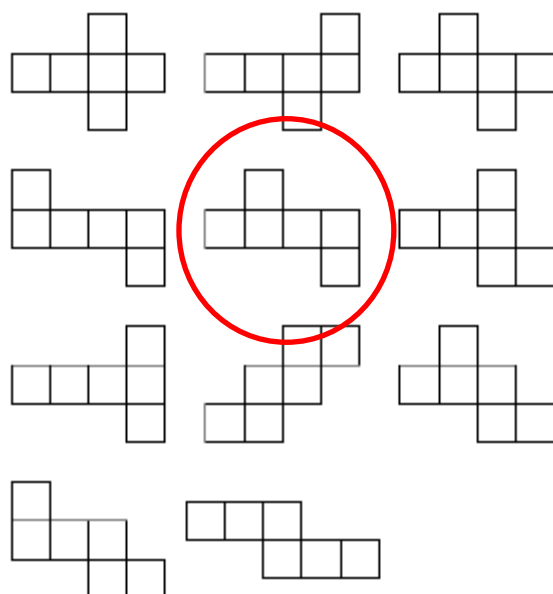
Jakou síť dostaneš, rozbalí-li se krychle podle naříznutých hran?

Řešení natrénuj v programu Stuffed Toys.

A.



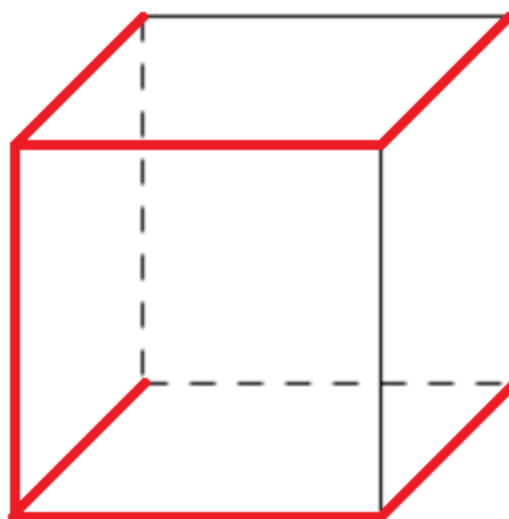
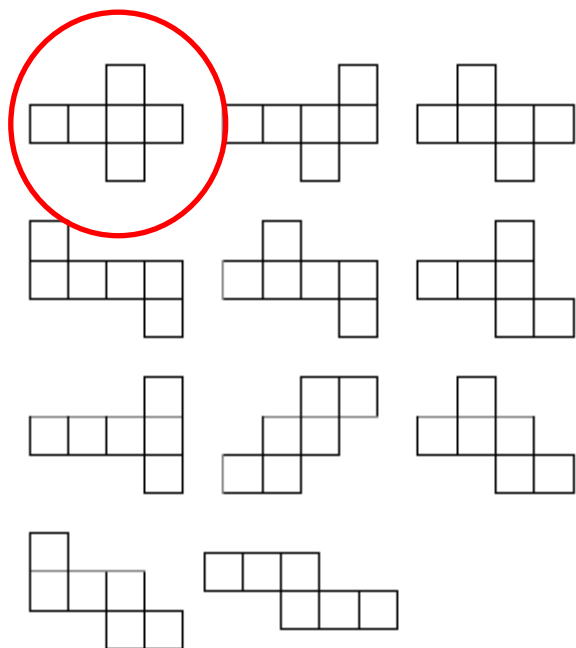
B.



2. ÚKOL:

- Zakroužkuj, jakou síť dostaneš, rozbalí-li se krychle podle naříznutých hran?
- U níže zadané krychle barevně zvýrazni hrany, které je potřeba rozříznout k získání stejné sítě jako v prvním případě.

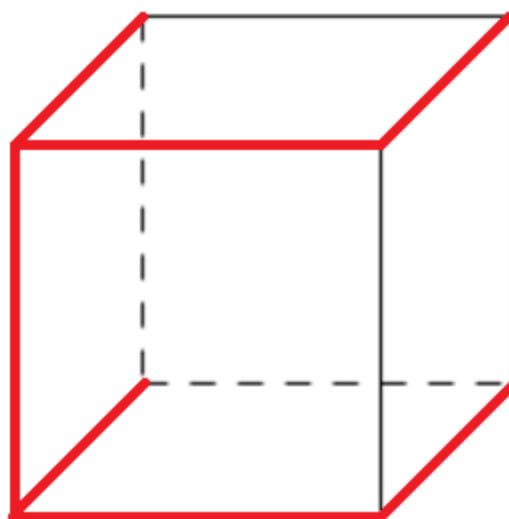
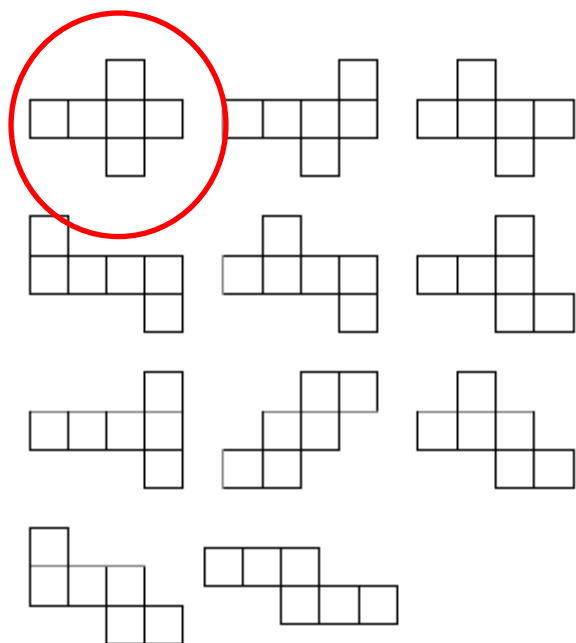
Řešení natrénuj v programu Stuffed Toys.

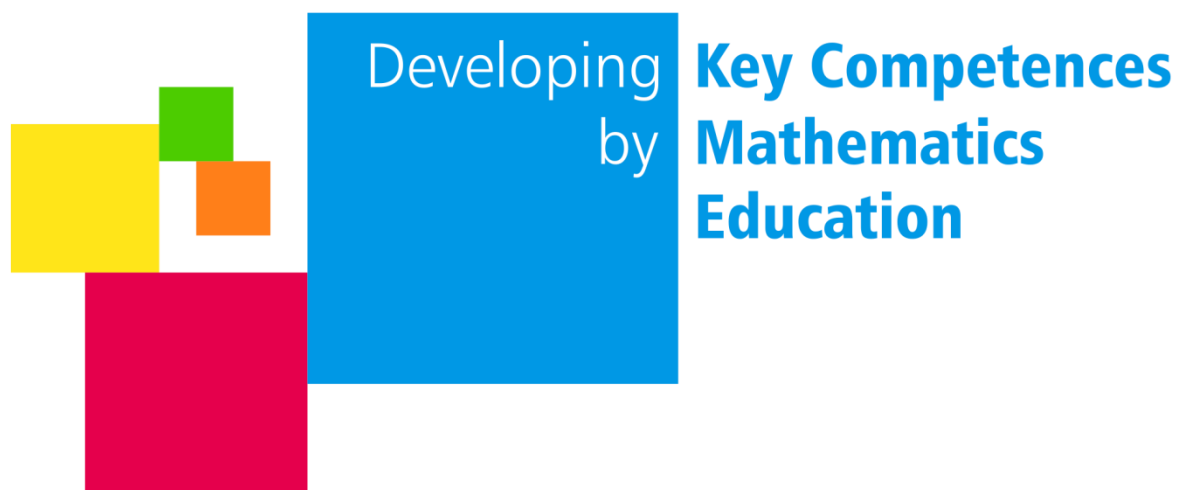


3. ÚKOL:

- Zakroužkuj, jakou síť dostaneš, rozbalí-li se krychle podle naříznutých hran?
- U níže zadané krychle barevně zvýrazni hrany, které je potřeba rozříznout k získání stejné sítě jako v prvním případě.

Řešení natrénuj v programu Stuffed Toys.





Tangram

Alena Maříková

Cíl aktivity: upevňování a rozšiřování znalostí o rovinných úvarech zábavnou formou, propojení s interaktivními aplikacemi softwaru Dalest Elica

Ročník: 6., 7.



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Předpokládané znalosti:

krychle

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) při řešení problému uplatňuje vhodné metody, dříve získané informace a dovednosti. Využívá tvořivé myšlení s použitím intuice
- **Kompetence k učení** – získané informace chápe a dokáže je propojit, tak aby úspěšně vyřešil zadaný problém. Kriticky přistupuje ke zdrojům, informace tvořivě zpracovává a využívá při řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- **Kompetence pracovní** – pracuje podle návodu

Prostředky a pomůcky:

pracovní list, aplikace Tangram softwaru Dalest Elica

Metodický a didaktický komentář:

Pracovní list je vhodné použít jako doplněk učiva geometrie v šestém ročníku pro rozvíjení prostorové představivosti.

Úkol 2 je složitější v tom, že žáci musejí sami vymyslet, jak dané kameny a šablonu narýsovat, aby se dal Tangram sestavit. V úkolu 1 už mají žáci předem narýsovanou šablonu, podle které si své kameny sestaví.

Poznámky:

Bližší informace k aplikaci je možné najít na webových stránkách²⁵, nebo na stránkách²⁶, kde jsou přiložena i instruktážní videa.

²⁵ Zdroj: <http://elica.net/dalest/dalest.html>

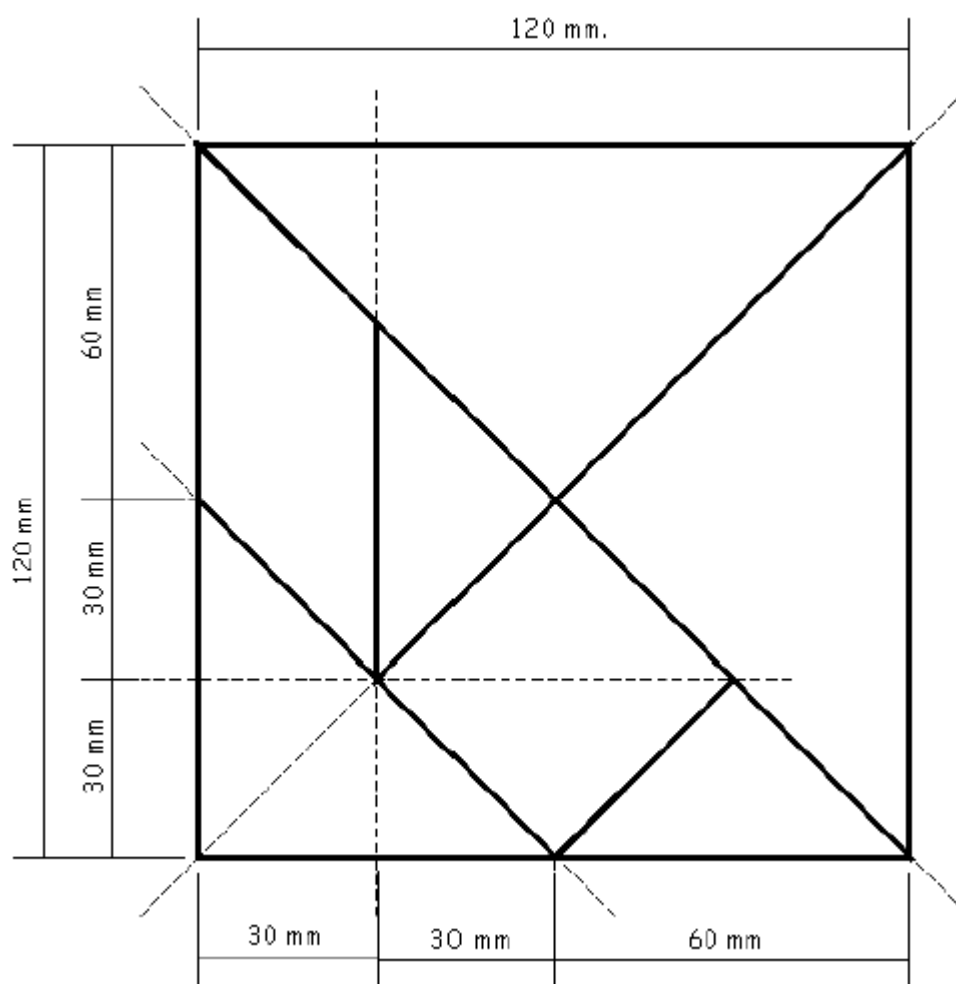
²⁶ Zdroj: <http://dalest.kenynet.cz/>

PRACOVNÍ LIST

1. ÚKOL:

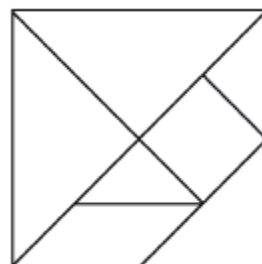
- a) Dle níže uvedeného návodu vytvoř svůj TANGRAM.
- b) Narýsuj vlastní šablonu na stavění TANGRAMU.
- c) Rozdělte se ve třídě na skupiny (po 4,5,6, atd.) a udělejte soutěž ve stavění TANGRAMU. Vyměňte si šablony jednotlivých skupin a položte vedle sebe na stůl. Každý žák se postaví před jednu šablonu, patřící jeho skupině. Paní učitelka odpočítá start a všichni začnou stavět svoji šablonu. Družstvo, které bude mít jako první postavené všechny TANGRAMI, vyhrálo. Hru si můžete libovolně upravit.

Hru trénuj v aplikaci Tangram.



2. ÚKOL:

- a) Vytvoř si svůj TANGRAM. Jakou zvolit velikost původního čtverce, ze kterého se vystřihávají zbylé útvary, je na tobě.
- b) Narýsuj vlastní šablonu na stavění TANGRAMU.
- c) Svůj TANGRAM i se šablonou dej svému sousedovi a zkuste si zasoutěžit, kdo postaví TANGRAM jako první.



Počet stran: 401

Vydal: Jihočeská univerzita v Českých
Budějovicích

Autoři: Helena Binterová, Roman Hašek,
Pavel Pech, Vladimíra Petrášková

Editor: Přemysl Rosa

ISBN 978-80-7394-568-8

